КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН БИЛИМ БЕРҮҮ ЖАНА ИЛИМ МИНИСТРЛИГИ

ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫНЫН ТҮШТҮК БӨЛҮМҮНҮН ЖАРАТЫЛЫШ БАЙЛЫКТАРЫ ИНСТИТУТУ

ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШ К 01.17.554

Кол жазма укугунда
УДК: 517.928

АЗИМОВ БЕКТУР АБДЫРАХМАНОВИЧ

АЛСЫЗ ӨЗГӨЧӨ ЧЕКИТКЕ ЭЭ БОЛГОН БИСИНГУЛЯРДУУ КОЗГОЛГОН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ЧЕЧИМДЕРИНИН АСИМПТОТИКАСЫ

01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу»

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын
АВТОРЕФЕРАТЫ

Ош – 2017

Диссертациялык жумуш Ош мамлекеттик университетинин «Информатика» кафедрасында аткарылды

Илимий жетекчи:	физика-математика илимдеринин доктору, профессор, КР УИАнын мүчө катчысы **Алымкулов Келдибай**
Расмий оппоненттер:	физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Дауылбаев М.К.** физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Алыбаев К.С.**
Жетектөөчү мекеме	КР УИАнын математика Институту Бишкек шаары, Чуй проспектиси, 265 а.

Диссертациялык иш 2017 - жылдын 20 - октябрында саат 16^{00}дө Ош мамлекеттик университетинин, Жалал-Абад мамлекеттик университетинин жана Кыргыз Республикасынын УИАнын түштүк бөлүмүнүн жаратылыш ресурстары Институтунун алдындагы физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн уюштурулган К 01.17.554 диссертациялык кеңештин жыйынында корголот. Дареги: 723500 Ленин көчөсү, 331.

Диссертациялык жумуш менен Ош мамлекеттик университетинин Борбордук китепканасынан таанышса болот.

Автореферат 2017 - жылдын 18 сентябрында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы
ф.-м.и.к, доцент Бекешов Т.О.

ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨ

Диссертациялык жумуш алсыз өзгөчө чекитке ээ болгон бисингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмаларын тургузууга арналган.

Жумуштун актуалдуулугу. Колдонмо математикада өзгөчө чекиттүү сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелер маанилүү орунду ээлейт. Анткени табият тануунун көпчүлүк колдонмо маселелери өзгөчө чекиттүү сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелер аркылуу туюнтулат, мисалы, Ван-дер Полдун сингулярдык козголгон теңдемеси:

$$\varepsilon y''(x) - (1 - y^2(x))y'(x) + y(x) = 0$$

мында кубулбаган теңдеме

$$-(1 - y_0^2(x))y_0'(x) + y_0(x) = 0$$

үчүн $y_0=\pm 1$ чекиттери өзгөчө чекиттер болушат.

Кванттык механиканын маселелери дагы өзгөчө чекиттүү сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелер аркылуу туюнтулат, б.а. бурулуу чекитине ээ болгон маселелерге алып келинет.

Сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин маселелери алгач суюктуктардын жана газдардын механикасында (Прандтль), радиотехниканын маселелеринде (Ван-дер-Поль), химиялык кинетиканын ж.б. илимдин жана техниканын тармактарында пайда болгон.

Сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин теориясынын математикалык негизделиши А.Н. Тихонов, Н. Левинсон, А.Б. Васильева, В. Вазов, Я. Сибуя, О’Маллей, Дж. Коул, М. Иманалиев жана башка окумуштуулардын эмгектеринде жүргүзүлгөн.

Өзгөчө чекиттүү сингулярдык козголгон маселелердин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмаларын тургузуу маселеси дагы деле актуалдуу болуп калууда. Анткени алар үчүн бүгүнкү күндө асимптотикалык ажыралмаларды тургузуунун жалпы усулу иштелип чыгылбаган.

