МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ОШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЖАЛАЛ-АБАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНСТИТУТ ПРИРОДНЫХ РЕСУРСОВ ЮЖНОГО ОТДЕЛЕНИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

Диссертационный совет К 01.17.554

На правах рукописи
УДК 517.928

АЗИМОВ БЕКТУР АБДЫРАХМАНОВИЧ

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ БИСИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ СО СЛАБОЙ ОСОБОЙ ТОЧКОЙ

01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Ош – 2017

Работа выполнена на кафедре информатики Ошского государственного университета.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный деятель науки КР, член-корр. НАН КР Алымкулов Келдибай.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор,
Дауылбаев Муратхан Кудайбергенович

доктор физико-математических наук, профессор
Алыбаев Курманбек Сарманович

Ведущая организация: Институт математики Национальной Академии Наук КР, г. Бишкек, проспект Чуй, 265 а.

Защита диссертации состоится «20 » октября 2017 г. в 16-00 часов на заседании Диссертационного совета К 01.17.554 по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук при Ошском государственном университете, Жалал-Абадском государственном университете и Институте природных ресурсов южного отделения НАН Кыргызской Республики по адресу: 723500, г. Ош, ул. Ленина, 331.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной библиотеке Ошского государственного университета по адресу: Кыргызстан, 723500, г. Ош, ул. Ленина, 333.

Автореферат разослан «18» сентября 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физ.-мат. наук, доцент Бекешов Т.О.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертационная работа посвящена построению равномерных асимптотических разложений решений бисингулярно возмущенных дифференциальных уравнений со слабой особой точкой.

Актуальность темы. Сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения с особыми точками занимают особое место в прикладной математике. Так как многие прикладные задачи естествознания приводятся именно к сингулярно возмущенным дифференциальным уравнениям с особыми точками, так, например, сингулярно возмущенное уравнение Ван-дер Поля:

$$\varepsilon y''(x) - (1 - y^2(x))y'(x) + y(x) = 0$$

здесь для невозмущенного уравнения

$$-(1 - y_0^2(x))y_0'(x) + y_0(x) = 0$$

точки $y_0=\pm 1$ являются особыми точками.

Задачи квантовой механики также приводятся к сингулярно возмущенным дифференциальным уравнениям с особыми точками, т.е. к задачам с точками поворота.

Впервые задачи сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений появились в теории механики жидкостей и газа (Прандтль), в задачах радиотехники (Ван-дер-Поль), в задачах химической кинетики и в других областях науки и техники.

Математическое обоснование теории сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений проводились в трудах А.Н. Тихонова, Н. Левинсона, А.Б. Васильевой, В. Вазова, Я. Сибуя, О'Маллей, Дж. Коула, М. Иманалиева и др.

Проблема построения равномерных асимптотических разложений решений сингулярно возмущенных задач с особой точкой до сих пор остается актуальной. Так как для них до сих пор не разработан общий метод разложения.

Известный ученый в теории сингулярных возмущений Дж. Коул впервые в 1968 г. в своей монографии[1] рассматривал вопрос построения асимптотики решения краевой задачи для сингулярно возмущенного уравнения второго порядка со слабой особой точкой (см. ниже задачу (1)-(2)) и получил асимптотику решения этой задачи, методом сращивания, только до первого порядка по ма-

[1] Cole J.D. Perturbation methods in applied mathematics, Blaisdell Publishing Company, 1968. (русский перевод "Методы возмущений в прикладной математике", Москва. Мир,1972)

лому параметру без обоснования асимптотического характера этого решения. Затем эта задача рассматривалась также в монографиях[2], ранее полученная Дж. Коулом асимптотика решения улучшилась до второго порядка по малому параметру, здесь тоже асимптотика приведена без обоснования. Получение дальнейших членов асимптотики решения этой задачи является слишком трудоемкой.

Сложность решения этой задачи заключается в том, что решение невозмущенной задачи является негладкой функцией на рассматриваемом отрезке.

Такие задачи в теории сингулярных возмущений с негладким коэффициентом до сих пор не изучались.

В данной работе равномерные асимптотические разложения решений бисингулярных задач строятся обобщенным методом пограничных функций, и эти разложения обоснованы с помощью принципа максимума.

