КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН БИЛИМ БЕРҮҮ ЖАНА ИЛИМ МИНИСТРЛИГИ

ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫНЫН ТҮШТҮК БӨЛҮМҮНҮН ЖАРАТЫЛЫШ РЕСУРСТАРЫ ИНСТИТУТУ

ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

К 01.17.554 ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШИ

Кол жазма укугунун негизинде
УДК: 517.956.6

АРКАБАЕВ НУРКАСЫМ КЫЛЫЧБЕКОВИЧ

ҮЧҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ АРАЛАШ ПАРАБОЛА-ГИПЕРБОЛАЛЫК ТИПТЕГИ ТЕҢДЕМЕЛЕР ҮЧҮН ЛОКАЛДЫК ЖАНА ЛОКАЛДЫК ЭМЕС ЧЕКТИК МАСЕЛЕЛЕР

01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу»

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу диссертациясынын
АВТОРЕФЕРАТЫ

Ош – 2017

Диссертациялык иш Ош мамлекеттик университетинин «Программалоо» кафедрасында аткарылды

Илимий жетекчи:	физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Сопуев Адахимжан**
Расмий оппоненттер:	физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Джураев Абубакир Мухтарович**
	физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент **Зулпукаров Алтынбек Зулпукарович**
Жетектөөчү уюм:	М. М. Адышев атындагы Ош технологиялык университети, Ош ш., Исанова к. 81а.

Диссертацияны коргоо 2017-жылдын «20» октябрь күнү саат 14^{00} дө 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331 дареги боюнча Ош мамлекеттик университетинин, Кыргыз Республикасынын улуттук илимдер академиясынын түштүк бөлүмүнүн жаратылыш ресурстары институтунун жана Жалал-Абад мамлекеттик университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн уюштурулган К 01.17.554 диссертациялык кеңешинин жыйынында болуп өтөт.

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин Борбордук китепканасында таанышууга болот.

Автореферат 2017 – жылдын «18» сентябрында таркатылды.

Диссертациялык кеңештин
Окумуштуу катчысы
ф.-м.и.к., доцент Бекешов Т.О.

Теманын актуалдуулугу. Экинчи, үчүнчү жана төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес маселелердин теориясы нымдуулуктун өткөрүмдүүлүк маселелериндеги, аралаш чөйрөлөрдөгү жылуулук алмашуу, курамдуу чубалгылардагы (линиялардагы) электрдик термелүүлөрдүн таркалуусундагы, түтүктөгү илешкээк-серпилгичтүү жана илешкээк-суюктуктардын биргелешкен-ажыралган агымдарынын жараяндарын жана бир тектүү эмес чөйрөлөрдө болуп өтүүчү дагы башка жараяндарды математикалык моделдештирүүдө барган сайын жигердүү пайдаланылып келет.

Колдонулуштарда локалдык шарттардын ордуна, интегралдык мүчөлөрдү кармап турган локалдык эмес шарттар алынган учурлар кездешет. Мисалы, интегралдык шарттар, каралып жаткан чөйрөнүн физикалык мүнөздөмөлөрүнүн аймагы түздөн-түз ченөөлөргө мүмкүндүк бербеген, бирок процесстин мүнөзү жөнүндө кандайдыр бир орточолоштурулган көрүнүштө кошумча информацияларды алууга мүмкүн болгон учурларда пайдаланылат.

Жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемеси үчүн интегралдык шарттарга ээ болгон чектик маселелер алгачкы жолу Дж.Р. Канондун (J.R. Canon) эмгегинде изилденген. Жалпы параболалык теңдеме үчүн интегралдык шарттарга ээ болгон ар түрдүү жалпыланган чектик маселелер Л.И. Камыниндин эмгектеринде каралган. Кийинки эмгектердин арасынан Н.И. Ионкиндин, З.А. Нахушеванын, А.И. Кожановдун, Л.С. Пулькинанын, О.Ю. Данилкинанын жана башка жаратмандардын эмгектерин белгилеп кетебиз, ал эмгектерде экинчи тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн интегралдык шарттарга ээ болгон маселелер изилденген.

Үчүнчү тартиптеги псевдопараболалык теңдемелер үчүн чектик маселелер Римандын функциясын колдонуу менен Д. Колтондун (D. Colton), М.Х. Шхануковдун, В.И. Жегаловдун, Е.А. Уткинанын, В.А. Водахованын, Н.С. Поповдун, Н.Н. Евдокимованын, Н.В. Бейлинанын, К.Г. Кожобековдун жана башкалардын эмгектеринде изилденген.

Аралаш типтеги теңдемелердин теориясындагы жаңы бөлүмдөрдүн бири болуп, аралаш типтеги теңдемелер үчүн чектик маселелер тибин өзгөртүүчү эки сызыкка ээ болгон учурда изилденген бөлүк эсептелет. Бул тематика боюнча М.М. Зайнулабидов, В.Ф. Волкодавов, М.М. Смирнов, К.Б. Сабитов, М.С. Салахитдинов, А.К. Уринов, Б. Исломов, А. Сопуев жана башка авторлор шугулданышкан.

Бирок, интегралдык мүчөлөрдү кармаган локалдык эмес шарты бар чектик маселелер, ошондой эле үчүнчү тартиптеги теңдемелер үчүн типтин өзгөрүшүнүн эки мүнөздөмөлүк сызыгына ээ болгон жалгаштыруу маселелери аз изилденген. Бул эмгекте үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес чек аралык маселелер, жалгаштыруу маселелери тибин өзгөртүүчү бир жана эки сызыкка ээ болгон интегралдык шарттар менен изилденген, ушунун өзү эмгектин актуалдуулугун шарттайт.

Диссертация темасынын мамлекеттик программалар менен байланышы. Эмгек Ош мамлекеттик университетинин фундаменталдык жана колдонмо изилдөөлөр институтунун «Гидроаэродинамиканын, химиялык кинетиканын, жылуулук-масса алмашуу жана жаратылыштын башка кубулуштарынын математикалык моделдерин изилдөө» (мам. катоо № 0005721, 20.04.2012) темасындагы долбоорунун чегинде аткарылды.

Изилдөөнүн максаты жана милдеттери.

1. Үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн локалдык чектик маселелердин чечимдеринин жашашын жана жалгыздыгын далилдөө;
2. Үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн интегралдык мүчөлөрдү кармаган локалдык эмес шарты бар чектик маселелердин чечимдеринин жашашын жана жалгыздыгын далилдөө;
3. Тибин өзгөртүүчү бир сызыкка ээ болгон үчүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболалык теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес маселелердин бир маанилүү чечилишин далилдөө;
4. Тибин өзгөртүүчү эки сызыкка ээ болгон үчүнчү тартиптеги аралаш парабола-

гиперболалык теңдемелер үчүн чектик маселелердин бир маанилүү чечимдерин далилдөө.

Изилдөө методу. Теңдемелердин чечимдеринин көрсөтүлүшүн тургузууда теңдеменин тартибин төмөндөтүү, жалгаштыруу маселелери жана интегралдык теңдемелер усулдары пайдаланылды. Чечимдердин жашашын жана жалгыздыгын далилдөө үчүн чектик маселелерди Фредгольм же Вольтерра тибиндеги интегралдык теңдемелердин чечилишине редукциялоо методу, ошондой эле кысып чагылдыруу принциби жана удаалаш жакындаштыруу методу колдонулду.

Алынган жыйынтыктардын илимий жаңычылдыгы. Негизги илимий жыйынтыктар:

1. Үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн интегралдык мүчөлөрдү кармаган локалдык эмес шарты бар чектик маселелердин чечимдеринин жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары табылган;
2. Эселүү эмес мүнөздөмөлөргө ээ болгон үчүнчү тартиптеги гиперболалык теңдемелер үчүн чектик маселелердин чечимдеринин көрсөтүлүшү алынган;
3. Тибин өзгөртүүчү бир мүнөздөмөлүк сызыкка ээ болгон үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес жалгаштыруу маселелеринин чечимдеринин жашашы жана жалгыздыгы теоремалары далилденген;
4. Тибин өзгөртүүчү эки мүнөздөмөлүк сызыкка ээ болгон үчүнчү тартиптеги аралаш параболалык-гиперболалык теңдемелер үчүн чектик маселелердин чечимдеринин жашашы жана жалгыздыгы теоремалары тургузулган.

Алынган жыйынтыктардын назарияттык жана практикалык маанилүүлүгү. Диссертациянын үчүнчү тартиптеги аралаш параболалык-гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес маселелерди изилдөө менен байланышкан жыйынтыктары экинчи, үчүнчү, төртүнчү жана андан жогорку тартиптеги жекече туундулардагы теңдемелер үчүн чектик маселелердин теориясын өнүктүрүү үчүн, ошондой эле жылышкан чөйрөдөгү жылуулук алмашуу кубулуштарын жана процесстерин, түтүктөгү илешкээк-серпилгичтүү жана илешкээк суюктуктардын биргелешкен-ажыратылган агымдарын моделдештирүүдө, жана башка чукул айырмалануучу физикалык касиеттерге ээ болгон эки катмарлуу чөйрөлөрдө болуп өтүүчү процесстерде пайдаланыла алат.

Коргоого алынып чыгылуучу негизги жагдайлар:

- Үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн интегралдык мүчөлөрдү кармаган локалдык эмес шарты бар чектик маселелердин чечимдеринин жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттарынын тургузулушу;
- Эселүү эмес мүнөздөмөлөргө ээ болгон үчүнчү тартиптеги гиперболалык теңдемелер үчүн чектик маселелердин чечимдеринин көрсөтүлүшүнүн алынышы;
- Тибин өзгөртүүчү бир мүнөздөмөлүк сызыкка ээ болгон үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес жалгаштыруу маселелеринин чечимдеринин жашашы жана жалгыздыгы теоремаларын далилдениши;
- Тибин өзгөртүүчү эки мүнөздөмөлүк сызыкка ээ болгон үчүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболалык теңдемелер үчүн чектик маселелердин чечимдеринин жашашы жана жалгыздыгы теоремаларынын далилдениши.

Иштин апробациясы. Изилдөөнүн жыйынтыктары илимий конференцияларда, кафедранын кеңешмелеринде баяндалып жана талкууланып турган, ошону менен катар: «Фундаменталдык жана колдонмо математика» (Бишкек ш., 2010-ж.) илимий мектеп семинарынын ишинде; «Математикадагы асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик усулдар» III Эл аралык конференциясында (Ысык-Көл, «Жаштык» эс алуу жайы, 2010-ж.); «The Turkic World Mathematical Society (TWMS) will hold its 4th

Congress» Эл аралык Конгрессинде (Азербайджан, Баку ш. 2011-ж.); академик М.И. Иманалиевдин 80 жылдык юбилейине арналган «Математикадагы асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик усулдар» IV Эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., 2011-ж.); «V Congress of the Turkic World Mathematicians» Эл аралык Конгрессинде (Ыссык-Көл, Аврора, 2014-ж.); «Молодежь, наука, технологии: новые идеи и перспективы» студенттердин жана жаш окумуштуулардын I Эл аралык илимий конференциясында (РФ, Томск ш., ТМАКУ, 2014-ж.); Ыссык-Көлдө өткөрүлгөн Эл аралык форумда (Бостери к., 2015-ж.) баяндалып, талкууланган.

Ошондой эле айрым бир жагдайлар «Жекече туундулардагы теңдемелер» (Ош ш., ОшМУ, 2010-2016-жж.) семинарында, жетекчиси – ф.-м.и.д., профессор А. Сопуев; ЖОЖдор аралык «Дифференциалдык теңдемелердин актуалдуу маселелери» илимий семинарында, жетекчиси – ф.-м.и.д., профессор К. Алымкулов (Ош ш., ОшМУ, 2010-2016-жж.); дифференциалдык теңдемелер боюнча семинарда, жетекчиси – ф.-м.и.д., профессор К.С. Алыбаев (Жалал-Абад ш, ЖАМУ, 2010-2016-жж.) талкууланган.