Сингулярдык козголуулар теориясындагы белгилүү окумуштуу Дж. Коул алгачкылардан болуп 1968- жылы өзүнүн монографиясында[1] алсыз өзгөчө чекиттүү сингулярдык козголгон экинчи тартиптеги дифференциалдык теңдеме үчүн чектик маселенин чечиминин асимптотикасын тургузуу маселесин

---

[1] Cole J.D. Perturbation methods in applied mathematics, Blaisdell Publishing Company, 1968. (орус тилинде “Методы возмущений в прикладной математике”, Москва. Мир,1972)

караган (төмөндө (1)-(2) маселени карагыла) жана чектик маселенини чечиминин асимптотикасын, жалгаштыруу усулу менен, кичине параметр боюнча биринчи тартипке чейин тургузган, бирок бул чечимдин асимптотикалык мүнөзү негизделген эмес, б.а. калдык мүчө бааланбаган. Андан соң бул маселе монографияларда[2] каралып, мурда Дж. Коул тарабынан алынган чечимдин асимптотикасы кичине параметр боюнча экинчи тартиптке чейин жакшыртылат, бирок бул жерде дагы тургузулган асимптотика негизделген эмес. Бул маселенин чечиминин асимптотикасынын кийинки мүчөлөрүн алуу өтө татаал болот.

Бул маселени чечүүнүн татаалдыгы козголбогон маселенин чечимин каралып жаткан кесиндиде жылма эмес функция болгондугунда.

Жылма эмес коэффициенттүү мындай маселелер сингулярдык козголуулар теориясында бүгүнкү күнгө чейин изилденген эмес.

Диссертациялык жумушта алсыз өзгөчө чекитке ээ болгон бисингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмалары жалпыланган чектик функциялар усулу менен тургузулган, жана бул ажыралмалар максимум принцибин колдонуу менен негизделген.

Диссертациянын илимий проекттер жана негизги илим – изилдөө иштери менен байланышы:

Диссертациялык жумуш Ош мамлекеттик университеттин алдындагы фундаменталдык жана колдонмо изилдөөлөр институтундагы Кыргыз Республикасынын Билим жана илим министрлиги тарабынан каржыланган

1) “Гидроаэродинамиканын, химиялык кинетиканын, жылуулук-салмак алмаштыруу жана жаратылыштын башка кубулуштарынын математикалык моделдерин окуп үйрөнүү ” (мамлекеттик каттоо номери № 0005721, 20.04.2012);

2) «Гидро- аэродинамиканын математикалык маселелери жана табигаттын башка кубулуштары» (КР ББИ менен келишим УН 28/13, 28.03.2013 ж.);

3) «Структуралык жалгаштыруу жана жалпыланган чектик функциялар усулдары», (КР ББИ менен келишим УН № ОН - 2/14 27.01.2014 ж.)

темадагы илимий изилдөө долбоорлорунун алкагында жүргүзүлдү.

Изилдөөнүн максаттары:

- Алсыз өзгөчө чекитке жана коэффициенти жылма эмес функция болгон сингулярдык козголгон дифференциалык теңдемелер үчүн чектик функциялар методун жалпылоо.

---

[2] Kevorkian J., Cole J.D. Perturbation methods in applied mathematics, Springer-Verlag, 1981.

Kevorkian J., Cole J.D. Multiple scale and singular perturbations method. Springer, 1996.

- Алсыз өзгөчө чекитке жана коэффициенти жылма эмес функция болгон сингулярдык козголгон маселелердин чечимдеринин асимптотикасын тургузуу жана негиздөө.

Изилдөөнүн методдору. өзгөртүп түзүү методу, кичине параметр методу, математикалык индукция усулу, мажоранттар усулу, жалпыланган чектик функциялар методу.

Изилдөөнүн илимий жаңылыктары.

1) Коэффициенти жылма эмес функция болгон бисингулярдуу козголгон теңдемелердин чечими үчүн жалпыланган чектик функциялар методу жалпыланды.

2) Алгачкы жолу алсыз өзгөчө чекитке жана коэффициенти жылма эмес болгон сингулярдык козголгон маселелер үчүн чектик маселенин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмалары тургузулду жана негизделди.

3) Алгачкы жолу өзгөчө чекитке ээ болгон сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн Коши маселенин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмалары тургузулду жана негизделди.

Теориялык жана практикалык баалуулугу. Диссертациялык жумуш теориялык мүнөздө, бирок алынган илимий натыйжалар суюктуктардын жана газдардын механикасында, кванттык механикада, илимдин жана техниканын башка аймактарында колдонулушун табуусу мүмкүн. Алынган илимий натыйжалар коэффициенти жылма эмес функция болгон сингулярдык козголгон теңдемелерди чыгаруу үчүн жаңы методдорду иштеп чыгууда колдонулушу мүмкүн.

<u>Коргоого алып чыгылуучу негизги жоболор:</u>

1. Дж. Коулдун моделдик теңдемеси үчүн чектик маселенин чечиминин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмасы тургузулду жана негизделди.

