

# ВЕСТНИК



Кыргызско-Российского  
Славянского университета

О счастье мне открытумя сур  
Помоги правдивым дур,  
Аи оими, еси омибок пурдур  
И леши, парадисов дур,  
И сургад, баа пурбратемя

Александр Пушкин

2010

Том 10, № 9

Копия 6  
32 секрет

Багадари 117



*Asanov A.R., Zulpukarov A.Z., Alymkulov K.* Asymptotics decision of regional problem of bisingular perturbed linear non-uniform differential equation of the second order ..... 147

Regular asymptotic decision is constructed by the method of structural matching when there is a nonperturbed equation has a special critical order point of two thirds.

Key words:

*Sopuev A., Arkabaev N.K.* Nonlocal problem with integral condition for linear equation in the partial derivatives of the third order ..... 150

The existence of the unique solution of nonlocal boundary value problem with an integrated condition for linear equation in the partial derivatives of the third order is proved.

Key words: equations; nonlocal problem; nonlocal conditions; integrated equations; limited decision.

*Iskandarov S., Temirov M.A.* On boundedness of solutions of slowly nonlinear volterrav integro-differential equation of the first order with delays ..... 153

The sufficient conditions for boundedness and stabilization on the half-axis solutions of weakly nonlinear Volterrav integro-differential equation of first order with delay are established.

Key words: boundedness; stabilization; method of weighting and cutting functions.

*Kojchumanova Zh.M., Usubalieva G.K.* Amortization methods in the language of progressions ..... 157

It is considered amortization methods in the language of progressions: industrial amortization, method of uniform (rectilinear) write-off and method of the decreasing rest. Practical problems from accounting are given. Amortization calculations are reduced to the equations.

Key words: amortization; amortized cost; amortization coefficient; straight-line amortization; reducing-balance depreciation.

*Osmonaliev A.B.* Boundary value problem for mixed-hyperbolic equations of the fourth order with constant coefficients with indicative line of the transition ..... 160

The boundary value problem for mixed-hyperbolic equations of the fourth order with constant coefficients with indicative transition line is considered. Sufficient conditions for existence of unique solution are found and the examples are obtained.

Key words: Rieman's function; fitting conditions; existence and uniqueness of solution.

*Iskenderova D.A., Toktorbaev A.M.* Cauchy problem for equations of a reacting mixture of gases in porous medium ..... 163

The Cauchy problem for the equations describing a flow of a reacting mixture of gases in porous medium is considered. At the initial time all medium characteristics are known and have various limits at infinity. The proof of the theorems of existence and unicity of a generalized solution is based on the method of a priori estimates.

Key words: density; specific volume; temperature; concentration a component; a priori estimations, porosity of environment.

**MONITORING**

*Strizhantseva O.M., Zakurdaeva V.V., Radchenko Yu.V.* Monitoring: weather conditions in Chui valley in August, 2010 ..... 167

**ANNIVERSARY**

A.A. Borubaev ..... 170

Information about the authors ..... 172



Көпия берме  
Уг. секретарь Ом ТУ

Байсейитов М.Т.



где  $\theta(y)$  – пока неизвестная функция. Тогда, в силу обозначения (7), из условий (9) и (3), для  $\vartheta(x, y)$  получаем краевые условия

$$\vartheta(0, y) = \theta(y), \quad 0 \leq y \leq h, \quad \vartheta(x, 0) = \tau(x), \quad 0 \leq x < +\infty. \quad (10)$$

Решение задачи (8), (10) известно и представимо в виде [6]

$$\vartheta(x, y) = \int_0^y G_\xi(x, y; 0, \eta) \theta(\eta) d\eta + \int_0^{+\infty} G(x, y; \xi, 0) \tau'(\xi) d\xi + \int_0^y d\eta \int_0^{+\infty} G(x, y; \xi, \eta) F(\xi, \eta) d\xi, \quad (11)$$

где  $G(x, y; \xi, \eta) = \frac{1}{2\sqrt{\pi(y-\eta)}} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4(y-\eta)}}$  – функция Грина уравнения теплопроводности.