Диссертациянын темасы боюнча публикациялар. Диссертациянын темасы боюнча 8 макала: [1] – [8], үч тезис: [9] – [11] жарыяланган.

Автордун биргелешкен эмгектердеги жеке салымы. Биргелешкен [1] – [3], [10, 11] эмгектеринде маселенин коюлушу илимий жетекчиге таандык, ал эми чечимдердин жашашы жана жалгыздыгы теоремаларынын далилдениши, негизги жыйынтыктарды алуу – авторго таандык.

Диссертациянын структурасы, көлөмү жана кыскача мазмуну: Диссертация киришүүдөн, 10 бөлүмдөн турган төрт баптан, 72 аталыштан турган адабияттар тизмегинен жана корутундудан турат. Бөлүмдөрдүн номерлениши – эки орундуу: биринчи санарип баптын номерин, ал эми экинчиси – бөлүмдүн номерин көрсөтөт. Теоремалардын, формулалардын, мисалдардын номерлениши – үч орундуу: биринчи санарип баптын номерин, экинчиси – бөлүмдүн номерин, үчүнчүсү – анын бөлүмдөгү иреттик номерин көрсөтөт. Тексттин көлөмү 102 бет.

Учурдан пайдаланып, илимий жетекчим, физика-математика илимдеринин доктору, профессор А. Сопуевге маселелерди коюп бергендиги, баалуу жана пайдалуу кеңештери, такай көңүл буруп жана иштин жыйынтыктарды талкуулап берип тургандыгы үчүн терең ыраазычылыгымды жана чын дилимден урматтоомду билдирем.

Иштин кыскача мазмуну.

1-бапта диссертациялык иштин темасы боюнча жалпы эмгектердин баяндамалары жазылган. **1.1 бөлүмүндө** диссертациялык иштин темасына жакын болгон эмгектердин баяндамасы орун алган. **1.2 бөлүмүндө** ушул диссертацияда алынган негизги жыйынтыктардын баяндамасы келтирилген.

Экинчи бапта жекече туундулуу үчүнчү тартиптеги теңдеме үчүн, качан мүнөздөмөлөр теңдемеси эселүү да, эселүү эмес да чыныгы мүнөздөмөлөргө ээ болгон учурда интегралдык шарттарды кармап турган локалдык эмес маселелер каралган.

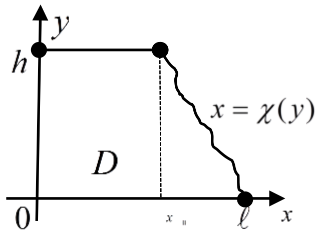
2.1 бөлүмүндө $D=\{(x,y):0<x<\chi(y),\ 0<y<h\}$ аймагында (1-сүрөт)

$$u_{xxy}-y^p u_y+a(x,y)u_x+b(x,y)u_y+c(x,y)u=0, \qquad (1)$$

теңдемеси үчүн, мында $a(x,y), b(x,y), c(x,y), \chi(y)$ – төмөнкү шарттарды:

$$\chi(h)=x_0>0, \chi(0)=\ell>0, p>0,$$
$$\forall y\in[0,h]: x_0\le\chi(y)\le\ell, \chi'(y)\le 0 \qquad (2)$$

канаатандырган берилген функциялар, төмөнкү маселе окуп изилденген.



1-сүрөт.

2.1.1-маселе: D аймагында (1) теңдемни жана:

$$u(0,y)+\int_0^{\chi(y)} P(x,y)u(x,y)\,dx=\varphi_1(y),\ 0\le y\le h, \tag{3}$$

$$u(\chi(y),y)+\int_0^{\chi(y)} Q(x,y)u(x,y)dx=\varphi_2(y),\ 0\le y\le h, \tag{4}$$

$$u(x,0)=\tau(x),\ 0\le x\le \ell, \tag{5}$$

шарттарды, мында $P(x,y), Q(x,y), \varphi_1(y), \varphi_2(y), \tau(x)$ – берилген функциялар, болгондо да

$$\tau(0)+\int_0^{\ell} P(x,0)\tau(x)\,dx=\varphi_1(0),\ 0\le x\le \ell, \tag{6}$$

канааттандырган $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C^{2+1}(D)$ функциясын табуу керек.

$P(x,y)\equiv Q(x,y)\equiv 0$ болгон тучурда 2.1.1-маселе (1) теңдеме үчүн биринчи чектик маселеге келтирилет. Белгилеп кетчү нерсе, (2) шарттан $x=\chi(y)$ функциясы y боюнча монотондуу өспөөчү функция болору келип чыгат. Чектик шарттардагы интегралдык мүчөлөр орточолонгон ченелүүчү чоңдуктардын бар экендигин билдирет.

2.1.1-маселени чечүү үчүн оболу

$$L[u]\equiv u_{xxy}-y^p u_y = f(x,y),(x,y)\in D \tag{7}$$

теңдемеси үчүн

$$u(0,y)=g_1(y),\ u_x(0,y)=g_2(y),\ \ 0\le y\le h,\quad u(x,0)=\tau(x),\ 0\le x\le \ell, \tag{8}$$

мында $g_1(y), g_2(y)$ – $C^1[0,h]$ классындагы функциялар, болгондо да $\tau(0)=g_1(0)$, $\tau'(0)=g_2(0)$, шарттары менен берилген жардамчы маселени карайбыз.

$$\vartheta L(u)-uL^*(\vartheta)=(\vartheta u_{\xi\eta}+\vartheta_{\xi\eta}u)_\xi-(\vartheta_\xi u_\xi+\eta^p\vartheta u)_\eta$$

теңдештигин интегралдоо жана Гриндин формуласын эсепке алуу менен (7) – (8) маселесинин чечиминин көрсөтүлүшүнө ээ болобуз:

$$\begin{aligned}u(x,y)&=\tau(x)+\vartheta_\xi(x,y;0,y)g_1(y)-\vartheta(x,y;0,y)g_2(y)-\tau(0)+x\tau'(0)-\\&-\int_\delta^y\left[\vartheta_{\xi\eta}(x,y;0,\eta)g_1(\eta)-\vartheta_\eta(x,y;0,\eta)g_2(\eta)\right]d\eta-\int_0^x d\xi\int_0^y \vartheta(x,y;\xi,\eta)f(\xi,\eta)d\eta,\end{aligned} \tag{9}$$

мында $\vartheta(x,y;\xi,\eta)$ функциясы төмөнкү жалгаштыруу маселесинин чечими катары аныкталат:

$$L^*[\vartheta]\equiv \upsilon_{\xi\xi\eta}+(\eta^p\vartheta)_\eta=0,\ (x,y)\in D,\ (\xi,\eta)\in D,(\xi,\eta)\in D^*,\ \ D^*=\{(\xi,\eta):0<\xi<x,0<\eta<y\}$$

$$\vartheta(x,y;\xi,\eta)\big|_{\xi=x}=\vartheta(x,y;x,\eta)=0,\ (x,y)\in D,\eta\in[0,y],$$

$$\vartheta_\xi(x,y;\xi,\eta)\big|_{\xi=x}=\vartheta_\xi(x,y;x,\eta)=1,\ (x,y)\in D,\eta\in[0,y],$$

$$\vartheta(x,y;\xi,\eta)\big|_{\eta=y}=\omega(x,y;\xi),\ (x,y)\in D,\xi\in[0,x],$$

бул жерде $\omega(x,y;\xi)$ функциясы $\eta=y$ сызыгын бойлото

$$\begin{cases}\vartheta_{\xi\xi}(x,y;\xi,y)-y^p\vartheta(x,y;\xi,y)=0,\ \ 0<\xi<x,\\ \vartheta(x,y;\xi,y)\big|_{\xi=x}=\vartheta(x,y;x,y)=0,\ \ \vartheta_\xi(x,y;\xi,y)\big|_{\xi=x}=\vartheta_\xi(x,y;x,y)=1\end{cases}$$

баштапкы берилиштери менен берилген маселенин чечими катары аныкталат.

Көрсөтүлгөн маселелердин чечимдерин айкын түрдө тургузууга болот:

$$\vartheta(x,y;\xi,\eta)=\eta^{-p/2}sh[\eta^{p/2}(\xi-x)],\ \ \omega(x,y;\xi)=y^{-p/2}sh[y^{p/2}(\xi-x)].$$

$f(x,y)\equiv -a(x,y)u_x-b(x,y)u_y-c(x,y)u$ деп алып (9) дан төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$u(x,y)=u_0(x,y)+A_1(x,y)g_1(y)+B_1(x,y)g_2(y)+\int_{\delta}^{x}C_1(x,y;\xi)u(\xi,\eta)d\xi+$$
$$+\int_0^y[A_2(x,y;\eta)g_1(\eta)+B_2(x,y;\eta)g_2(\eta)]d\eta+\int_0^x d\xi\int_0^y C_2(x,y;\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\eta, \quad (10)$$

мында $u_0(x,y)$, $A_2(x,y;\eta)$, $B_2(x,y;\eta)$, $C_2(x,y;\xi,\eta)$ – дегендер $\vartheta(x,y;\xi,\eta)$ жана теңдеменин коэффициенттери аркылуу туюнтулуучу белгилүү функциялар.

(3) жана (4) шарттарынан пайдаланып (10) дан мына муну алабыз:

$$H_{i1}(y)g_1(y)+H_{i2}(y)g_2(y)=\Phi_i(y)+\int_0^y[H_{i3}(y,\eta)g_1(\eta)+H_{i4}(y,\eta)g_2(\eta)]d\eta+$$
$$+\int_0^{\chi(y)}H_{i5}(y,\xi)u(\xi,y)d\xi+\int_0^{\chi(y)}d\xi\int_0^y H_{i6}(y,\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\eta,\ i=1,2, \quad (11)$$

мында $H_{ij}\,(i=\overline{1,2},\ j=\overline{1,6})$, $\Phi_i\,(i=1,2)$ – берилген функциялар, алар $\vartheta(x,y;\xi,\eta)$ жана 2.1.1 маселесинин берилиштери аркылуу туюнтулушат.

Ошентип, 2.1.1 маселесинин чечилиши эквиваленттик түрдө (10) жана (11) теңдемелердин системасын чечүүгө келтирилет, ал система $u(x,y), g_1(y), g_2(y)$ функцияларына карата теңдемелердин туюк системасын берет. Эгерде

$$\Delta=H_{11}(y)H_{22}(y)-H_{12}(y)H_{21}(y)\neq 0, \quad (12)$$

шарты аткарылса, анда (11) – система жалгыз чечимге ээ болуучу Вольтерра тибиндеги интегралдык теңдемелердин системасы болот.

Айрым учур катары, $P(x,y)=Q(x,y)=0$ болгон учурда $\Delta=B_1(\chi(y),y)=$ $=-\vartheta(\chi(y),y;0,y)$ экенине ээ болобуз. $\forall y\in[0,h]: 0<x_0\le\chi(y)\le\ell$ болгондуктан $\vartheta(\chi(y),y;0,y)>0$ болот. Демек, $\Delta\neq 0$.

Ошентип төмөнкү теорема далилденди.

2.1-теорема. Эгерде (2), (6) жана (12) шарттары аткарылса, анда 2.1.1 маселесинин чечими жашайт жана жалгыз.