2. Коэффициенти жылма эмес функция болгон сингулярдык козголгон экинчи тартиптеги кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн чектик маселенин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмалары тургузулду жана негизделди.

3. Коэффициенти жылма эмес функция болгон сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн баштапкы маселенин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмалары тургузулду жана негизделди.

Жумуштун апробациясы. Изилдөөнүн негизги жыйынтыктары семинарларда, конференцияларда, кафедранын кеңешмелеринде баяндалып талкууланып келген: атап айтсак, “Башкаруу теорияларынын, топологиянын жана оператордук теңдемелердин актуалдуу проблемалары” аттуу эл аралык илимий конференциясы (2013-ж, Чолпон-Ата ш.); Жалал-Абад мамлекеттик университетинин 20 жылдыгына карата арналган республикалык илимий-теориялык конференциясы (2013-ж, Жалал-Абад ш.); Түрк тилдүү мамлекеттердин математиктеринин V эл аралык конгресси (2014-ж, Ысык-Көл, Аврора); Эл аралык форумда (2015-ж, Ысык-Көл, Бозтери айылы).

Жумуштун айрым жыйынтыктары ф.-м. и. д., профессор К.Алымкулов жетектеген "Дифференциалдык теңдемелер теориясынын заманбап маселелери" аттуу ЖОЖдор аралык илимий семинарында (2012-2016 жж, Ош ш.); ф.-м. и. д., профессор К.С.Алыбаев жетектеген дифференциалдык теңдемелер боюнча семинарында талкууланган. (2013-2016 жж., ЖАМУ, Жалал-Абад ш.).

Диссертациялык жумуш боюнча илимий басылмалар. Изилдөө ишинин темасы боюнча 12 илимий басылмаларда 10 макала [1] - [10], [11], [12] тезис жарыкка чыккан, анын ичинен бир макала Индиянын Scopus та катталган басылмасынан жарык көргөн.

Биргеликте жасалган жумуштардагы автордун өзүнүн салымы:
К. Алымкулов жана Д.А. Турсуновтор менен авторлош болгон жумуштарда маселенин коюлушу аларга, ал эми теоремалардын далилдөөсү, негизги жыйынтыктарды алуу диссертантка таандык.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Диссертация киришүүдөн, 14 бөлүмдөн турган 4 главадан, 50 пайдаланылган адабияттардын тизмесинен жана корутундудан турат. Тексттин көлөмү 112 бет.

Учурдан пайдаланып, маселенин коюлушуна көмөк көрсөтүп, ар дайым баалуу жана пайдалуу кеңештерди берип, диссертациялык жумуштун жыйынтыктарын чогуу талкуулашып, өзүнүн жардамын аябаган илимий жетекчим КР УИА нын мүчө катчысы, ф.-м. и. д., профессор К. Алымкуловго терең ыраазычылыгымды билдирем.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН КЫСКАЧА МАЗМУНУ

Биринчи бап эки параграфтан турат. Биринчи параграфында диссертациялык жумуштун темасы боюнча аткарылган жумуштар баяндалган жана экинчи параграфында аталган жумушта алынган негизги жыйынтыктар келтирилген.

Биринчи бап боюнча корутунду

Биринчи главада диссертациялык жумуштун темасы боюнча аткарылган жумуштар баяндалган жана аталган жумушта алынган негизги жыйынтыктар келтирилген.

Бул анализге таянып диссертациялык изилдөө актуалдуу, оригиналдуу, убагында аткарылган, теориялык жана колдонмо кызыгууга ээ экендигин айта алабыз.

Жалпыланган чектик функциялар усулун колдонуп алгачкы жолу алсыз өзгөчө чекитке ээ болгон экинчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелер үчү чектик маселелердин чечимдеринин асимптотикасы тургузулган.

Экинчи бап алсыз өзгөчө чекиттке ээ болгон сингулярдык козголгон теңдемелер үчүн чектик маселенин чечиминин асимптотикасын тургузууга арналган.