Учитывая обозначение  $F(x, y)$ , из (11) имеем:

$$u_x(x, y) = \Phi(x, y) + \int_0^y G_\xi(x, y; 0, \eta) \theta(\eta) d\eta - \int_0^y d\eta \int_0^{+\infty} G(x, y; \xi, \eta) c(\xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi, \quad (12)$$

где  $\Phi(x, y) = \int_0^{+\infty} G(x, y; \xi, 0) \tau'(\xi) d\xi + \int_0^y d\eta \int_0^{+\infty} G(x, y; \xi, \eta) f(\xi, \eta) d\xi$ .

Интегрируя уравнение (12) по  $x$  будем иметь:

$$u(x, y) = \Phi_0(x, y) + \int_0^x ds \int_0^y G_\xi(s, y; 0, \eta) \theta(\eta) d\eta - \int_0^x ds \int_0^y d\eta \int_0^{+\infty} G(s, y; \xi, \eta) c(\xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi \quad (13)$$

где  $\Phi_0(x, y) = \varphi(y) + \int_0^x \Phi(s, y) ds$ . Заметим, что

$$\int_0^x ds \int_0^y G_\xi(s, y; 0, \eta) \theta(\eta) d\eta = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^y \frac{\theta(\eta) d\eta}{\sqrt{y-\eta}} - \int_0^y G(x, y; 0, \eta) \theta(\eta) d\eta.$$

Тогда уравнение (13) примет вид:

$$u(x, y) = \Phi_0(x, y) + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^y \frac{\theta(\eta) d\eta}{\sqrt{y-\eta}} - \int_0^y G(x, y; 0, \eta) \theta(\eta) d\eta - \int_0^y d\eta \int_0^{+\infty} \left[ c(\xi, \eta) \int_0^\alpha G(s, y; \xi, \eta) ds \right] u(\xi, \eta) d\xi. \quad (14)$$

Отсюда, используя условие (4), получим:

$$\int_0^y \frac{\theta(\eta) d\eta}{\sqrt{y-\eta}} = E_1(y) + \frac{2\sqrt{\pi}}{\alpha} \int_0^y \theta(\eta) d\eta \int_0^\alpha G(s, y; 0, \eta) ds - \frac{2\sqrt{\pi}}{\alpha} \int_0^y d\eta \int_0^\alpha (\alpha-s) ds \int_0^{+\infty} G(s, y; \xi, \eta) c(\xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi \equiv Q(y), \quad (15)$$

где  $E_1(y) = \frac{2\sqrt{\pi}}{\alpha} \left[ E(y) - \int_0^\alpha \Phi_0(s, y) ds \right]$ . Из условия согласования (6) имеем, что  $E_1(0) = 0$ . Поэтому  $Q(0) = 0$ . Вычислим производную:

$$Q'(y) = E_1'(y) + \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} \theta(y) + \frac{2\sqrt{\pi}}{\alpha} \int_0^y G_s(\alpha, y; 0, \eta) \theta(\eta) d\eta + \frac{2\sqrt{\pi}}{\alpha} \int_0^\alpha (\alpha-s) c(s, y) u(s, y) ds - \frac{2\sqrt{\pi}}{\alpha} \int_0^y d\eta \int_0^{+\infty} [G(\alpha, y; \xi, \eta) - G(0, y; \xi, \eta)] c(\xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi.$$

Обращая уравнение (15), как интегральное уравнение Абеля, получим

$$\theta(y) = \theta_0(y) + \int_0^y H_1(y, \eta) \theta(\eta) d\eta + \int_0^y d\eta \int_0^\alpha H_2(y, \xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi + \int_0^y d\eta \int_0^{+\infty} H_3(y, \xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi, \quad (16)$$

где  $H_1(y, \eta) = \frac{1}{\alpha \sqrt{\pi(y-\eta)}} + \frac{2}{\alpha \sqrt{\pi}} \int_\eta^y \frac{G_s(\alpha, t; 0, \eta)}{\sqrt{y-t}} dt$ ,  $H_2(y, \xi, \eta) = -\frac{2(\alpha-\xi)c(\xi, \eta)}{\alpha \sqrt{\pi(y-\eta)}}$ ,  
 $H_3(y, \xi, \eta) = -\frac{2c(\xi, \eta)}{\alpha \sqrt{\pi}} \int_\eta^y \frac{G(\alpha, t; \xi, \eta) - G(0, t; \xi, \eta)}{\sqrt{y-t}} dt$ ,  $\theta_0(y) = \frac{1}{\pi} \int_\eta^y \frac{E_1'(t)}{\sqrt{y-t}} dt$ .