Связь темы диссертации с государственными программами. Работа выполнялась в рамках научных проектов по Институту фундаментальных и прикладных исследований при ОшГУ по темам:

1) «Изучение математических моделей гидро - аэродинамики, химической кинетики, тепло-массообмена и других явлений природы» № гос. регистрации 0005721, 20.04.2012 г.

2) «Математические задачи гидро- аэродинамики и других явлений природы», договор с МОН КР УН 28/13 от 28.03.2013 г.

3) «Метод структурного сращивания и обобщенный метод погранфункций», договор с МОН КР УН № ОН - 2/14 27.01.2014 г.

Цель диссертационной работы.

1. Разработать аналог метода погранфункций для сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с негладким коэффициентом.

2. Построить и обосновать равномерные асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных задач со слабой особой точкой.

Научная новизна.

1) Дано дальнейшее развитие обобщенного метода погранфункций для бисингулярных задач с негладким коэффициентом.

---

[2] Kevorkian J., Cole J.D. Perturbation methods in applied mathematics, Springer-Verlag, 1981.

Kevorkian J., Cole J.D. Multiple scale and singular perturbations method. Springer, 1996.

2) Впервые построены и обоснованы равномерные асимптотические разложения решений краевой задачи для сингулярно возмущенных задач со слабой особой точкой.

3) Впервые построены и обоснованы равномерные асимптотические разложения решений начальной задачи для системы сингулярно возмущенных задач с сингулярной точкой.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Построение и обоснование равномерного асимптотического разложения решения краевой задачи для модельного уравнения Дж. Коула.

2. Построение и обоснование равномерных асимптотических разложений решений краевой задачи для сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с негладким коэффициентом.

3. Построение и обоснование равномерных асимптотических разложений решений начальной задачи для системы сингулярно возмущенных задач с негладким коэффициентом.

Методика исследования. Метод малого параметра, метод мажорант, метод полной математической индукции, обобщенный метод погранфункций, метод преобразования. Используются различные оценки интегралов.

Теоретическая и практическая ценность. Настоящая работа носит теоретический характер, ее результаты могут найти приложение в механике жидкостей и газа, в квантовой механике и других областях техники и науки. Полученные научные результаты данной диссертации могут быть применены для создания новых методов для решения сингулярно возмущенных уравнений с негладким коэффициентом.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на международных научных конференциях: V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Issyk-Kul – 2014), Issyk-Kul International Mathematical Forum (Чолпон-ата, 2015), Международная научная конференция «Актуальные проблемы математики и информатики» посвященная 80-летию со дня рождения Академика НАН РК К.А. Касымова (Алматы, 2015), «Роль науки и образования в современных условиях глобализации» международная конференция, посвященная 75-летию академика Б. Мурзуибраимова (г. Ош, 2015), V International Scientific Conference “Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics” devoted to the 85 anniversary of Academician M. Imanaliev (Bishkek, 2016), «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании», международная конференция, посвященная 75-летию академика А. Жайнакова (Бишкек, 2016), "Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений", международная конференция, посвященная 70-летию профессора А. Керимбекова (Чолпон-ата, 2017). А также обсуждались на научных семинарах математиков Южного региона Кыргызстана (под руководством член корр. НАН КР, профессора К. Алымкулова) и Жалал-Абадского государственного университета (под руководством д.ф.-м.н., проф. К.С. Алыбаева).

Публикации по теме диссертации. По теме диссертации опубликованы 10 статей [1]-[10] и 2 тезиса [11]-[12]. В том числе, одна статья опубликована в журнале индексируемой в базе Scopus.

Личный вклад автора в совместных работах. В совместных работах с К. Алымкуловым и Д.А. Турсуновым, постановка задачи принадлежит соавторам, а доказательство теорем, формулировка результатов – диссертанту.

Структура, объем и краткое содержание диссертации. Диссертация состоит из перечня условных обозначений, введения, четырех глав, разбитых на 14 параграфов, выводов и литературы из 50 наименований. Работа изложена на 112 страницах машинописного текста.

Автор выражает глубокую признательность и искреннюю благодарность научному руководителю, доктору физико-математических наук, профессору, заслуженному деятелю науки, член-корреспонденту Национальной Академии Наук Кыргызской Республики *Алымкулову Келдибаю* за постоянное внимание и полезные советы при обсуждении работы.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Первая **глава** диссертации состоит из двух параграфов. В § 1.1 дается краткий обзор литературы по теме диссертации. В § 1.2 приведен обзор научных результатов диссертации.