§2.1 де төмөнкү теорема далилденген

1-Теорема. Төмөнкү маселенин чечими үчүн

$$\varepsilon y''(x)+\sqrt{x}y'(x)-y(x)=0,\ 0<x<1, \tag{1}$$

$$y(0)=a,\quad y(1)=b,\ a,b-\text{const}, \tag{2}$$

төмөнкү асимптотикалык ажыралма орун алат

$$y(x)=\sum_{k=0}^{n}\varepsilon^k Y_k(x)+\sum_{k=0}^{3(n+1)}\mu^k\pi_k(t)+O(\varepsilon^{n+1}),\ \varepsilon\to 0,$$

мында $Y_k(x)\in C[0,1],\ \pi_k(t)\in C^\infty\left[0,\mu^{-2}\right],\ t=x/\mu^2,\ \mu=\sqrt[3]{\varepsilon}$.

(1)-(2) маселе жогоруда белгилеп өткөн Дж. Коулдун a=0, $b=e^{-1}$, болгон учурдагы маселеси.

§2.2 де төмөнкү теорема далилденген

2-Теорема. Төмөнкү маселенин чечими

$$\varepsilon y''(x)+\sqrt[3]{x^2}y'(x)-y(x)=0,\ 0<x<1, \tag{3}$$

$$y(0)=a,\quad y(1)=b, \tag{4}$$

төмөнкүдөй көрүнүштө жазууга болот

$$y(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k\left(Y_k(x)+\pi_k(t)\right),\ \varepsilon\to 0,$$

мында $Y_k(x)\in C[0,1],\ \pi_k(t)\in C^\infty\left[0,\mu^{-3}\right],\ t=x/\mu^3,\ \varepsilon=\mu^5$.

§2.3 тө төмөнкү теорема далилденген

3-Теорема. Төмөнкү маселенин чечими үчүн

$$\varepsilon y''(x)+x^\alpha y'(x)-y(x)=0,\ 0<x<1, \tag{5}$$

$$y(0)=a,\quad y(1)=b, \tag{6}$$

төмөнкү асимптотикалык ажыралма туура болот

$$y(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k\left(Y_k(x)+\pi_k(t)\right),\ \varepsilon\to 0,$$

мында $\alpha=m/(m+1),\ Y_k(x)\in C[0,1],\ \pi_k(t)\in C^\infty\left[0,\mu^{-(m+1)}\right],\ t=\dfrac{x}{\mu^{m+1}},\ \varepsilon=\mu^{2m+1}$.

§2.4 тө төмөнкү теорема далилденген

4-Теорема. Төмөнкү маселенин асимптотикалык ажыралмасын

$$\varepsilon y''(x) + \sqrt[3]{x}\, y'(x) - y(x) = 0,\ 0 < x < 1,$$
$$y(0)=a,\quad y(1)=b.$$
төмөнкүдөй көрүнүштө жазууга болот
$$y(x) = be^{\frac{3}{2}(\sqrt[3]{x^2}-1)} + (a - be^{-3/2})A\int_t^{\tilde{\mu}} e^{-\frac{3}{4}s^{4/3}}ds + \mu^2\pi_2(t) + +\mu^4\pi_4(t) + O(\mu^4),\quad \varepsilon\to 0,$$
мында
$$\pi_2(t) = \int_0^{\tilde{\mu}} G(t,s)e^{\frac{3}{4}s^{4/3}}\left((a - be^{-3/2})A\int_s^{\tilde{\mu}} e^{-\frac{3}{4}\tau^{4/3}}d\tau + \frac{b}{2\sqrt[3]{s^4}}e^{-3/2}\right)ds,$$
$$\pi_4(t) = \int_0^{\tilde{\mu}} G(t,s)e^{\frac{3}{4}s^{4/3}}\left(\pi_2(s) - \frac{b}{2\sqrt[3]{t^2}}e^{-3/2}\right)ds.$$
$$G(t,s) = \begin{cases} -Y(t)X(s),\ 0 \le t \le s, \\ -Y(s)X(t),\ s \le t \le \tilde{\mu}, \end{cases}$$
$$Y(t) = 1 - X(t),\ X(t) = A\int_t^{\tilde{\mu}} e^{-\frac{2}{3}s^{3/2}}ds,\ A\int_0^{\tilde{\mu}} e^{-\frac{2}{3}s^{3/2}}ds = 1,\ t = x/\mu^3,\ \mu = \sqrt[4]{\varepsilon}.$$

§2.5 те төмөнкү теорема далилденген

5-Теорема. Төмөнкү маселенин чечими үчүн
$$\varepsilon y''(x) + \sqrt{x}\, y'(x) - q(x)y(x) = f(x),\ 0 < x < 1,$$
$$y(0)=a,\quad y(1)=b,$$
мында $q(x) \in C^\infty[0,1], q(x) = \sum_{k=0}^{\infty} q_k x^k,\ 0 < q_0,\ f(x) \in C^\infty[0,1], f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k x^k$,

төмөнкү асимптотикалык ажыралма орун алат
$$y(x) = y_0(x) + \pi_0(t) + \mu\pi_1(t) + \mu^2\pi_2(t) + \mu^3\pi_3(t) + O(\varepsilon),$$
мында $y_0(x) \in C[0,1],\ \pi_k(t) \in C^\infty\left[0,\mu^{-2}\right],\ t = x/\mu^2,\ \mu = \sqrt[3]{\varepsilon}$.