2.2 бөлүмүндө $x=0,-h_1\le y\le h,\ (h_1,h>0)$, $y=\sigma(x),\ 0\le x\le\ell$, $h_2=-\sigma(\ell)$, $x=\ell,\ -h_2\le y\le 0\,(h_1\ge h_2)$, $x=\chi(y),\ 0\le y\le h$, $y=h,\ 0\le x\le x_0=\chi(h)$ сызыктары менен чектелген D аймагында (2-сүрөт)

$$L_1(u)\equiv u_{xxy}-y^P u_y+a_1u_x+b_1u_y+c_1u=0,\ (x,y)\in D_1=D\cap(y>0), \quad (13)$$

$$L_2(u)\equiv u_{xyy}-a_2u_x+b_2u_y+c_2u=0,\ (x,y)\in D_2=D\cap(y<0), \quad (14)$$

теңдемеси үчүн жалгаштыруу маселесин карайбыз, мында $p>0,\ a_i,b_i,c_i\ (i=1,2)$, $\chi(y),\ \sigma(x)$ – функциялары

$$\forall y\in[0,h]: x_0\le\chi(y)<\ell,\ \chi'(y)\le 0,\chi(0)=\ell,\ \forall x\in[0,\ell]: -h_1\le\sigma(x)\le -h_2,\ \sigma'(x)\ge 0,\sigma(0)=-h_1. \quad (15)$$

шарттарын канааттандырган берилген функциялар.

2.2.1-маселе. D_1 жана D_2 аймактарында тиешелүү түрдө (13) жана (14) теңдемелерин,

$$u(0,y)+\int_0^{\chi(y)}P(x,y)u(x,y)dx=\varphi_1(y),\ 0\le y\le h,$$
$$u(\chi(y),y)+\int_0^{\chi(y)}Q(x,y)u(x,y)dx=\varphi_2(y),\ 0\le y\le h, \quad (16)$$

локалдык эмес шарттарын жана

$$u(0,y)=\varphi_3(y),\ -h_1\le y\le 0,\ u(x,\sigma(x))=\psi(x),\ 0\le x\le\ell, \quad (17)$$

мында, $P(x,y),\ Q(x,y),\varphi_i(y)\ (i=\overline{1,3}),\psi(x)$ – берилген

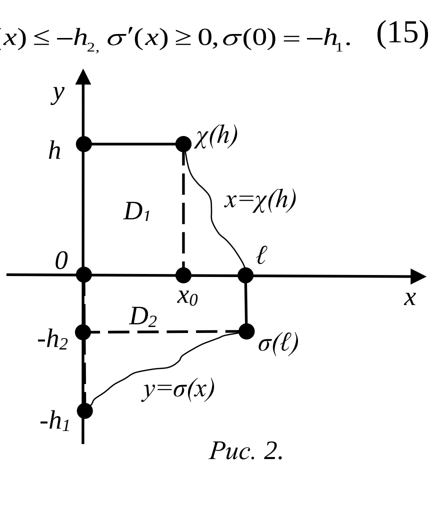


Рис. 2.

функциялар, чектик шарттарын канааттандырган $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C^1(D)\cap$ $\cap\left[C^{2+1}(D_1)\cup C^{1+2}(D_2)\right]$ функциясын табуу керек.

Мейли

$$u(x,0)=\tau(x),\ u_y(x,0)=\nu(x),\ \ 0\le x\le \ell, \tag{18}$$

болсун, мында $\tau(x),\nu(x)$ – азырынча белгисиз функциялар.

2.2.1-маселени чечүү үчүн мындайча киришебиз. y ти нөлгө умтултуу менен (13) теңдемеден мына буга ээ болобуз

$$\nu''(x)+a_1(x,0)\tau'(x)+b_1(x,0)\nu(x)+c_1(x,0)\tau(x)=0,\ 0\le x\le \ell\,, \tag{19}$$

$\tau(x)=u(x,0),\ \nu(x)=u_y(x,0)$ – азырынча белгисиз функциялар.

(19) теңдемени 0 дөн x ке чейинки пределдерде x боюнча эки жолу интегралдап төмөнкү катышты алабыз

$$\nu(x)=\nu_1(x)+r(x)\nu'(0)+\int_0^x K_2(x,\xi)\tau(\xi)d\xi\,, \tag{20}$$

мында $\nu'(0)$ – белгисиз константа, $\nu_1(x),\ r(x),\ K_2(x,\xi)$ – булар 2.2.1 маселесинин берилиштери аркылуу туюнтулуучу берилген функциялар.

Экинчи жактан,

$$uL_2(u)-uL_2^*(\vartheta)=(-\vartheta_\eta u_\eta+a_2\vartheta u)_\xi-(-\vartheta u_{\xi\eta}-\vartheta_{\xi\eta}u-b_2\vartheta u)_\eta\,,$$

теңдештигин $D_2^*=\{(\xi,\eta):0<\xi<x,\ y<\eta<0\}$ аймагы боюнча интегралдап, алынган ийри сызыктуу интегралдарды D_2^* аймагынын чек аралары боюнча эсептеп, (17) жана (18) шарттарын эсепке алуу менен 2.2.1 маселесинин чечиминин көрсөтүлүшүн алабыз:

$$\begin{aligned}u(x,y)&=\vartheta_\eta(x,y;x,0)\tau(x)-\vartheta(x,y;x,0)\nu(x)+\Phi_1(x,y)+\\&+\int_0^x V_1(x,y;\xi)\tau(\xi)d\xi+\int_0^x \vartheta_\xi(x,y;\xi,0)\nu(\xi)d\xi,\ (x,y)\in D_2,\end{aligned} \tag{21}$$

мында $\Phi_1(x,y),\ V_1(x,y)$ – берилген функциялар, $\vartheta(x,y;\xi,\eta)$ – болсо, төмөнкү жалгаштыруу маселесинин чечими болот:

$$L_2^*(\vartheta)\equiv-\vartheta_{\xi\eta\eta}-(a_2\vartheta)-(b_2\vartheta)+c_2\vartheta=0,\ \ \vartheta(x,y;\xi,\eta)\big|_{\eta=y}=0,\ \ \vartheta_\eta(x,y;\xi,\eta)\big|_{\eta=y}=1,\ 0\le\xi\le x,$$

$$\vartheta(x,y;\xi,\eta)\big|_{\xi=x}=\omega_2(x,y;\eta),\ \ y\le\eta\le 0,$$

ал эми а $\omega_2(x,y;\eta)$ – төмөнкү маселенин чечими катары аныкталат

$$\vartheta_{\eta\eta}(x,y;x,\eta)+a_2(x,\eta)\vartheta(x,y;x,\eta)=0,\quad \vartheta(x,y;x,\eta)\big|_{\eta=y}=0,\ \vartheta_\eta(x,y;x,\eta)\big|_{\eta=y}=1.$$

(20) жана (21) ден $\nu(x)$ ти жоготуп төмөндөгүнү алабыз

$$u(x,y)=\vartheta_\eta(x,y;x,0)\tau(x)+\int_0^x V_2(x,y;\xi)\tau(\xi)d\xi+\Phi_2(x,y)+r_1(x)\nu'(0)\,, \tag{22}$$

мында $V_2(x,y,\xi),\ \Phi_2(x,y),\ r_1(x)$ – берилген функциялар.

(17) нин экинчи чек аралык шартын пайдаланып (22)ден мына буга ээ болобуз

$$\vartheta_\eta(x,\sigma(x);\ x,0)\tau(x)=-\int_0^x V_2(x,\sigma(x);\ \xi)\tau(\xi)d\xi+\psi_1(x)-r_1(x)\nu'(0), \tag{23}$$

мында $\psi_1(x)=\psi(x)-\Phi_2(x,\sigma(x))$.

Эгерде

$$\forall x\in[0,\ell]:\ \vartheta_\eta(x,\sigma(x);x,0)\ne 0, \tag{24}$$

болсо, анда (23) теңдемени төмөнкү көрүнүштө жазып алабыз

$$\tau(x)=\psi_2(x)+r_2(x)\nu'(0)+\int_0^x V_3(x,\xi)\tau(\xi)d\xi, \tag{25}$$

мында $\psi_2(x),\ r_3(x),\ V_3(x,\xi)$ – берилген функциялар.

(25) теңдемени тескерилентип төмөнкүнү алабыз

$$\tau(x)=\psi_3(x)+r_3(x)\nu'(0)\,, \tag{26}$$

мында $\psi_3(x)=\psi_2(x)+\int_0^x R_2(x,\xi)\psi_2(\xi)d\xi,\quad r_3(x)=r_2(x)+\int_0^x R_2(x,\xi)r_2(\xi)d\xi,\quad R_2(x,\xi)$ – болсо $V_3(x,\xi)$ ядросунун резольвентасы. (16) нын экинчи шартынан мына бул макулдашуу шарты келип чыгарын байкоо кыйын эмес

$$\tau(\ell)+\int_0^\ell Q(x,0)\tau(x)dx=\varphi_2(0). \tag{27}$$

Эгерде

$$r=r_3(\ell)+\int_0^\ell Q(x,0)\,r_3(x)dx\neq 0, \tag{28}$$

болсо, анда (26) дан (27), (28) дерди эске алуу менен төмөндөгүнү табабыз

$$\nu'(0)=\frac{1}{r}\left[\varphi_2(0)-\psi_2(\ell)-\int_0^\ell Q(x,0)\psi_2(x)dx\right] \tag{29}$$

(29) дагы $\nu'(0)$ тин маанисин (29) га ордуна коюу менен белгисиз $\tau(x)$ функциясын биротоло таап алабыз. Анда (20) формуладан $\nu(x)$ ти да табабыз.

(21) көрсөтүлүшүндө $\tau(x)$ жана $\nu(x)$ тердин табылган мааанилерин ордуна коюу менен D_2 аймагында 2.2.1 маселесинин чечимин алабыз.

$\tau(x)$ ти аныктагандан кийин 2.2.1 маселесин чечүү, 2.1.1 бөлүмүндөгүдөй эле, төмөнкү көрүнүштөгү теңдемелер системасынын чечилишине келтирилет

$$H_{i1}(y)g_1(y)+H_{i2}(y)g_2(y)=\Phi_i(y)+\int_0^y\left[H_{i3}(y,\eta)g_1(\eta)+H_{i4}(y,\eta)g_2(\eta)d\eta\right]+$$
$$+\int_0^{\chi(y)}H_{i5}(y,\eta)u(\xi,y)d\xi+\int_0^{\chi(y)}d\xi\int_0^y H_{i6}(y,\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\eta,\quad i=1,2,$$

мында $u(0,y)=g_1(y), u_x(0,y)=g_2(y)$ ал эми $H_{ij}\,(i=1,2;\ j=\overline{1,6})$ – берилген функциялар, бул системанын чечимге ээ болушу

$$\forall y\in[0,h]:H_{11}(y)H_{22}(y)-H_{12}(y)H_{21}(y)\neq 0. \tag{30}$$

шарты аткарылган учурда болот.

Ошентип мына бул теорема далилденди.

2.2.1-теорема. Эгерде (15), (24), (28), (30) шарттары аткарылса, анда 2.2.1 маселесинин чечими жашайт жана жалгыз.

2.3 бөлүмүндө $D=\{(x,y):0<x<+\infty,\ 0<y<h\}$ аймагында

$$u_{xxx}-u_{xy}+c(x,y)u=f(x,y)\,, \tag{31}$$

теңдемени карайбыз, мында $c(x,y),\ f(x,y)$ – берилген функциялар.

(31) теңдеме [1] эмгегиндеги классификация боюнча чоң туундуларга карата биринчи каноникалык түргө тиешелеш келет, анткени мүнөздөмөлөр теңдемеси үч эселүү бир $y=0$ мүнөздөмөсүнө ээ, ошондуктан бул теңдеме көбүнчө эселүү мүнөздөмөлүү теңдеме деп аталат [1]. Бирок, u_{xy} мүчөсүнүн болгондугунан улам, маселенин коюлушу жана (1) теңдемесинин чечиминин касиеттери параболалык теңдемелерге окшош.