Заключение по главе 1

Приведен обзор и анализ результатов работ других авторов, наиболее близких к теме предлагаемой диссертационной работы, а также основные научные результаты данной диссертационной работы.

На основе этого анализа можем утверждать, что диссертационное исследование актуально, оригинально, своевременно и имеет определенный теоретический и практический интерес.

Используя идею метода обобщенных погранфункций впервые построены равномерные асимптотики для решения краевых задач второго порядка со слабой особенностью.

Вторая глава посвящена построению асимптотики решения краевой задачи для сингулярно возмущенных уравнений со слабой особенностью.

В §2.1 доказана

Теорема 1. Для решения задачи

$$\varepsilon y''(x) + \sqrt{x}\, y'(x) - y(x) = 0,\ \ 0 < x < 1, \tag{1}$$

$$y(0)=a,\ \ y(1)=b,\ a,b - \mathrm{const}, \tag{2}$$

справедливо асимптотическое разложение

$$y(x) = \sum_{k=0}^{n} \varepsilon^k Y_k(x) + \sum_{k=0}^{3(n+1)} \mu^k \pi_k(t) + O(\varepsilon^{n+1}),\ \varepsilon \to 0,$$

где $Y_k(x) \in C[0,1]$, $\pi_k(t) \in C^\infty\left[0,\mu^{-2}\right]$, $t = x/\mu^2$, $\mu = \sqrt[3]{\varepsilon}$.

Задача (1)-(2) есть задача Дж. Коула в случае, a=0, b=e^{-1}, о котором мы упоминали выше.

В §2.2 доказана

Теорема 2. Решения задачи

$$\varepsilon y''(x) + \sqrt[3]{x^2}\, y'(x) - y(x) = 0,\ 0 < x < 1, \tag{3}$$

$$y(0)=a,\ \ y(1)=b, \tag{4}$$

можно представить в виде

$$y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \mu^k \left(Y_k(x) + \pi_k(t)\right),\ \varepsilon \to 0,$$

где $Y_k(x) \in C[0,1]$, $\pi_k(t) \in C^\infty\left[0,\mu^{-3}\right]$, $t = x/\mu^3$, $\varepsilon = \mu^5$.

В §2.3 доказана

Теорема 3. Для решения задачи

$$\varepsilon y''(x) + x^\alpha y'(x) - y(x) = 0,\ 0 < x < 1, \tag{5}$$

$$y(0)=a,\ \ y(1)=b, \tag{6}$$

справедливо асимптотическое разложение

$$y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \mu^k \left(Y_k(x) + \pi_k(t)\right),\ \varepsilon \to 0,$$

где $\alpha = m/(m+1)$, $Y_k(x) \in C[0,1]$, $\pi_k(t) \in C^\infty\left[0,\mu^{-(m+1)}\right]$, $t = \dfrac{x}{\mu^{m+1}}$, $\varepsilon = \mu^{2m+1}$.

В §2.4 доказана

Теорема 4. Асимптотическое разложение решения задачи

$$\varepsilon y''(x)+\sqrt[3]{x}y'(x)-y(x)=0,\ 0<x<1,$$
$$y(0)=a,\quad y(1)=b.$$

представимо в виде

$$y(x)=be^{\frac{3}{2}(\sqrt[3]{x^2}-1)}+(a-be^{-3/2})A\int_t^{\tilde{\mu}}e^{-\frac{3}{4}s^{4/3}}ds+\mu^2\pi_2(t)++\mu^4\pi_4(t)+O(\mu^4),\quad \varepsilon\to 0,$$

где

$$\pi_2(t)=\int_0^{\tilde{\mu}}G(t,s)e^{\frac{3}{4}s^{4/3}}\left((a-be^{-3/2})A\int_s^{\tilde{\mu}}e^{-\frac{3}{4}\tau^{4/3}}d\tau+\frac{b}{2\sqrt[3]{s^4}}e^{-3/2}\right)ds,$$

$$\pi_4(t)=\int_0^{\tilde{\mu}}G(t,s)e^{\frac{3}{4}s^{4/3}}\left(\pi_2(s)-\frac{b}{2\sqrt[3]{t^2}}e^{-3/2}\right)ds.$$

$$G(t,s)=\begin{cases}-Y(t)X(s),\ 0\le t\le s,\\ -Y(s)X(t),\ s\le t\le\tilde{\mu},\end{cases}$$

$$Y(t)=1-X(t),\ X(t)=A\int_t^{\tilde{\mu}}e^{-\frac{2}{3}s^{3/2}}ds,\ A\int_0^{\tilde{\mu}}e^{-\frac{2}{3}s^{3/2}}ds=1,\ t=x/\mu^3,\ \mu=\sqrt[4]{\varepsilon}.$$