Бап 2 боюнча корутунду

Экинчи бапта коэффициентти жылма эмес болгон экинчи тартиптеги бир тектүү жана бир тектүү эмес сызыктуу сингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн чектик маселенин чечиминин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмалары алынды,

Асимптотикалык ажыралмалар К. Алымкуловдун жалпыланган чектик функциялар усулу менен тургузулду. Тургузулган асимптотикалык катарлардын асимптотикалык мүнөзү максимум принциби менен далилденди.

Үчүнчү бапта өзгөртүп түзүү жана жалпыланган чектик функциялар усулдары менен төмөнкү илимий натыйжалар алынды

§ 3.1де төмөнкү теорема далилденген

6-Теорема. (1), (2) маселенин чечими үчүн, $\varepsilon\to 0$ до, төмөнкү асимптотикалык ажыралма орун алат

$$y(x)=be^{2(\sqrt{x}-1)}\left(1+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k\pi_k(t)\right),$$

мында $\pi_k(t)\in C^{\infty}\left[0,\mu^{-2}\right]$, $t=x/\mu^2$, $\varepsilon=\mu^3$.

§3.2 де төмөнкү теорема далилденген

7-Теорема. (3), (4) маселенин чечими үчүн, $\varepsilon\to 0$, төмөнкү асимптотика орун алат

$$y(x)=be^{3(\sqrt[3]{x}-1)}\left(1+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k\pi_k(t)\right),$$

мында $\pi_k(t)\in C^{\infty}\left[0,\mu^{-3}\right]$, $t=\dfrac{x}{\mu^3}$, $\varepsilon=\mu^5$.

§3.3 дө төмөнкү теорема далилденген

8-Теорема. (5), (6) маселенин чечими үчүн, $\alpha=m/(m+1)$ жана $\varepsilon\to 0$ болгондо төмөнкү асимптотикалык ажыралма орун алат

$$y(x)=be^{(m+1)(\sqrt[m+1]{x}-1)}\left(1+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k\pi_k(t)\right),$$

мында $\pi_k(t)\in C^{\infty}\left[0,\mu^{-(m+1)}\right]$, $t=\dfrac{x}{\mu^{m+1}}$, $\varepsilon=\mu^{2m+1}$.

В §3.4тө төөмөнкү теорема далилденген

9-Теорема. (5), (6) маселенин чечими үчүн α – рационалдык сан болгон учурда төмөнкү асимптотикалык ажыралма орун алат

$$y(x)=b\exp\left(\frac{1}{1-\alpha}\left(x^{1-\alpha}-1\right)\right)\left(1+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k\pi_k(t)\right),\ \varepsilon\to 0$$

мында $t=\dfrac{x}{\mu^m}$, $\varepsilon=\mu^{m+n},\alpha=\dfrac{n}{m},\left(n<m<3n,n,m\in N\right)$, $\pi_k(t)\in C^{\infty}\left[0,\mu^{-m}\right]$.

Үчүнчү бап боюнча корутунду

Үчүнчү бапта коэффициентти жылма эмес болгон экинчи тартиптеги бир тектүү сызыктуу сингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн чектик маселенин чечиминин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмалары алынды,

Асимптотикалык ажыралмалардын калдык мүчөлөрү так бааланган, б.а. асимптотикалык ажыралмалар негизделген.

Төртүнчү бапта алсыз өзгөчө чекитке ээ болгон сингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн Коши маселесинин чечиминин асимптотикасы тургузулат.

$$\varepsilon y'(x)+\sqrt[m]{x}Ay(x)=f(x),\ 0<x\le T, \qquad (7)$$

$$y(0)=y^0, \qquad (8)$$

мында $f(x),\ y(x),\ y^0\in R^n$, A – n-тартиптеги, оң квадраттык матрица, $0<\lambda_i$, λ_i– const, $\lambda_i\neq\ \lambda_j$ $i\neq j$, $i,j=1,2,\ldots,n$ – A матрицасынын өздүк маанилери; $f(x)\in C^\infty\left[0,T\right]$, m – фиксирленген натуралдык сан.