2.2.1-маселе. D аймагында (31) теңдемесинин үзгүлтүксүз жана u_x туундусу менен кошо чектелген,

$$u(0,y)=\varphi(y),\ 0\le y\le h\qquad , \tag{32}$$

$$u(x,0)=\tau(x),\ 0\le x<+\infty\ , \tag{33}$$

$$\int_0^{\alpha} u(x,y)\,dx=E(y),\ 0\le y\le h,\ \alpha=const>0, \tag{34}$$

шарттарын канааттандырган, мында $\varphi(y),\ \tau(x),\ E(y)$ – берилген функциялар, болгондо да

$$c(x,y),\ f(x,y)\in C(\overline{D}),\ E(y),\ \varphi(y)\in C^1[0,h],\quad \tau(x)\in C^3[0,+\infty)\ , \tag{35}$$

$$\int_0^{\alpha}\tau(x)\,dx=E(0),\quad \tau(0)=\varphi(0), \tag{36}$$

чечимин табуу керек.

Мындай белгилөөнү киргизебиз

$$u_x(x,y)=\vartheta(x,y)\ . \tag{37}$$

Мейли

$$u_x(0,y)=\theta(y)\ , \tag{38}$$

болсун, мында $\theta(y)$ – азырынча белгисиз функция. Анда, задача 2.1.2 маселеси төмөнкү маселеге келтирилет

$$\begin{cases}\vartheta_{xx}-\vartheta_y=F(x,y),\\ \vartheta(0,y)=\theta(y),\ 0\le y\le h,\ \vartheta(x,0)=\tau(x),\ 0\le x<+\infty,\end{cases} \tag{39}$$

мында $F(x,y)=f(x,y)-c(x,y)u$.

$G(x,y;\xi,\eta)=\dfrac{1}{2\sqrt{\pi(y-\eta)}}e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4(y-\eta)}}$ функциясын колдонуу менен жана (39) маселенин чечиминин негизинде төмөнкүнү алабыз

$$\begin{aligned}u(x,y)=\Phi_0(x,y)&+\int_0^x ds\int_0^y G_{\xi}(s,y;0,\eta)\,\theta(\eta)d\eta-\\ &-\int_0^x ds\int_0^y d\eta\int_0^{+\infty}G(s,y;\xi,\eta)c(\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\xi,\end{aligned} \tag{40}$$

мында $\Phi_0(x,y)$ белгисиз функция. (40) катышты Абельдин теңдемеси катары $\theta(y)$ ке салыштырмалуу тескерилентүү (обращая) менен төмөнкүгө ээ болобуз

$$\begin{aligned}\theta(y)=\theta_0(y)&+\int_0^y H_1(y,\eta)\theta(\eta)d\eta+\int_0^y d\eta\int_0^{\alpha}H_2(y,\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\xi+\\ &+\int_0^y d\eta\int_0^{+\infty}H_3(y,\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\xi,\end{aligned} \tag{41}$$

мында $\theta_0(y)=\dfrac{1}{\pi}\int_{\eta}^{y}\dfrac{E_1'(t)}{\sqrt{y-t}}dt,$ а $H_1(y,\eta),\ H_2(y,\xi,\eta),\ H_3(y,\xi,\eta)$ – теңдеменин коэффициент-тери жана $G(x,y;\xi,\eta)$ функциясы аркылуу туюнтулуучу, төмөнкү баалоолорду канааттандыруучу берилген функциялар:

$$|H_1(y,\eta)|\le\frac{C_1}{\sqrt{y-\eta}},\qquad |H_2(y,\xi,\eta)|\le\frac{C_2}{\sqrt{y-\eta}},\qquad |H_3(y,\xi,\eta)|\le\frac{C_3}{\sqrt{y-\eta}},\qquad 0\le x\le\beta,\quad \beta>>0,$$

$$|H_3(y,\xi,\eta)|\le\frac{C_4}{\sqrt{y-\eta}}e^{-\frac{\xi^2}{4(y-\eta)}},\ x>\beta\ .$$

(41) теңдемесин Вольтерранын күчсүз өзгөчөлүккө ээ болгон экинчи түрдөгү теңдемеси катары $\theta(y)$ ке карата тескерилентүү менен төмөнкүгө ээ болобуз

$$\theta(y)=\theta_1(y)+\int_0^y d\eta\int_0^{\alpha}T_1(y,\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\xi+\int_0^y d\eta\int_0^{+\infty}T_2(y;\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\xi, \tag{42}$$

мында $T_1(y;\xi,\eta),\ T_2(y;\xi,\eta)$, $\theta_1(y)$ – белгилүү функциялар, ал эми $R(y,t)$ – болсо $H_1(y,\eta)$ ядросунун резольвентасы. (42) дан $\theta(y)$ ти (40) ке ордуна коюу менен мына муну алабыз

$$u(x,y)=\Phi_1(x,y)+\int_0^y d\eta\int_0^\alpha K_1(x,y;\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\xi+\int_0^y d\eta\int_0^{+\infty} K_2(x,y;\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\xi, \quad (43)$$

мында $K_1(x,y;\xi,\eta),\ K_2(x,y;\xi,\eta),\ \Phi_1(x,y)$ – берилген функциялар.

(43) теңдеме экинчи түрдөгү Вольтерра тибиндеги интегралдык теңдемени берет, анын жалгыз чечиминин жашашы удаалаш жакындаштыруу методу менен далилденет.

Ошентип төмөнкү теорема орун алат.

2.2.1-теорема. Эгерде (35) жана (36) шарттары орун алган болсо, анда 2.2.1 маселесинин жалгыз үзгүлтүксүз жана чектелген чечими жашайт.

3.1 бөлүмүндө $D=\{(x,y):0<x<\ell,\ -h_1<y<h\}$ $(\ell,h,\ h_1>0)$ аймагында

$$L_1(u)\equiv u_{xxx}-u_{xy}=0,\quad (x,y)\in D_1=D\cap(y>0) \quad (44)$$

$$L_2(u)\equiv u_{xxy}+a_2u_{xx}+b_2u_{xy}+c_2u_x+d_2u_y+e_2u=0,\ (x,y)\in D_2=D\cap(y<0) \quad (45)$$

теңдемелери үчүн, мында $a_2,\ b_2, d_2,\ c_2, e_2$ – дегендер

$$\begin{aligned}&a_2\in C(\overline{D}_2)\cap C^{2+0}(D_2), b_2\in C(\overline{D}_2)\cap C^{1+1}(D_2),\\ &c_2\in C(\overline{D}_2)\cap C^{1+0}(D_2),\ d_2\in C(\overline{D}_2)\cap C^{0+1}(D_2)\ e_2\in C(\overline{D}_2),\end{aligned} \quad (46)$$

жылмакайлык шарттарын канаатандыруучу берилген функциялар, мына бул маселе изилденет:

3.1.1 маселе. *D_1 жана D_2 аймактарында тиешелүү түрдө (44) жана (45) теңдемелери,*

$$u(0,y)=\varphi_1(y),\ u_x(0,y)=\varphi_2(y),\ u(\ell,y)=\varphi_3(y),\ 0\le y\le h, \quad (47)$$

$$u(0,y)=\chi_1(y),\ u_x(0,y)=\chi_2(y),\quad -h_1\le y\le 0, \quad (48)$$

чектик шарттарын жана

$$u(x,-0)=u(x,+0),\ u_y(x,-0)=u_y(x,+0),\ 0\le x\le \ell, \quad (49)$$

жалгаштыруу шарттарын канааттандыруучу, мында $\varphi_i(y)\ (i=1,3),\ \chi_j(y)\ (j=1,2)$ – дегендер

$$\varphi_1(y),\ \varphi_3(y)\in C^2[0,h],\ \varphi_2(y)\in C^1[0,h],\ \chi_i(y)\in C^1[-h_1,0]\ (i=1,2) \quad (50)$$

жылмакайлык шарттарын жана

$$\varphi_1(0)=\chi_1(0),\ \varphi_1'(0)=\chi_1'(0),\ \varphi_2(0)=\chi_2(0). \quad (51)$$

макулдашуу шарттарын канааттандыруучу берилген жылмакай функциялар.

2.1 бөлүмүндө белгиленип кеткендей, (44) теңдемеси $y=0$ чыныгы мүнөздөмөсүнө ээ болгон эселүү мүнөздөмөлүү теңдеме деп аталат. (45) теңдемеси көбүнчө псевдопараболалык деп да аталат. Бул теңдеме эки эселүү $y=0$ чыныгы мүнөздөмөсүнө ээ, андыктан теңдеме эки эселүү $y=0$ чыныгы мүнөздөмөсүнө жана бир эселүү $x=0$ мүнөздөмөсүнө ээ. Ошондуктан 3.1.1 маселесинде $y=0$ сызыгы эки теңдемеге тең эки эселүү мүнөздөмө болот.

Мындай $u(x,-0)=u(x,+0)=\tau(x),\ u_y(x,-0)=u_y(x,+0)=\nu(x),\ 0\le x\le\ell,$ белгилөөлөрдү киргизебиз, мында $\tau(x),\ \nu(x)$ – азырынча белгисиз функциялар.

(44) теңдемени

$$u_{xx}-u_y=\omega(y)-\varphi_1'(y), \quad (52)$$

көрүнүншүндө жазып алып, мында $\omega(y)$ – белгисиз функция, анан $y\to 0$ учурда $\tau(x)$ жана $\nu(x)$ тин ортосундагы функционалдык катышка ээ болобуз:

$$\tau''(x)-\nu(x)=\omega(0)-\varphi_1'(0). \quad (53)$$

$\tau(x)$ менен $\nu(x)$ тин ортосундагы экинчи функционалдык катышты алуу үчүн төмөнкү жардамчы маселени карайбыз: *(45) теңдемени, (58) чектик шарттарын жана* $u(x,0)=\tau(x),\ 0\le x\le \ell.$ *баштапкы шартын канаатандыруучу* $u(x,y)\in C^1(\overline{D}_2)\cap \cap C^{1+1}(D_2)\cap C^{2+1}(D_2)$ *функциясын табуу керек.*

2.1 бөлүмүндө колдонулган түйүндөш маселелер методу менен жардамчы маселенин чечиминин көрүнүшүн мына мындай көрүнүштө алабыз

$$u(x,y)=\vartheta_\xi(x,y;x,0)\tau(x)+\int_0^x A_1(x,y;\xi)\tau(\xi)d\xi+$$
$$+\int_0^y\left[b_1(x,y;\eta)\chi_1'(\eta)-\vartheta(x,y;0,\eta)\chi_2'(\eta)+C_1(x,y;\eta)\chi_2(\eta)+E_1(x,y;\eta)\chi_1(\eta)\right]d\eta, \quad (54)$$

мында $A_1(x,y;\xi),\ B_1(x,y;\eta),\ C_1(x,y;\eta),\ E_1(x,y;\eta)$ – берилген функциялар, ал эми $\vartheta(x,y,\xi,\eta)$ функциясы – төмөнкү маселенин чечими болот:

$$L^*_{2(\xi,\eta)}(\vartheta(x,y;\xi,\eta))\equiv-\vartheta_{\xi\xi\eta}+(a_2\vartheta)_{\xi\xi}+(b_2\vartheta)_{\xi\eta}-(c_2\vartheta)_\xi-(d_2\vartheta)_\eta+e_2\vartheta=0,$$
$$(\xi,\eta)\in D_2^*=\{(x,y):0<\xi<x,\ y<\eta<0\},$$
$$\vartheta(x,y;\xi,\eta)|_{\xi=x}=0,\ \ \vartheta_\xi(x,y;\xi,\eta)|_{\xi=x}=\exp\left(\int_y^\eta a_2(x,t)dt\right),\ y\le\eta\le 0; \quad (55)$$
$$\vartheta(x,y;\xi,\eta)|_{\eta=y}=\theta_1(x,y;\xi),\ 0\le\xi\le x,$$

мында $\theta_1(x,y;\xi)$ – төмөнкү баштапкы маселенин чечими катары бир маанилүү түрдө аныкталат:

$$\vartheta_{\xi\xi}(x,y;\xi,y)-[b_2(\xi,y)\vartheta(x,y;\xi,y)]_\xi+d_2(\xi,y)\vartheta(x,y;\xi,y)=0,\ 0<\xi<x,$$
$$\vartheta(x,y;\xi,y)\Big|_{\xi=x}=0,\ \vartheta_\xi(x,y;\xi,y)\Big|_{\xi=x}=1.$$

(46) шарт аткарылган учурда (55) теңдеменин бир маанилүү чечилиши интегралдык теңдемелер ыкмасы менен көрсөтүлөт.