В §2.5 доказана

Теорема 5. Для решения задачи

$$\varepsilon y''(x)+\sqrt{x}y'(x)-q(x)y(x)=f(x),\ 0<x<1,$$
$$y(0)=a,\quad y(1)=b,$$

где $q(x)\in C^\infty[0,1], q(x)=\sum_{k=0}^{\infty}q_kx^k,\ 0<q_0,\ f(x)\in C^\infty[0,1], f(x)=\sum_{k=0}^{\infty}f_kx^k$,

справедливо асимптотическое разложение

$$y(x)=y_0(x)+\pi_0(t)+\mu\pi_1(t)+\mu^2\pi_2(t)+\mu^3\pi_3(t)+O(\varepsilon),$$

где $y_0(x)\in C[0,1],\ \pi_k(t)\in C^\infty\left[0,\mu^{-2}\right],\ t=x/\mu^2,\ \mu=\sqrt[3]{\varepsilon}$.

Заключение по главе 2

В главе 2 получены равномерные асимптотические разложения решения краевой задачи для сингулярно вомущенных линейных однородных и неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с негладким коэффициентом. Асимптотические разложения построены обобщенным методом пограничных функций К. Алымкулова. Принципом максимума доказан асимптотический характер построенных асимптотических рядов.

В главе 3 с помощью преобразования и обобщенным методом погранфункций получены следующие научные результаты

В § 3.1 доказана

Теорема 6. Для решения задачи (1), (2) при $\varepsilon \to 0$ справедливо асимптотическое разложение

$$y(x) = be^{2(\sqrt{x}-1)}\left(1+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k\pi_k(t)\right),$$

где $\pi_k(t)\in C^{\infty}\left[0,\mu^{-2}\right]$, $t=x/\mu^2$, $\varepsilon=\mu^3$.

В §3.2 доказана

Теорема 7. Для решения задачи (3), (4) при $\varepsilon \to 0$ имеет место асимптотика

$$y(x) = be^{3(\sqrt[3]{x}-1)}\left(1+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k\pi_k(t)\right),$$

где $\pi_k(t)\in C^{\infty}\left[0,\mu^{-3}\right]$, $t=\dfrac{x}{\mu^3}$, $\varepsilon=\mu^5$.

В §3.3 доказана

Теорема 8. Для решения задачи (5), (6) при $\alpha = m/(m+1)$ и $\varepsilon \to 0$ справедливо асимптотическое разложение

$$y(x) = be^{(m+1)(\sqrt[m+1]{x}-1)}\left(1+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k\pi_k(t)\right),$$

где $\pi_k(t)\in C^{\infty}\left[0,\mu^{-(m+1)}\right]$, $t=\dfrac{x}{\mu^{m+1}}$, $\varepsilon=\mu^{2m+1}$.

В §3.4 доказана

Теорема 9. Для решения задачи (5), (6) при α – рациональное число, имеет место асимптотическое разложение

$$y(x) = b\exp\left(\frac{1}{1-\alpha}\left(x^{1-\alpha}-1\right)\right)\left(1+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k\pi_k(t)\right),\ \varepsilon\to 0$$

где $t=\dfrac{x}{\mu^m}$, $\varepsilon=\mu^{m+n}, \alpha=\dfrac{n}{m},\left(n<m<3n, n,m\in N\right)$, $\pi_k(t)\in C^{\infty}\left[0,\mu^{-m}\right]$.

Заключение по главе 3

В главе 3 с помощью метода преобразования и обобщенным методом пограничных функций построены равномерные асимптотические разложения решения краевой задачи для сингулярно возмущенных линейных однородных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с негладким коэффициентом. Приведены точные асимптотические оценки для остаточных членов асимптотических рядов, т.е. асимптотические разложения обоснованы.