§4.1де төмөнкү теорема далилденген

10-Теорема. (7)-(8) маселенин чечими үчүн, m=2 болгон учурда, төмөнү асимптотикалык ажыралма орун алат

$$z(x)=\mu^{-1}\pi_{-1}(t)+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k(z_k(x)+\pi_k(t)),\ \varepsilon\to 0,$$

мында $\varepsilon=\mu^3,\ t=x/\mu^2$, $y(x)=Bz(x)$, $B^{-1}AB=D$, $D=\mathrm{diag}\{\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n\}$,
$\pi_k(t)\in C^\infty\left[0,T\mu^{-2}\right],\ z_{3k+1}(x)\equiv 0,\ z_{3k+2}(x)\equiv 0,\ z_{6k}(x)\in C\left[0,T\right],\ z_{6k+3}(x)\in C^\infty\left[0,T\right]$.

§4.2де төмөнкү теорема далилденген

11-Теорема. (7)-(8) маселенин чечими үчүн, m=3 болгон учурда, төмөнкү асимптотика орун алат

$$z(x)=\mu^{-1}\pi_{-1}(t)+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k(z_k(x)+\pi_k(t)),\ \varepsilon\to 0,$$

мында $\varepsilon=\mu^4,\ t=x/\mu^3$, $y(x)=Bz(x)$, $B^{-1}AB=D$, $D=\mathrm{diag}\{\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n\}$,
$\pi_k(t)\in C^\infty\left[0,T\mu^{-3}\right]$, $z_{4k+1}(x)\equiv 0,\ z_{4k+2}(x)\equiv 0,\ z_{4k+3}(x)\equiv 0$, $z_k(x)\in C[0,T]$,
$z_{12k+8}(x)\in C^\infty\left[0,T\right]$.

§4.3тө жалпы учур каралган, $m\in\mathbf{N}$ жана төмөнкү теорема далилденген

12-Теорема. (7)-(8) маселенин чечими үчүн төмөнкү асимптотикалык ажыралма орун алат

$$z(x)=\mu^{-1}\pi_{-1}(t)+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k(z_k(x)+\pi_k(t)),\ \varepsilon\to 0,$$

мында $\varepsilon=\mu^{m+1},\ t=x/\mu^m$, $y(x)=Bz(x)$, $B^{-1}AB=D$, $D=\mathrm{diag}\{\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n\}$,
$\pi_k(t)\in C^\infty\left[0,T\mu^{-m}\right],\ z_k(x)\in C[0,T]$.

Төртүнчү глава боюнча корутунду

Коэффициентти жылма эмес болгон бисингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн Коши маселесинин чечиминин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмасы К.Алымкуловдун жалпыланган чектик функциялар усулу менен тургузулду.

Алынган асимптотикалык катарлардын калдык мүчөлөрү баланды, б.а. асимптотикалык катарлар негизделди.

ТЫЯНАКТАР

Диссертациялык жумушта алгачкылардан болуп коэффициентти жылма эмес болгон экинчи тартиптеги бир тектүү жана бир тектүү эмес сызыктуу сингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн чектик маселенин чечиминин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмалары К. Алымкуловдун жалпыланган чектик функциялар усулу менен тургузулду.

Тургузулган асимптотикалык катарлардын калдык мүчөлөрү максимум принциби менен далилденди.

Коэффициентти жылма эмес болгон бисингулярдык козголгон кадимки дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн Коши маселесинин чечиминин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмасы К.Алымкуловдун жалпыланган чектик функциялар усулу менен тургузулду.

Алынган асимптотикалык катарлардын калдык мүчөлөрү каалаган тартипте кичине параметр боюнча бааланды, б.а. асимптотикалык катарлар негизделди.