$u(x,y)$ ден y боюнча туундуну эсептеп, (54) формуланы пайдалануу менен, андан соң y ти нөлгө умтултуп $\tau(x)$ менен $\nu(x)$ тин ортосундагы катышка ээ болобуз

$$\nu(x)=\vartheta_{\xi y}(x,0;x,0)\tau(x)+\int_0^x A_{1y}(x,0;\xi)\tau(\xi)d\xi+g_1(x), \quad (56)$$

мында $g_1(x)=B_1(x,0,0)\chi_1'(0)-\vartheta(x,0;0,0)\chi_2'(0)+C_1(x,0,0)\chi_2(0)+E_1(x,0,0)\chi_1(0).$

(57) жана (60) тан $\nu(x)$ ти жоготуп төмөнкүнү алабыз

$$\tau''(x)=\omega(0)+a_1(x)\tau(x)+\int_0^x\tilde{A}_1(x,\xi)\tau(\xi)d\xi+\tilde{g}_1(x), \quad (57)$$

мында $\tilde{g}_1(x)=g_1(x)-\varphi_1'(0),\ a_1(x)=\vartheta_{\xi y}(x,0;x,0),\ \ \tilde{A}_1(x,\xi)=A_{1y}(x,0;\xi),$ ал эми $\omega(0)$ – белгисиз константа.

(57) теңдеменин $\tau(0)=\chi_1(0),\ \tau'(0)=\chi_2(0)$ баштапкы шарттары учурундагы чечимин мына мындай көрүнүштө көрсөтөбүз

$$\tau(x)=\frac{1}{2}\omega(0)x^2+\int_0^x A_2(x,\xi)\tau(\xi)d\xi+g_2(x), \quad (58)$$

мында $A_2(x,\xi),\ \ g_2(x)$ – берилген функциялар. $\omega(0)$ белгисиз турактуусун $\tau(\ell)=\varphi_2(0)$ макулдашуу шартынан аныктайбыз. Анда (58) ден $\tau(x)$ үчүн төмөнкү интергалдык теңдемени алабыз:

$$\tau(x) = g_3(x) + \int_0^x A_2(x,\xi)\tau(\xi)d\xi - \frac{x^2}{\ell^2}\int_0^\ell A_2(\ell,\xi)\tau_1(\xi)d\xi \qquad (59)$$

мында $g_3(x) = g_2(x) + \frac{1}{\ell^2}[\varphi_2(o) - g_2(e)]x^2$. (40) теңдеменин вольтердик бөлүгүн тескерилентkенден кийин Фредгольмдун экинчи түрдөгү теңдемесине келебиз

$$\tau(x) = g(x) + \int_0^\ell H(x,\xi)\tau(\xi)d\xi, \qquad (60)$$

мында $H(x,\xi),\, g(x),\, R(x,t)$ – белгисиз функциялар, ал эми $R(x,t), A_2(x,t)$ ядросунун резольвентасы.

Интегралдык теңдемелердин жалпы теориясына ылайык, эгерде

$$\ell H < 1, \qquad (61)$$

болсо, мында $H = \max\limits_{0\le x,\xi\le\ell}|H(x,\xi)|$, анда (60) теңдемеси жалгыз чечимге ээ болот.

D_1 аймагында 3.1.1 маселесин чечүү Грин функциясынын методу аркылуу ишке ашырылат.

3.1.1-теорема. Эгерде (46), (50), (51) жана (61) шарттары орун алса, анда 3.1.1 маселесинин чечими жашайт жана жалгыз.

3.2 бөлүмүндө

$$L_1(u) \equiv u_{xxy} + \mathrm{a}(x,y)u_x + b(x,y)u_y + c(x,y)u = 0,\ (x,y)\in D_1, \qquad (62)$$

$$L_2(u) \equiv u_{xxx} - u_{yy} = 0,\ (x,y)\in D_2, \qquad (63)$$

көрүнүшүндөгү теңдеме үчүн, мында $D_1 = \{(x,y): 0<x<\ell, 0<y<h_1\}$, $D_2 = \{(x,y): 0<x<\ell, -h_2<y<0\}$, $\ell,\, h_1,\, h_2 > 0$, а $D = D_1 \cup D_2$, мына бул чектик маселе каралат.

3.1.1-маселе. *D_1 аймагында (68) теңдемени, ал эми D_2 аймагында (69) теңдемени канааттандыруучу, ошондой эле төмөнкү чектик шарттарды:*

$$u(0,y) = \varphi_1(y),\ u(\ell,y) = \varphi_2(y),\ 0\le y\le h_1, \qquad (64)$$

$$\begin{aligned} &u(0,y) = \chi_1(y),\ u(\ell,y) = \chi_2(y), u_x(\ell,y) = \chi_3(y),\ -h_2\le y\le 0 \\ &u(x,-h_2) = \psi(x),\ 0\le x\le\ell \end{aligned} \qquad (65)$$

канааттандыруучу $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap C^1(D)\cap[C^{2+1}(D_1)\cup C^{3+2}(D_2)]$ функциясын D аймагында табуу керек, мында $\varphi_i(y)$ $(i=1,2)$, $\chi_j(y)$ $(j=\overline{1,3})$ берилген функциялар, алар үчүн

$$\varphi_i(y)\in C^1[0,h_1]\ (i=1,\,2),\ \chi_j(y)\in C^1[-h_2,0]\ (j=\overline{1,3}), \qquad (66)$$

$$\psi(0) = \chi_1(-h_2),\ \psi(\ell) = \chi_2(-h_2),\quad \varphi_i^{(k)}(0) = \chi_i^{(k)}(0)\ \ (i=1,2;\ k=0,1). \qquad (67)$$

шарттары орун алат.

Белгилеп кетүүчү нерсе, 3.2.1 маселесинин коюлушунан $y=0$ сызыгындагы мына мындай жалгаштыруу шарттары келип чыгат: $u(x,+0)=u(x,-0)$, $u_y(x,+0)=u_y(x,-0)$, $0\le x\le\ell$.

(62) теңдеменин коэффициенттерине карата төмөнкү шарттардын аткарылышы болжолдонот:

$$a(x,y)\in C(D_1)\cap C^{1+0}(D_1),\ \mathrm{b}(x,y)\in C(D_1)\cap C^{0+1}(D_1),\ c(x,y)\in C(\overline{D_1}). \qquad (68)$$

Мындай белгилөө киргизебиз

$$u(x,0) = \tau(x),\ u_y(x,0) = \nu(x),\ 0\le x\le\ell, \qquad (69)$$

мында $\tau(x)$, $\nu(x)$ – азырынча белгисиз функциялар.

Анда (67) нин негизинде төмөндөгүдөй макулдашуу шарттарына ээ болобуз

$$\tau(0) = \varphi_1(0) = \chi_1(0),\ \tau'(\ell) = \chi_3(0),\ \tau(\ell) = \varphi_2(0) = \chi_2(0), \qquad (70)$$

$$\nu(0)=\varphi_1'(0)=\chi_1'(0)\,,\ \nu(\ell)=\varphi_2'(0)=\chi_2'(0)\,. \tag{71}$$

(62) теңдемесинде $y\to+0$ дагы пределге өтүп мына буга ээ болобуз

$$\nu''(x)+a(x,0)\tau'(x)+b(x,0)\,\nu(x)+c(x,0)\,\tau(x)=0,\ 0<x<\ell\,. \tag{72}$$

3.2 бөлүмүнүн негизги жыйынтыгы болуп 3.2.1 маселесинин чечиминин жалгыздыгы теоремасын далилдөө эсептелет.

3.2.1-теорема. Эгерде (66), (67), (68), (70), (71) шарттары аткарылса жана

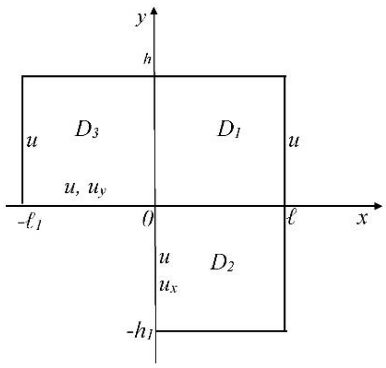
$$\forall x\in[0,\ell]:\ c(x,0)\neq 0\,, \tag{73}$$

$$\forall x\in[0,\ell]:\ a(x,0)\neq 0,\ \frac{1-b(x,0)}{c(x,0)}\le 0\,, \tag{74}$$

$$\left.\begin{aligned}&\forall x\in[0,\ell]:\ b(x,h_1)\le 0,\\ &\forall (x,y)\in D_1:\ a(x,y)+b_y(x,y)-2c(x,y)\ge 0,\end{aligned}\right\} \tag{75}$$

болсо, анда 3.2.1 маселеси жалгыз чечимге ээ болот.

4.1 бөлүмүндө $x=0,y=-h_1,\quad x=\ell,y=h,x=-\ell_1,y=0,(\ell,\ell_1,h,h_1>0)$ түздөрүнүн кесиндилери менен чектелген D аймагында (3-чийме)



$$L_1(u)\equiv u_{xxx}-u_{xy}+a_1u_x+d_1u=0,(x,y)\in D_1, \tag{76}$$

$$L_2(u)\equiv u_{xxy}+a_2u_{xx}+b_2u_{xy}+c_2u_x+d_2u_y+e_2u=0,(x,y)\in D_2, \tag{77}$$

$$L_3(u)\equiv u_{xyy}+a_3u_{xy}+b_3u_{yy}+c_3u_x+d_3u_y+e_3u=0,(x,y)\in D_3, \tag{78}$$

теңдемелери үчүн чиркештирүү маселесин карайбыз, мында $a_i,d_i,b_j,c_j,e_j,(i=\overline{1,3},\ j=2,3)$ – берилген функциялар, ал эми $D_1=D\cap(x>0,y>0)$, $D_2=D\cap(x>0,y<0)$, $D_3=D\cap(x<0,y>0)$.