Заметим, что

$$|H_1(y, \eta)| \leq \frac{C_1}{\sqrt{y-\eta}}, \quad |H_2(y, \xi, \eta)| \leq \frac{C_2}{\sqrt{y-\eta}},$$

$$|H_3(y, \xi, \eta)| \leq \frac{C_3}{\sqrt{y-\eta}}, \quad 0 \leq x \leq \beta, \quad \beta \gg 0, \quad |H_3(y, \xi, \eta)| \leq \frac{C_4}{\sqrt{y-\eta}} e^{-\frac{\xi^2}{4(y-\eta)}}, \quad x > \beta.$$

Обращая уравнение (16) относительно  $\theta(y)$ , как интегральное уравнение Вольтерра второго рода со слабой особенностью, имеем

$$\theta(y) = \theta_1(y) + \int_0^y d\eta \int_0^\alpha T_1(y, \xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi + \int_0^y d\eta \int_0^{+\infty} T_2(y, \xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi, \quad (17)$$

где  $T_1(y, \xi, \eta) = H_2(y, \xi, \eta) + \int_\eta^y R(y, t) H_2(t, \xi, \eta) dt$ ,

$$T_2(y, \xi, \eta) = H_3(y, \xi, \eta) + \int_\eta^y R(y, t) H_3(t, \xi, \eta) dt, \quad \theta_1(y) = \theta_0(y) + \int_0^y R(y, t) \theta_0(t) dt.$$

Подставляя значение  $\theta(y)$  из (17) в (14) получим

$$u(x, y) = \Phi_1(x, y) + \int_0^y d\eta \int_0^\alpha K_1(x, y, \xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi + \int_0^y d\eta \int_0^{+\infty} K_2(x, y, \xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi, \quad (18)$$

где

$$K_1(x, y, \xi, \eta) = \int_\eta^y H(x, y, s) T_1(s, \xi, \eta) ds, \quad H(x, y, s) = \frac{1}{2\sqrt{\pi(y-s)}} - G(x, y; 0, s)$$

$$K_2(x, y, \xi, \eta) = c(\xi, \eta) \int_0^x G(s, y, \xi, \eta) ds + \int_\eta^y H(x, y, s) T_2(s, \xi, \eta) ds,$$

$$\Phi_1(x, y) = \Phi_0(x, y) + \int_0^y H(x, y, s) \theta_1(s) ds.$$

Уравнение (18) представляет собой интегральное уравнение типа Вольтерра второго рода, существование единственного решения которого доказано методом последовательных приближений.

Таким образом, имеет место

**Теорема.** Если выполнены условия (5) и (6), то существует единственное непрерывное и ограниченное решение задачи 1.

### Литература

1. Cannon J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy // Quart. Appl. Math. – 1963. – V. 21. – P. 155–160.
2. Жестков С.В. О задаче Гурса с интегральными краевыми условиями // Украинск. матем. журнал. – 1990. – Т. 42. – № 1. – С. 132–135.
3. Пулькина Л.С. Смешанная задача с интегральными условиями для гиперболического уравнения // Матем. заметки. – 2003. – Т. 74. – Вып. 3. – С. 435–435.
4. Бейлина Н.В. Нелокальная задача с интегральными уравнениями для псевдогоперболического уравнения // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. – 2008. – № 2 (61). – С. 22–28.
5. Джураев Т.Д., Попелек Я. О классификации и приведении к каноническому виду уравнений с частными производными третьего порядка // Дифференц. уравнения. – 1991. – Т. 27. – № 10. – С. 1734–1745.
6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
7. Камынин Л.И. Метод тепловых потенциалов для параболического уравнения с разрывными коэффициентами // Сибирский матем. журнал. – 1963. – Т. IV. – № 5. – С. 1071–1105.

Копия  
Ул. секретарь



Байсубанов М.В.