Жарыяланган жумуштардын тизмеси

1. Azimov, B.A. Generalized method of boundary layer function for bisingularly perturbed differential Cole equation [Text] / K. Alymkulov, D.A. Tursunov, B.A. Azimov // Far East Journal of Mathematical Sciences. 2017. Vol. 101. No. 3. pp. 507-516. (https://www.**scopus**.com/authid/detail. uri?authorId=57191858044)
2. Азимов, Б.А. Обобщенный метод пограничных функций для систем обыкновенных дифференциальных уравнений с негладким коэффициентом [Текст] / К. Алымкулов, Д.А. Турсунов, Б.А. Азимов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана, 2017. – № 5. – С. 52-55.
3. Азимов, Б.А. Асимптотика решения бисингулярной задачи Дирихле с негладким коэффициентом [Текст] / К. Алымкулов, Д.А. Турсунов, Б.А. Азимов // Сборник научных работ XXVII Международной научной конференции Евразийского Научного Объединения. - Москва: ЕНО, 2017. – № 5 (27). – С. 1-5.
4. Азимов, Б.А. Асимптотика решения бисингулярной задачи Коула со слабой особенностью [Текст] / К. Алымкулов, Б.А. Азимов, Д.А. Турсунов // Приволжский научный вестник, 2016. – № 8 (60). – С. 5-7.
5. Азимов, Б.А. Об асимптотике решения краевой задачи для бисингулярно возмущенного дифференциального уравнения со слабой особенностью порядка одна третья [Текст] / Б.А. Азимов // Вестник Жалал-Абадского государственного университета, 2016. – № 1 (32). – С. 9-14.
6. Азимов, Б.А. Об асимптотике решения краевой задачи для бисингулярно возмущенного дифференциального уравнения со слабой особенностью порядка одна четвертая [Текст] / Б.А. Азимов // Вестник Жалал-Абадского государственного университета, 2016. – № 1 (32). – С. 15-19.
7. Азимов, Б.А. Бисингулярная задача Коула со слабой точкой поворота [Текст] / К. Алымкулов, Д.А. Турсунов, Б.А. Азимов // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова. 2016. – Т. 39. – № 1. – С. 13-16.
8. Азимов, Б.А. Об асимптотике решения краевой задачи бисингулярно возмущенного уравнения со слабой особенностью [Текст] / Б.А. Азимов // Вестник ОшГУ, 2015. – № 4. Вып. 4. – С. 17-20.
9. Азимов, Б.А. О построении асимптотику решения краевой задачи бисингулярного уравнения Коула со слабой особенностью методом погранфункций [Текст] / К. Алымкулов, Б.А. Азимов // Вестник ОшГУ, 2014. – №3. Вып. 5. – С. 7-11.

10. Азимов, Б.А. Об асимптотике решения краевой задачи бисингулярного уравнения второго порядка со слабой особенностью [Текст] / К. Алымкулов, Б.А. Азимов // Международная научная конференция «Актуальные проблемы математики и информатики» посвященная 80-летию со дня рождения Академика НАН РК К.А. Касымова. – Алматы, 2015. – С. 1-5.
11. Азимов, Б.А. Обобщенный метод пограничных функций для систем обыкновенных дифференциальных уравнений с негладким коэффициентом [Текст] / К. Алымкулов, Д.А. Турсунов, Б.А. Азимов // Сб. тезисов третьей межд. конф. "Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений", Чолпон-ата, 2017. – С. 55.
12. Azimov, B.A. About generalized Poincare asymptotical solution of the boundary value problem of the singularly perturbed differential equation of ordered two with weakly singulary point uniformization [Text] / K. Alymkulov, B.A. Azimov // Abstracts of the V International Scientific Conference "Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics" devoted to the 85 anniversary of Academician M. Imanaliev. – Bishkek. 2016. pp. 50.

Азимов Бектур Абдырахмановичтин «Алсыз өзгөчө чекитке ээ болгон бисингулярдуу козголгон дифференциалдык теңдемелердин чечимдеринин асимптотикасы» деген темадагы 01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу» адистиги боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: алсыз өзгөчө чекит, асимптотикалык ажыралма, кичине параметр, бисингулярдык теңдеме, Кошинин маселеси, Дирихленин маселеси, Дж. Коулдун моделдик теңдемеси, жалпыланган чектик функциялар методу, максимум принциби.

Изилдөөнүн обөекти. Коэффициенти жылма эмес функция болгон экинчи тартиптеги сингулярдык козголгон сызыктуу кадимки дифференциадык теңдемелер үчүн Дирихленин маселеси. Алсыз өзгөчө чекиттүү сингулярдык козголгон сызыктуу кадимки дифференциадык теңддемелердин системасы үчүн Кошинин маселеси.