Коэффициенттерге карата төмөндөгүдөй деп эсептейбиз:

$$\begin{aligned}&a_1,d_1\in C(\overline{D}_1),\ a_2\in C(\overline{D}_2)\cap C^{2+0}(D_2),\ b_2\in C(\overline{D}_2)\cap C^{1+1}(D_2),\ a_3\in C(\overline{D}_3)\cap C^{1+1}(D_3),\\ &b_3\in C(\overline{D}_3)\cap C^{0+2}(D_3),\ \ c_j\in C(\overline{D}_j)\cap C^{1+0}(D_j),d_j\in C(\overline{D}_j)\cap C^{0+1}(D_j),\ e_j\in C(\overline{D}_j)\quad (j=2,3)\end{aligned} \tag{79}$$

4.1.1-маселе. D_1, D_2 жана D_3 аймактарында тиешелүү түрдө (76), (77) и (78) теңдемелерин

$$\begin{aligned}&u(-\ell_1,y)=\varphi_1(y),u(\ell,y)=\varphi_2(y),0\le y\le h,\quad u(0,y)=\chi_1(y),u_x(0,y)=\chi_2(y),-h_1\le y\le 0,\\ &u(x,0)=\psi_1(x),u_y(x,0)=\psi_2(x),-\ell_1\le x\le 0\end{aligned} \tag{80}$$

чектик шарттарын жана

$$\begin{aligned}&u(x,-0)=u(x,+0),u_y(x,-0)=u_y(x,+0),0\le x\le\ell,\\ &u(-0,y)=u(+0,y),u_x(-0,y)=u_x(+0,y),0\le y\le h,\end{aligned} \tag{81}$$

жалгаштыруу шарттарын канаатандыруучу $u(x,y)\in C(\overline{D}_j)\cap[C^{1+1}(D_1)\cup C^{1+2}(D_3)]\cap C^{3+0}$, $(i=1,2,3)$, функциясын табуу керек, мында $\varphi_i(y),\chi_i(y),\psi_i(x)(i=1,2)$ – берилген жылмакай функциялар, болгондо да

$$\varphi_1(y)\in C^2[0,h],\varphi_2(y)\in C^1[0,h],\chi_i(y)\in C^1[-h_1,0],\psi_i(x)\in C^1[-\ell_1,0]\,(i=1,2); \tag{82}$$

$$\varphi_1(0)=\psi_1(-\ell_1),\psi_1(0)=\chi_1(0),\psi_2(0)=\chi_1'(0),\psi_1'(0)=\chi_2(0),\psi_2'(0)=\chi_2'(0). \tag{83}$$

Төмөндөгүдөй белгилөөлөрдү киргизебиз:

$$\begin{aligned}&u(-0,y)=u(+0,y)=\tau_2(y),u_x(-0,y)=u_x(+0,y)=\nu_2(y),0\le y\le h,\\ &u(-0,y)=u(+0,y)=\tau_2(y),u_x(-0,y)=u_x(+0,y)=\nu_2(y),0\le y\le h,\end{aligned} \tag{84}$$

мында $\tau_1(x),\tau_2(y),\nu_1(x),\nu_2(y)$ – азырынча белгисиз функциялар.

4.1.1 маселесинин чечимдеринин жашашын жана жалгыздыгын далилдөө төмөнкү алгоритм боюнча жүргүзүлөт:

1). 4.1.1 маселесинин D_2 аймагындагы чечимин мындай көрүнүштө көрсөтөбүз

$$u(x,y)=\upsilon_\xi(x,y;x,0)\tau_1(x)+\int_0^x A_1(x,y;\xi)\tau_1(\xi)d\xi+$$
$$+\int_0^y [B_1(x,y;\eta)\chi_1'(\eta)-\upsilon(x,y;0,\eta)\chi_2'(\eta)+C_1(x,y;\eta)\chi_2(\eta)+E_1(x,y;\eta)\chi_1(\eta)]d\eta, \tag{85}$$

мында $A_1(x,y;\xi),\ B_1(x,y;\eta),\ C_1(x,y;\eta),\ E_1(x,y;\eta)$ – берилген функциялар, ал эми $\upsilon(x,y;\xi,\eta)$ – төмөнкү маселенин чечими болот:

$$L_2^*(\upsilon)\equiv-\upsilon_{\xi\xi\eta}+(a_2\upsilon)_{\xi\xi}+(b_2\upsilon)_{\xi\eta}-(c_2\upsilon)_\xi-(d_2\upsilon)_\eta+e_2\upsilon=0,(\xi,\eta)\in D_2^*,$$
$$\upsilon(x,y;\xi,\eta)|_{\xi=x}=0,\upsilon_\xi(x,y;\xi,\eta)|_{\xi=x}=\exp\left(\int_y^\eta a_2(x,t)dt\right),y\le\eta\le0, \tag{86}$$
$$\upsilon(x,y;\xi,\eta)|_{\eta=y}=\theta_1(x,y;\xi),0\le\xi\le x,$$

мында $\theta_1(x,y;\xi)$ – төмөнкү Коши маселесинин чечими:

$$\upsilon_{\xi\xi}(x,y;\xi,y)-[b_2(\xi,y)\upsilon(x,y;\xi,y)]_\xi+d_2(\xi,y)\upsilon(x,y;\xi,y)=0,0<\xi<x,$$
$$\upsilon(x,y;\xi,y)|_{\xi=x}=0,\upsilon_\xi(x,y;\xi,y)|_{\xi=x}=1. \tag{87}$$

Белгилеп кетчү нерсе, (86) – (87) маселеси $C^{2+1}(D_2^*)$ классында жалгыз чечимге ээ болуучу төмөнкү көрүнүштөгү Вольтерранын интегралдык теңдемесине

$$\upsilon(x,y;\xi,\eta)=\xi-x+\int_x^\xi B(\xi,\eta,s)\upsilon(x,y;s,\eta)ds+\int_y^\eta a_2(\xi,t)\upsilon(x,y;\xi,t)dt+\int_x^\xi ds\int_y^\eta C(\xi,s,t)\upsilon(x,y;s,t)dt,$$

эквиваленттүү түрдө келтирүү менен чечилет, мында

$$B(\xi,\eta,s)=b_2(s,\eta)-(\xi-s)d_2(s,\eta),C(\xi,s,t)=-c_2(s,t)+(\xi-s)e_2(s,t).$$

2). (85) ден D_2 аймагынан алынган $\tau_1(x)$ менен $\nu_1(x)$ тин ортосундагы катышты табабыз:

$$\nu_1(x)=\upsilon_{\xi y}(x,0;x,0)\tau_1(x)+\int_0^x A_{1y}(x,0;\xi)\tau_1(\xi)d\xi+g_1(x), \tag{88}$$

мында $g_1(x)=B_1(x,0,0)\chi_1'(0)-\upsilon(x,0;0,0)\chi_2'(0)+C_1(x,0,0)\chi_2(0)+E_1(x,0,0)\chi_2(0).$

3). D_1 аймагынан алынып келинген $\tau_1(x)$ менен $\nu_1(x)$ тин ортосундагы катышты табабыз. Ал үчүн (76) теңдемесин 0 дөн x ке чейинки пределдерде интегралдап төмөнкүгө ээ болобуз

$$u_{xx}-u_y=\omega(y)-a_1(x,y)u+\int_0^x \tilde{d}_1(\xi,y)u(\xi,y)d\xi+T_0(x,y), \tag{89}$$

$$\tilde{d}_1(\xi,y)=a_{1\xi}(\xi,y)-d_1(\xi,y),T_0(x,y)=a_1(0,y)\tau_2(y)-\tau_2'(y).$$

Мындан $y\to+0$ дагы пределге өтүп $\tau_1(x)$ менен $\nu_1(x)$ тин ортосундагы катышты алабыз:

$$\tau_1''(x)-\nu_1(x)=\omega(0)-a_1(x,0)\tau_1(x)+\int_0^x \tilde{d}_1(\xi,0)\tau_1(\xi)d\xi+T_0(x,0). \tag{90}$$

4). (88) жана (90) тен $\nu_1(x)$ ти жоготуп төмөнкү интегралдык теңдемени алабыз

$$\tau_1(x)=g(x)+\int_0^\ell H_1(x,\xi)\tau_1(\xi)d\xi, \tag{91}$$

бул жерде $H_1(x,\xi),\ g(x)$ – берилген функциялар.

Эгерде

$$\ell H<1 \tag{92}$$

болсо, анда (91) теңдеме жалгыз чечимге ээ болот, мында $H = \max\limits_{0\le x,\, \xi\le \ell} |H_1(x,\xi)|$.

5). D_3 аймагында 4.1.1 маселесинин төмөнкү көрүнүштө көрсөтүлүүчү чечимин тургузабыз

$$u(x,y) = w_\eta(x,y;0,y)\tau_2(y) + \int_0^y A_2(x,y;\eta)\tau_2(\eta)d\eta + \int_0^x [B_2(x,y;\xi)\psi_1'(\xi) - \\ - w(x,y;\xi,0)\psi_2'(\xi) + C_2(x,y;\xi)\psi_2(\xi) + E_2(x,y;\xi)\psi_1(\xi)]d\xi, \tag{93}$$

мында $A_2(x,y;\xi),\ B_2(x,y;\xi),\ C_3(x,y;\xi),\ E_2(x,y;\xi)$ – (78) теңдемесинин коэффициенттери жана төмөндөгү маселенин чечими катары аныкталуучу $w(x,y;\xi,\eta)$ функциясы аркылуу туюнтулуучу белгилүү функциялар:

$$L_3^*(w) \equiv -w_{\xi\eta\eta} + (a_3 w)_{\xi\eta} + (b_3 w)_{\eta\eta} - (c_3 w)_\xi - (d_3 w)_\eta + e_3 w = 0,\ (\xi,\eta)\in D_3^* = \{(\xi,\eta): x<\xi<0,\ 0<\eta<y\},$$
$$w(x,y;\xi,\eta)|_{\eta=y} = 0,\ w_\eta(x,y;\xi,\eta)|_{\eta=y} = \exp\left(\int_x^\xi b_3(s,y)ds\right),\ \ x\le\xi\le 0,\ \ w(x,y;\xi,\eta)|_{\xi=x} = \theta_2(x,y;\eta), \tag{94}$$

мында $\theta_2(x,y;\eta)$ – мына бул баштапкы маселенин чечими:

$$w_{\eta\eta}(x,y;x,\eta) - [a_3(x,\eta)w]_\eta + c_3(x,\eta)w = 0, 0<\eta<y, \\ w(x,y;x,\eta)|_{\eta=0} = 0,\ w_\eta(x,y;x,\eta)|_{\eta=0} = 1. \tag{95}$$

(79) шарттары аткарылган учурда (94), (95) маселесинин чечими жашайт жана жалгыз.

6). (79) дун биринчи шартын пайдаланып жана $w_\eta(-\ell_1,y;0,y) > 0$ экендигин эске алып (4.1.32) ден мына муну алабыз

$$\tau_2(y) = \gamma(y) + \int_0^y H_2(y,\eta)\tau_2(\eta)d\eta, \tag{96}$$

мында $H_2(y,\eta),\ \gamma(x)$ – белгилүү функциялар.

7). (96) дан $\tau_2(y)$ ти аныктап, (93) фомуласы боюнча 4.1.1 маселесинин D_3 аймагындагы чечимин бир маанилүү түрдө табабыз. Анда $\nu_2(y) = u_x(0,y)$ ти да аныктоого болот.

8). 4.1.1 маселесинин D_1 аймагындагы чечимин табабыз. Ал үчүн (90) теңдеменин

$$u_x(0,y) = \nu_2(y),\ u(\ell,y) = \varphi_2(y), 0\le y\le h,\ u(x,0) = \tau_1(x), 0\le x\le \ell,$$

шарттарын канааттандырган чечимин төмөнкү көрүнүштө көрсөтөбүз

$$u(x,y) = -\int_0^y M(x,y,\eta)\omega(\eta)d\eta + \int_0^\ell d\xi \int_0^y K_1(x,y;\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\eta + T_1(x,y), \tag{97}$$

мында $M(x,y,\eta),\ K_1(x,y;\xi,\eta),\ T_1(x,y)$ – белгилүү функциялар.