В главе 4 строятся асимптотические разложения решения задачи Коши для системы сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений со слабой особой точкой.

$$\varepsilon y'(x)+\sqrt[m]{x}Ay(x)=f(x),\ 0<x\le T, \tag{7}$$

$$y(0)=y^0, \tag{8}$$

где $f(x),\ y(x),\ y^0\in R^n$, A – положительная квадратная матрица n-го порядка с собственными значениями $0<\lambda_i$, λ_i–const, $\lambda_i\neq\lambda_j$ $i\neq j$, $i,j=1,2,\dots,n$; $f(x)\in C^\infty\left[0,T\right]$, m – фиксированное натуральное число.

В §4.1 доказана

Теорема 10. Для решения задачи (7)-(8) при $m=2$ справедливо асимптотическое разложение

$$z(x)=\mu^{-1}\pi_{-1}(t)+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k(z_k(x)+\pi_k(t)),\ \varepsilon\to 0,$$

где $\varepsilon=\mu^3, t=x/\mu^2$, $y(x)=Bz(x)$, $B^{-1}AB=D$, $D=\mathrm{diag}\{\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n\}$,
$\pi_k(t)\in C^\infty\left[0,T\mu^{-2}\right],\ z_{3k+1}(x)\equiv 0,\ z_{3k+2}(x)\equiv 0,\ z_{6k}(x)\in C\left[0,T\right],\ z_{6k+3}(x)\in C^\infty\left[0,T\right].$

В §4.2 доказана

Теорема 11. Для решения задачи (7)-(8) при $m=3$ имеет место асимптотика

$$z(x)=\mu^{-1}\pi_{-1}(t)+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k(z_k(x)+\pi_k(t)),\ \varepsilon\to 0,$$

где $\varepsilon=\mu^4, t=x/\mu^3$, $y(x)=Bz(x)$, $B^{-1}AB=D$, $D=\mathrm{diag}\{\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n\}$, $\pi_k(t)\in C^\infty\left[0,T\mu^{-3}\right]$, $z_{4k+1}(x)\equiv 0, z_{4k+2}(x)\equiv 0, z_{4k+3}(x)\equiv 0$, $z_k(x)\in C[0,T]$, $z_{12k+8}(x)\in C^\infty\left[0,T\right]$.

В §4.3 исследован общий случай $m\in\mathbf{N}$ и доказана

Теорема 12. Для решения задачи (7)-(8) справедливо асимптотическое разложение

$$z(x)=\mu^{-1}\pi_{-1}(t)+\sum_{k=0}^{\infty}\mu^k(z_k(x)+\pi_k(t)),\ \varepsilon\to 0,$$

где $\varepsilon=\mu^{m+1}, t=x/\mu^m$, $y(x)=Bz(x)$, $B^{-1}AB=D$, $D=\mathrm{diag}\{\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n\}$,
$\pi_k(t)\in C^\infty\left[0,T\mu^{-m}\right],\ z_k(x)\in C[0,T]$.

Заключение по главе 4

Обобщенным методом пограничных функций К. Алымкулова построено равномерное асимптотическое разложение решения бисингулярной задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений с негладким коэффициентом. А также получена оценка для остаточной функции асимптотического ряда, т.е. асимптотическое разложение обосновано.

ВЫВОДЫ

В диссертации впервые, методом обобщенных пограничных функций К. Алымкулова, построены асимптотические решения для краевых задач сингулярно возмущенных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с негладким коэффициентом.

С помощью принципа максимума построенные разложения строго обоснованы, т.е. получены оценки остаточных членов асимптотических рядов любого порядка по малому параметру.

А также обобщенным методом погранфункций построены равномерные асимптотические разложения решений начальной задачи для системы сингулярно возмущенных уравнений с негладким коэффициентом (сингулярной точкой).