Иштин максаттары. Коэффициенти жылма эмес болгон сингулярдык козголгон дифференциадык теңддемелер үчүн чектик функциялар методун жалпылоо. Алсыз өзгөчө чекитке ээ болгон жана коэффициенти жылма эмес болгон сингулярдык козголгон маселелердин чечимдеринин асимптотикасын тургузуу жана негиздөө.

Изилдөөнүн усулдары: кичине параметр усулу, математикалык индукция усулу, мажоранттар усулу, жалпыланган чектик функция усулу.

Изилдөөнүн илимий жаңылыктары.

1) Коэффициенти жылма эмес функция болгон бисингулярдуу козголгон теңддемелердин чечими үчүн жалпыланган чектик функциялар методу өркүндөтүлдү.

2) Алгачкы жолу алсыз өзгөчө чекитке ээ болгон жана коэффициенти жылма эмес болгон сингулярдык козголгон маселелер үчүн чектик маселенин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмаларын тургузулду жана негизделди.

3) Алгачкы жолу өзгөчө чекитке ээ болгон сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн Коши маселенин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмаларын тургузулду жана негизделди.

РЕЗЮМЕ

диссертационной работы Азимова Бектура Абдырахмановича на тему «Асимптотика решения бисингулярно возмущенных дифференциальных уравнений со слабой особой точкой» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Ключевые слова: слабая особая точка, асимптотическое разложение, малый параметр, бисингулярное уравнение, задача Коши, задача Дирихле, модельное уравнение Дж. Коула, обобщенный метод погранфункций, принцип максимума.

Объект исследования. Задача Дирихле для сингулярно возмущенных, линейных дифференциальных уравнений второго порядка с негладким коэффициентом. Задача Коши для сингулярно возмущенной системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений со слабой особой точкой.

Цель работы. Обобщить метод погранфункций для сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с негладким коэффициентом. Построить и обосновать асимптотику решения сингулярно возмущенных задач со слабой особой точкой.

Методы исследования: метод малого параметра, метод математической индукции, метод мажорант, обобщенный метод погранфункций.

Научная новизна.

1) Дано дальнейшее развитие обобщенного метода погранфункций для бисингулярных задач с негладким коэффициентом.

2) Впервые построены и обоснованы равномерные асимптотические разложения решений краевой задачи для сингулярно возмущенных задач с негладким коэффициентом и со слабой особой точкой.

3) Впервые построено и обосновано равномерное асимптотическое разложение решения начальной задачи для системы сингулярно возмущенных задач с сингулярной точкой.

SUMMARY

Azimov Bektur Abdurahmanovich

Dissertation «Asymptotic of solutions of bisingularly perturbed differential equations with weakly singularity point» for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences

(specialty 01.01.02 – differential equations, dynamical systems and optimal control**)**

Key words: weak singularly point, asymptotic expansion, small parameter, bisingularly equation, Cauchy problem, Dirichlet problem, J. Cole model equation, generalized method of boundary functions, maximum principle.

Object of research. Dirichlet problem of the bisingularly perturbed differential equations with the non smooth coefficient. The Cauchy problem for singularly perturbed systems of differential equations with weak singularity.

Aim of research. Generalize the method of boundary functions for singularly perturbed differential equations with weak singular point. Construction and justify the asymptotics of the solution of singularly perturbed equations with non smooth coefficients.

Methods of research: method of the small parameter, method of mathematiccal induction, method of majorant, generalized method of boundary functions.

Scientific novelty.

1) The method of boundary functions for bisingularly perturbed differential equations with non smooth coefficients is developed.

2) Uniform asymptotic expansions of solutions of boundary value problems for bisingularly perturbed differential equations with a non smooth coefficient and with a weak singular point is constructed and justified.

3) A uniform asymptotic expansion of the solution of the initial value problem for a singularly perturbed system of differential equations with a non smooth coefficient is constructed and justified.

Азимов Бектур Абдырахманович

АЛСЫЗ ӨЗГӨЧӨ ЧЕКИТКЕ ЭЭ БОЛГОН БИСИНГУЛЯРДУУ КОЗГОЛГОН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ЧЕЧИМДЕРИНИН АСИМПТОТИКАСЫ

01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу»

Басмага берилди: 15.09.2017 г.
Көлөмү : 1,25 б.т.
Формат 60х84 1/16. Тираж 120 шт

Ош МУнун «Билим» басма бөлүмү
Ош шаары, Ленин к., 331.