9). $u(0,y) = \tau_2(y)$ шартын пайдаланып (97) ден $\omega(y)$ үчүн мына бул интегралдык теңдемени алабыз:

$$\omega(y) + \int_0^y M_y(0,y,\eta)\omega(\eta)d\eta = r_0'(y) + \int_0^\ell d\xi \int_0^y K_{1y}(0,y;\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\eta,$$

анын тескерилениши (обращение) төмөнкү көрүнүшкө ээ болот

$$\omega(y) = r(y) + \int_0^\ell d\xi \int_0^y K_2(y,\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\eta. \tag{98}$$

10). (98) жана (97) ден $\omega(y)$ ти жоготуп $u(x,y)$ ке карата жалгыз чечимге ээ болуучу Вольтерра тибиндеги төмөндөгүдөй интегралдык теңдемени алабыз:

$$u(x,y)=T(x,y)+\int_0^{\ell}d\xi\int_0^{y}K(x,y;\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\eta, \qquad (99)$$

мында $K(x,y;\xi,\eta),\ \ T(x,y)$ – белгилүү функциялар.

Ошентип төмөнкү теорема далилденди

4.1.1-теорема. Эгерде (79), (82), (83) жана (92) шарттары орун алса, анда 4.1.1-маселеси жалгыз чечимге ээ болот.

4.2 бөлүмүндө $x=0,\ y=-h_1,\ x=\ell,\ y=h,\ x=-\ell_1,\ y=0\ (h,\ h_1,\ \ell,\ \ell_1>0)$ түздөрүнүн кесиндилери менен чектелген D аймагында

$$L_1(u)\equiv u_{xxx}-u_{xy}+a_1u_x+d_1u=0,(x,y)\in D_1, \qquad (100)$$

$$L_2(u)\equiv u_{xyy}+a_2u_{xy}+b_2u_{yy}+c_2u_x+d_2u_y+e_2u=0,(x,y)\in D_2, \qquad (101)$$

$$L_3(u)\equiv u_{xyy}+a_3u_{xy}+b_3u_{yy}+c_3u_x+d_3u_y+e_3u=0,(x,y)\in D_3, \qquad (102)$$

теңдемелери үчүн жалгаштыруу маселесин карайбыз, мында $a_i,d_i,b_j,c_j,e_j(i=\overline{1,3},\ j=2,3)$ – берилген функциялар, ал эми $D_1=D\cap(x>0,y>0),D_2=D\cap(x>0,y<0),$ $D_3=D\cap(x<0,y>0).$

D аймагында (100) – (102) теңдемелерин үзгүлтүктүү коэффициенттүү үчүнчү тартиптеги теңдемелер катары кароого болот. Ошондуктан $y=0$ жана $x=0$ сызыктарында жалгаштыруу шартынын аткарылышын талап кылабыз:

$$u(x,-0)=u(x,+0),u_y(x,-0)=u_y(x,+0),0\le x\le\ell, \qquad (103)$$

$$u(-0,y)=u(+0,y),u_x(-0,y)=u_x(+0,y),0\le y\le h. \qquad (104)$$

Коэффициенттерге карата төмөндөгүдөй деп болжолдойбуз:

$$\begin{gathered}a_1\in C^{1+0}(\overline{D}_1),d_1\in C(\overline{D}_1),a_2\in C(\overline{D}_2)\cap C^{1+1}(D_2),\ b_2\in C(\overline{D}_2)\cap C^{0+2}(D_2),c_2\in C(D_2)\cap C^{1+0}(D_2),\\ d_2\in C(D_2)\cap C^{0+1}\cap(D_2),e_2\in C(\overline{D}_2),\\ a_3\in C(\overline{D}_3)\cap C^{1+1}(D_3),\ b_3\in C(\overline{D}_3)\cap C^{0+2}(D_3),c_3\in C(\overline{D}_3)\cap C^{1+0}(D_3),\ d_3\in C(\overline{D}_3)\cap C^{0+1}(D_3),e_3\in C(\overline{D}_3).\end{gathered} \qquad (105)$$

4.2.1-маселе. D аймагында (100), (101) жана (102) теңдемелерин тиешелүү түрдө D_1,D_2 жана D_3 аймактарында канааттандыруучу, (103), (104) жалгаштыруу шарттарын жана

$$\begin{gathered}u(\ell,y)=\varphi_1(y),u(-\ell_1,y)=\varphi_2(y),0\le y\le h,\ u(x,0)=\psi_1(x),u_y(x,0)=\psi_2(x),-\ell_1\le x\le 0,\\ u(0,y)=\chi(y),-h_1\le y\le 0,\ u(x,-h_1)=\psi_3(x),0\le x\le\ell,\end{gathered} \qquad (106)$$

чектик шарттарын канаатандыруучу $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap[C^{1+1}(D_1)\cup C^{1+2}(D_i)]\cap$ $\cap C^{3+0}(D_1)(i=2,3)$ функциясын табуу керек, мында $\varphi_i(y)(i=1,2),\psi_j(x)(j=\overline{1,3}),\chi(y)$ – берлиген функциялар, болгондо да алар үчүн

$$\begin{gathered}\varphi_1(y)\in C^1[0,h],\varphi_2(y)\in C^2[0,h],\psi_i(x)\in C^1[-\ell,0](i=1,2),\\ \psi_3(x)\in C^1[0,\ell],\chi(y)\in C^2[-h_1,0],\end{gathered} \qquad (107)$$

$$\psi_1(0)=\chi(0),\varphi_2(0)=\psi_1(-\ell_1),\psi_2(0)=\chi'(0),\ \chi(-h_1)=\psi_3(0). \qquad (108)$$

4.2.1 маселесин чечүү үчүн төмөндөгүдөй белгилөөлөрдү киргизебиз

$$u(x,-0)=u(x,+0)=\tau_1(x),u_y(x,-0)=u_y(x,+0)=\nu_1(x),0\le x\le\ell, \qquad (109)$$

$$u(-0,y)=u(+0,y)=\tau_2(y),u_x(-0,y)=u_x(+0,y)=\nu_2(y),0\le y\le h, \qquad (110)$$

мында $\tau_i,\nu_i(i=\overline{1,2})$ – азырынча белгисиз функциялар.

4.2.1 маселесин чечүү алгоритми 4.1.1 маселесиники менен окшош.

1). D_1 жана D_2 аймактарынан $\tau_2(x)$ менен $\nu_1(x)$ функцияларынын ортосундагы катыштарды алуу методу менен

$$\forall x \in [0, \ell] \;\; \forall y \in [-h_1, 0] : a_2(x, y) + yc_2(x, y) \geq 0, \tag{111}$$

шарты аткарылган учурда $y = 0$ сызыгында Фредгольмдун экинчи түрдөгү интегралдык теңдемесине келебиз

$$\tau_1(x) = \Psi(x) + \int_0^\ell K(x,t)\tau_1(t)dt, \tag{112}$$

ал, эгерде

$$\ell K < 1, \tag{113}$$

болсо жалгыз чечимге ээ болот, мында $K = \max\limits_{0 \leq x,\, t \leq \ell} |K(x,t)|,$ ал эми $K(x,t)$ жана $\Psi(x)$ функциялары 4.2.1 маселесинин берилиштери аркылуу туюнтулат.

2). Ушуга эле окшош

$$\forall (x, y) \in \overline{D_3} : b_3(x, y) \geq 0, \tag{114}$$

шарты аткарылган учурда, жалгыз чечимге ээ болуучу Вольтерранын экинчи түрдөгү интегралдык теңдемесине ээ болобуз

$$\tau_2(y) = \Phi(y) + \int_0^y K(y,\eta)\tau_2(\eta)d\eta,$$

мында $K(y,\eta),\Phi(y)$ – 4.2.1 маселесинин берилиштери аркылуу туюнтулуучу белгилүү функциялар.

3). (112), (114) төрдү тиешелүү түрдө $\tau_1(y)$, $\tau_2(y)$ функцияларын аныктап, $u(x, y)$ үчүн Вольтерранын экинчи түрдөгү төмөнкү интегралдык теңдемесине ээ болобуз

$$u(x, y) = T(x, y) + \int_0^\ell d\xi \int_0^y K(x, y; \xi, \eta)u(\xi, \eta)d\eta,$$

ал жалгыз чечимге ээ болот. Бул жерде $T(x, y),\; K(x, y; \xi, \eta)$ – 4.2.1 маселесинин берилиштери аркылуу туюнтулуучу белгилүү функциялар. Ошону менен төмөнкү теорема далилденди.

Теорема 4.2.1. Эгерде (105), (107), (108), (111), (113) жана (114) шарттары орун алса, анда 4.2.1маселесинин чечими жашайт жана жалгыз.

4.3 бөлүмүндө $x = 0, y = -h_1,\; x = \ell, y = h, x = -\ell_1, y = 0\;\; (\ell, \ell_1, \mathrm{h}, \mathrm{h}_1 > 0)$ түздөрү менен чектелген D аймагында тибин өзгөртүүчү эки сызыкка ээ болгон аралаш параболалык-гиперболалык теңдеме үчүн

$$L_1(u) \equiv u_{xxx} - u_{xy} = 0,\; (x, y) \in D_1, \tag{115}$$

$$L_2(u) \equiv u_{xxy} + b_1(x, y)u_{xy} + d(x, y)u_y = 0,\; (x, y) \in D_2, \tag{116}$$

$$L_3(u) \equiv u_{xyy} + b_2(x, y)u_{xy} + c(x, y)u_x = 0,\; (x, y) \in D_3, \tag{117}$$

чектик маселеси каралат, мында $b_i(i = 1{,}2),\; d, c$ – берилген функциялар, ал эми $\mathrm{D}_1 = \mathrm{D} \cap (\mathrm{x} > 0, \mathrm{y} > 0)$, $\mathrm{D}_2 = \mathrm{D} \cap (\mathrm{x} > 0, \mathrm{y} < 0)$, $\mathrm{D}_3 = \mathrm{D} \cap (\mathrm{x} < 0, \mathrm{y} > 0)$.

4.3.1-маселе. *D_1, D_2 жана D_3 аймактарында тиешелүү түрдө (115), (116) жана (117) теңдемелерин,*

$$u(-\ell_1, y) = \varphi_1(y),\; u(\ell, y) = \varphi_2(y),\; 0 \leq y \leq h_1,\;\; u(0, y) = \chi_1(y),$$

$$u_x(0, y) = \chi_2(y),\; -h_2 \leq y \leq 0,\;\; u(x{,}0) = \psi_1(x),\; u_y(x{,}0) = \psi_2(x),\; -\ell_1 \leq x \leq 0$$

чектик шарттарын жана

$$u(x,-0) = u(x,+0),\; u_y(x,-0) = u_y(x,+0),\; 0 \leq x \leq \ell\,,$$

$$u(-0, y) = u(+0, y),\; u_x(-0, y) = u_x(+0, y),\; 0 \leq y \leq h$$

жалгаштыруу шарттарын канаатандыруучу $u(x,y)\in C^1(\overline{D})\cap$ $\cap\left[C^{1+1}(D_1)\cup C^{2+1}(D_2)\cup C^{1+2}(D_3)\right]$, $u_{xxx}\in C(D_1)$ *функциясын табуу керек, мында* $\varphi_i(y),\ \chi_i(y),\ \psi_i(x)\,(i=1,2)$ *– берилген жылмакай функциялар, болгондо да алар үчүн*

$$\varphi_1(y)\in C^2[0,h],\varphi_2(y)\in C^1[0,h],\ \chi_i(y)\in C^1[-h_1,0],\ \psi_i(x)\in C^1[-\ell_1,0](i=1,2),$$

$$\varphi_1(0)=\psi_1(-\ell_1),\ \psi_1(0)=\chi_1(0),\ \psi_2(0)=\chi_1'(0),\ \psi_1'(0)=\chi_2(0),\ \psi_2'(0)=\chi_2'(0)$$

шарттары орун алат.