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

1. Azimov, B.A. Generalized method of boundary layer function for bisingularly perturbed differential Cole equation [Text] / K. Alymkulov, D.A. Tursunov, B.A. Azimov // Far East Journal of Mathematical Sciences. 2017. Vol. 101. No. 3. pp. 507-516. (https://www.**scopus**.com/authid/detail. uri?authorId=57191858044)
2. Азимов, Б.А. Обобщенный метод пограничных функций для систем обыкновенных дифференциальных уравнений с негладким коэффициентом [Текст] / К. Алымкулов, Д.А. Турсунов, Б.А. Азимов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана, 2017. – № 5. – С. 52-55.
3. Азимов, Б.А. Асимптотика решения бисингулярной задачи Дирихле с негладким коэффициентом [Текст] / К. Алымкулов, Д.А. Турсунов, Б.А. Азимов // Сборник научных работ XXVII Международной научной конференции Евразийского Научного Объединения. - Москва: ЕНО, 2017. – № 5 (27). – С. 1-5.
4. Азимов, Б.А. Асимптотика решения бисингулярной задачи Коула со слабой особенностью [Текст] / К. Алымкулов, Б.А. Азимов, Д.А. Турсунов // Приволжский научный вестник, 2016. – № 8 (60). – С. 5-7.
5. Азимов, Б.А. Об асимптотике решения краевой задачи для бисингулярно возмущенного дифференциального уравнения со слабой особенностью порядка одна третья [Текст] / Б.А. Азимов // Вестник Жалал-Абадского государственного университета, 2016. – № 1 (32). – С. 9-14.
6. Азимов, Б.А. Об асимптотике решения краевой задачи для бисингулярно возмущенного дифференциального уравнения со слабой особенностью порядка одна четвертая [Текст] / Б.А. Азимов // Вестник Жалал-Абадского государственного университета, 2016. – № 1 (32). – С. 15-19.
7. Азимов, Б.А. Бисингулярная задача Коула со слабой точкой поворота [Текст] / К. Алымкулов, Д.А. Турсунов, Б.А. Азимов // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова. 2016. – Т. 39. – № 1. – С. 13-16.
8. Азимов, Б.А. Об асимптотике решения краевой задачи бисингулярно возмущенного уравнения со слабой особенностью [Текст] / Б.А. Азимов // Вестник ОшГУ, 2015. – № 4. Вып. 4. – С. 17-20.
9. Азимов, Б.А. О построении асимптотику решения краевой задачи бисингулярного уравнения Коула со слабой особенностью методом погранфункций [Текст] / К. Алымкулов, Б.А. Азимов // Вестник ОшГУ, 2014. – №3. Вып. 5. – С. 7-11.

10. Азимов, Б.А. Об асимптотике решения краевой задачи бисингулярного уравнения второго порядка со слабой особенностью [Текст] / К. Алымкулов, Б.А. Азимов // Международная научная конференция «Актуальные проблемы математики и информатики» посвященная 80-летию со дня рождения Академика НАН РК К.А. Касымова. – Алматы, 2015. – С. 1-5.
11. Азимов, Б.А. Обобщенный метод пограничных функций для систем обыкновенных дифференциальных уравнений с негладким коэффициентом [Текст] / К. Алымкулов, Д.А. Турсунов, Б.А. Азимов // Сб. тезисов третьей межд. конф. "Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений", Чолпон-ата, 2017. – С. 55.
12. Azimov, B.A. About generalized Poincare asymptotical solution of the boundary value problem of the singularly perturbed differential equation of ordered two with weakly singulary point uniformization [Text] / K. Alymkulov, B.A. Azimov // Abstracts of the V International Scientific Conference “Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics” devoted to the 85 anniversary of Academician M. Imanaliev. – Bishkek. 2016. pp. 50.

Азимов Бектур Абдырахмановичтин «Алсыз өзгөчө чекитке ээ болгон бисингулярдуу козголгон дифференциалдык теңдемелердин чечимдеринин асимптотикасы» деген темадагы 01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу» адистиги боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: алсыз өзгөчө чекит, асимптотикалык ажыралма, кичине параметр, бисингулярдык теңдеме, Кошинин маселеси, Дирихленин маселеси, Дж. Коулдун моделдик теңдемеси, жалпыланган чек аралык функциялар методу, максимум принциби.

Изилдөөнүн объекти. Коэффициенти жылма эмес функция болгон экинчи тартиптеги сингулярдык козголгон сызыктуу кадимки дифференциадык теңдемелер үчүн Дирихленин маселеси. Алсыз өзгөчө чекиттүү сингулярдык козголгон сызыктуу кадимки дифференциадык теңддемелердин системасы үчүн Кошинин маселеси.