4.3 бөлүмүнүн негизги жыйынтыгы болуп 4.3.1 маселесинин чечиминин жашашы жана жалгыздыгы теоремасынын далилдениши саналат.

Чыгарылган жыйынтыктар

Диссертацияда тибин өзгөртүү бир жана эки сызыкка ээ болгон үчүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболалык теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес чектик маселелер формулировкаланган жана изилденген.

Локалдык эмес маселелердин айырмалоочу мүнөздөмөсү - ал маселелердин локалдык эмес шарттары анык бир орточолоногон чоңдуктарды мүнөздөөчү интегралдык мүчөлөрдү кармап тургандыгында.

Маселелерди чечүүдө теңдеменин тартибин төмөндөтүү методу, жалгаштыруу маселелер методу, интегралдык теңдемелерге редукциялоо методу, кысып чагылдыруу принциби жана удаалаш жакындаштыруу методу пайдаланылды.

Үчүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес маселелердин чечимдеринин жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары табылган.

Каралган бардык аймактарда маселелердин чечимдеринин көрсөтүлүштөрү алынды. Локалдык эмес маселелер боюнча жыйынтыктарды алууда интегралдык шарттардын болушунан улам салттуу ыкмалардын көрүнүшү өзгөргөн.

Диссертациянын үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелерин изилдөө менен байланышкан жыйынтыктары экинчи, үчүнчү, төртүнчү жана андан жогорку тартиптеги теңдемелер үчүн чектик маселелердин теориясын өнүктүрүү үчүн, жана ошондой эле ар түрдүү физикалык-химиялык мүнөздөмөлөргө ээ болгон бир тектүү жана бөлүкчө-бир тектүү чөйрөлөрдө болуп өтүүчү кубулуштарды жана процесстерди математикалык моделдештирүүдө пайдаланууга болот.

Жарыяланган эмгектердин тизмеси

1. Аркабаев, Н.К. Нелокальная задача с интегральным условием для линейного уравнения в частных производных третьего порядка [Текст] / А. Сопуев, Н.К. Аркабаев // Вестник КРСУ. Том 10, №9. – 2010. – С. 150-153.
2. Аркабаев, Н.К. Краевые задачи для смешанного параболо-гиперболического уравнения третьего порядка с двумя линиями изменения типа [Текст] / А. Сопуев, Н.К. Аркабаев // Вестник КНУ. Спец. вып. – 2011. – С. 136-138.
3. Аркабаев, Н.К. Задачи сопряжения для линейных псевдопараболических уравнений третьего порядка [Текст] / А. Сопуев, Н.К. Аркабаев // Вестник ТГУ. Математика и механика. – 2013. – №1. С. – 16-23.
4. Аркабаев, Н.К. Задача сопряжения для уравнений третьего порядка с интегральными условиями [Текст] / Н.К. Аркабаев // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. Выпуск. 47 – Бишкек: Илим, 2014 – С. 142-146.
5. Аркабаев, Н.К. Краевые задачи для уравнения третьего порядка с интегральными условиями [Текст] / Н.К. Аркабаев // Вестник ОшГУ. Серия естеств. наук. Спец. вып. – 2014, №3, 5 изд. – С. 22-27.
6. Аркабаев, Н.К. Краевая задача для смешанно-псевдопараболических уравнений с двумя линиями изменения типа [Текст] / Н.К. Аркабаев // Приволжский научный вестник (РФ), 2016, №5 (57) – С. 15-21.
7. Аркабаев, Н.К. Единственность решения задачи сопряжения для уравнений в частных производных третьего порядка [Текст] / Н.К. Аркабаев // Естественные и математические науки в современном мире СибАК, «Сборник статей по материалам XLII международный научно-практической конференции» (РФ), 2016, №5 (40) – С. 74-79.
8. Аркабаев, Н.К. О краевой задаче для псевдопараболических уравнений с характеристикой линией склеивания / Н.К. Аркабаев // Вестник Жалал-Абадского государственного университета. Спец. вып. – 2016, №1 (32). – С. 73-77.
9. Arkabaev, N.K. Conjugation problem for the third-order equation with integral conditions [Текст] / N.K. Arkabaev // Abstract book. Issyk-Kul International Mathematical Forum, Bozteri, Kyrgyzctan, 5-7 June, 2015. – P. – 56.
10. Arkabaev, N.K. Problems of interface for linear pseudo-parabolic equations of the third order [Текст] / A. Sopuev, N.K. Arkabaev // Book of Abstracts. The 4^{th} congress of the TWMS. Baku, Azerbaijan, 1-3 Jule, 2011.- P. 276.
11. Arkabaev, N.K. Boundary value problems for third order equation with integral boundary conditions. [Текст] / A. Sopuev, N.K. Arkabaev // Abstract book. V Congress of the Turkic world mathematicians, 5-7 June, Issyk-Kul Aurora, 2014. – P.-136.

Аркабаев Нуркасым Кылычбековичтин «Үчүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболалык типтеги теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес чектик маселелер» деген темадагы 01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу» адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Ачкыч сөздөр: локалдык маселелер, локалдык эмес маселелер, жалгаштыруу маселелери, параболалык теңдемелер, гиперболалык теңдемелер, интегралдык теңдемелер, чечимдин жалгыздыгы, чечимдин жашашы.

Изилдөө объекти: Тибин өзгөртүүчү бир жана эки сызыкка ээ болгон үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес маселелер жана жалгаштыруу маселелери.

Изилдөө предмети: үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес маселелердин жана жалгаштыруу маселесинин корректтүүлүгү.

Изилдөөнүн максаты: үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес маселелердин, ошондой эле жалгаштыруу маселесинин чечиминин жашашы жана жалгыздыгы теоремаларын далилдөө.

Изилдөө усулдары: изилдөө учурунда теңдеменин тартибин төмөндөтүү методу, түйүндөш маселелер методу, интегралдык теңдемелерге редукциялоо методу, кысып чагылдыруу принциби, удаалаш жакындаштыруу методу пайдаланылды.

Изилдөөнүн илимий жаңычылдыгы жана теориялык маанилүүлүгү:

- Үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн интегралдык мүчөлөрдү кармап турган локалдык эмес шарты бар чектик маселелердин чечимдеринин жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары табылды;
- Эселүү эмес мүнөздөмөлөргө ээ болгон үчүнчү тартиптеги чектик маселелердин чечимдеринин көрүнүшү алынды;
- Типти өзгөртүүчү бир мүнөздөмөлүк сызыкка ээ болгон үчүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн локалдык жана локалдык эмес жалгаштыруу маселелеринин чечимдеринин жашашы жана жалгыздыгы теоремалары далилденди;
- Типти өзгөртүүчү эки мүнөздөмөлүк сызыкка ээ болгон үчүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелеринин чечимдеринин жашашы жана жалгыздыгы теоремалары далилденди.

Алынган теориялык жыйынтыктар жекече туундулуу үчүнчү тартиптеги аралаш типтеги теңдемелердин теориясында жаңылык болуп эсептелет.

Изилдөөнүн практикалык мааниси. Чечимди тургузуунун иштелип чыгылган алгоритмин жалгаштыруу маселелери менен байланышкан практикалык маселелерди чечүү учурундагы колдонулуштарда пайдаланууга болот.

РЕЗЮМЕ

диссертации Аркабаева Нуркасыма Кылычбековича на тему: «Локальные и нелокальные краевые задачи для уравнений смешанного параболо-гиперболического типа третьего порядка» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Ключевые слова: локальные задачи, нелокальные задачи, задачи склеивания, параболическое уравнение, гиперболическое уравнение, интегральное уравнение, единственность решения, существование решения.

Объект исследования: локальные и нелокальные задачи, и задачи склеивания для параболических и гиперболических уравнений третьего порядка с одной и двумя линиями изменения типа.

Предмет исследования: корректность локальных и нелокальных задач, и задачи склеиваний для параболических и гиперболических уравнений третьего порядка.

Цель исследования: доказательство теоремы существования и единственности локальных и нелокальных задач, а также задачи склеиваний для параболических и гиперболических уравнений третьего порядка.

Методы исследования: при исследовании были использованы метод понижения порядка уравнения, метод сопряженных задач, метод редукции к интегральным уравнениям, принцип сжатых отображений, метод последовательных приближений.

Научная новизна и теоретическая значимость исследования:

- Найдены достаточные условия существования и единственности решений краевых задач для параболических и гиперболических уравнений третьего порядка с нелокальными условиями, содержащие интегральные члены;
- Получены представления решений краевых задач для гиперболических уравнений третьего порядка с некратными характеристиками;
- Доказаны теоремы существования и единственности решений локальных и нелокальных задач склеивания для параболического и гиперболического уравнений типа третьего порядка с одной характеристической линией изменения типа;
- Доказаны теоремы существования и единственности решений краевых задач для смешанных параболо-гиперболических уравнений третьего порядка с двумя характеристическими линиями изменения типа.

Полученные теоретические результаты являются новыми в теории уравнений смешанного типа для уравнений в частных производных третьего порядка.

Практическое значение исследования. Разработанный алгоритм построения решения может быть использован в приложениях при решении практических задач, связанных с задачами сопряжения.

SUMMARY

Dissertation: «Local and nonlocal boundary value problem for equations of mixed parabola-hyperbolic equations third order» of Arkabaev Nurkasym Kylychbekovich is submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences, speciality 01.01.02 – «Differential equations, dynamical systems and optimal control»

Keywords: local tasks tasks, tasks, nonlocal bonding, parabolic, hyperbolic equation equation, integral equation, the uniqueness of the solution, the existence of a solution.

The object of the research: local and nonlocal tasks and objectives for gluing of parabolic and hyperbolic equations of third order with one and two lines of type changes.

Subject of research: the correctness of local and non-local tasks and objectives of providing for parabolic and hyperbolic equations of third order.

The purpose of the study: to proof of the existence of local and non-local tasks, as well as providing for psevdoparabolicheskih and third order hyperbolic equations.

Research methods: in the study were used the method of lowering the order of the equation, the method of conjugate reduction method for tasks to integral equations, principle of compressed mapping method of successive approximations.

Scientific novelty and theoretical significance of research:

- Sufficient conditions of existence and uniqueness of solutions of boundary value problems for parabolic and hyperbolic equations of third order with nonlocal terms containing integral members ware found;
- Received the submission of solutions to boundary value problems for third order hyperbolic equations with nekratnymi characteristics;
- Existence and Uniqueness theorems of solutions for local and non-local tasks bonding for parabolic and hyperbolic equations of the third order with one characteristic line type changes are proved;
- Theorems of existence and uniqueness of solutions of boundary problems for mixed parabolo-third order hyperbolic equations with two characteristic lines change type are proved.

Received theoretical the results of the are new in the theory of equations of mixed type for partial differential equations the third order.

Practical value of the study. The algorithm can be used to build the solution in applications when solving practical tasks associated with taskspairing.

Аркабаев Нуркасым Кылычбекович

ҮЧҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ АРАЛАШ ПАРАБОЛА-ГИПЕРБОЛАЛЫК ТИПТЕГИ ТЕҢДЕМЕЛЕР ҮЧҮН ЛОКАЛДЫК ЖАНА ЛОКАЛДЫК ЭМЕС ЧЕКТИК МАСЕЛЕЛЕР

01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу»

Басмага берилди: 15.09.2017
Форматы: 60x84/16.   Офсеттик кагаз
Көлөмү: 1,5 п.ф.   Нускасы: 30

ОшМУнун «Билим» басмакана борборунда басылды
Ош ш., Ленин к., 331.