Иштин максаттары. Коэффициенти жылма эмес болгон сингулярдык козголгон дифференциадык теңддемелер үчүн чек аралык функциялар методун жалпылоо. Алсыз өзгөчө чекитке ээ болгон жана коэффициенти жылма эмес болгон сингулярдык козголгон маселелердин чечимдеринин асимптотикасын тургузуу жана негиздөө.

Изилдөөнүн усулдары: кичине параметр усулу, математикалык индукция усулу, мажоранттар усулу, жалпыланган чек аралык функция усулу.

Изилдөөнүн илимий жаңылыктары.

1) Коэффициенти жылма эмес функция болгон бисингулярдуу козголгон тенддемелердин чечими үчүн жалпыланган чек аралык функциялар методу өркүндөтүлдү.

2) Алгачкы жолу алсыз өзгөчө чекитке ээ болгон жана коэффициенти жылма эмес болгон сингулярдык козголгон маселелер үчүн чек аралык маселенин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмаларын тургузулду жана негизделди.

3) Алгачкы жолу өзгөчө чекитке ээ болгон сингулярдык козголгон дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн Коши маселенин чечимдеринин бир калыптагы асимптотикалык ажыралмаларын тургузулду жана негизделди.

РЕЗЮМЕ

диссертационной работы Азимова Бектура Абдырахмановича на тему «Асимптотика решения бисингулярно возмущенных дифференциальных уравнений со слабой особой точкой» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Ключевые слова: слабая особая точка, асимптотическое разложение, малый параметр, бисингулярное уравнение, задача Коши, задача Дирихле, модельное уравнение Дж. Коула, обобщенный метод погранфункций, принцип максимума.

Объект исследования. Задача Дирихле для сингулярно возмущенных, линейных дифференциальных уравнений второго порядка с негладким коэффициентом. Задача Коши для сингулярно возмущенной системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений со слабой особой точкой.

Цель работы. Обобщить метод погранфункций для сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с негладким коэффициентом. Построить и обосновать асимптотику решения сингулярно возмущенных задач со слабой особой точкой.

Методы исследования: метод малого параметра, метод математической индукции, метод мажорант, обобщенный метод погранфункций.

Научная новизна.

1) Дано дальнейшее развитие обобщенного метода погранфункций для бисингулярных задач с негладким коэффициентом.

2) Впервые построены и обоснованы равномерные асимптотические разложения решений краевой задачи для сингулярно возмущенных задач с негладким коэффициентом и со слабой особой точкой.

3) Впервые построено и обосновано равномерное асимптотическое разложение решения начальной задачи для системы сингулярно возмущенных задач с сингулярной точкой.

SUMMARY

Azimov Bektur Abdurahmanovich

Dissertation «Asymptotic of solutions of bisingularly perturbed differential equations with weakly singularity point» for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences

(specialty 01.01.02 – differential equations, dynamical systems and optimal control**)**

Key words: weak singularly point, asymptotic expansion, small parameter, bisingularly equation, Cauchy problem, Dirichlet problem, J. Cole model equation, generalized method of boundary functions, maximum principle.

Object of research. Dirichlet problem of the bisingularly perturbed differential equations with the non smooth coefficient. The Cauchy problem for singularly perturbed systems of differential equations with weak singularity.

Aim of research. Generalize the method of boundary functions for singularly perturbed differential equations with weak singular point. Construction and justify the asymptotics of the solution of singularly perturbed equations with non smooth coefficients.

Methods of research: method of the small parameter, method of mathematiccal induction, method of majorant, generalized method of boundary functions.

Scientific novelty.

1) The method of boundary functions for bisingularly perturbed differential equations with non smooth coefficients is developed.

2) Uniform asymptotic expansions of solutions of boundary value problems for bisingularly perturbed differential equations with a non smooth coefficient and with a weak singular point is constructed and justified.

3) A uniform asymptotic expansion of the solution of the initial value problem for a singularly perturbed system of differential equations with a non smooth coefficient is constructed and justified.

Азимов Бектур Абдырахманович

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ БИСИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ СО СЛАБОЙ ОСОБОЙ ТОЧКОЙ

специальность 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Подписано в печать: 15.09.2017 г.

Обьем : 1,25 п.л.

Формат 60x84 1/16. Тираж 120 шт

Редакционно-издательский отдел “Билим” ОшГУ
г. Ош, ул. Ленина, 331.