КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН БИЛИМ БЕРҮҮ ЖАНА ИЛИМ МИНИСТРЛИГИ

ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

Кол жазма укугунун негизинде
УДК: 517.957

ТОКТОРБАЕВ АЙБЕК МАМАДАЛИЕВИЧ

РЕАКЦИЯ КЫЛУУЧУ ГАЗДАРДЫН АРАЛАШМАСЫНЫН ТЕҢДЕМЕЛЕРИ ҮЧҮН КОШИ МАСЕЛЕСИНИН ЧЕЧИЛИШИ

01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу»

СӨЗДҮК

➢ РЕАКЦИЯ КЫЛУУЧУ	-	РЕАГИРУЮЩАЯ
➢ КУБУЛУУЧУ	-	ВЫРОЖДАЮЩИЕСЯ
➢ НАЗАРИЯТ	-	ТЕОРИЯ
➢ БҮТҮНДӨЙ	-	В ЦЕЛОМ
➢ ҮЗГҮЛТҮКСҮЗДҮК	-	НЕПРЕРЫВНОСТЬ
➢ КӨЗӨНӨКТҮҮ ЧӨЙРӨ	-	ПОРИСТАЯ СРЕДА
➢ ИЛЕШКЭЭК	-	ВЯЗКИЙ
➢ КЫСЫЛУУЧУ	-	СЖИМАЕМЫЙ
➢ ӨТКӨРҮМДҮҮ	-	ПРОНИЦАЕМЫЙ
➢ КИЧИНЕ	-	МАЛЫЙ
➢ ДУБАЛ	-	СТЕНКА
➢ ЖЫЛМАКАЙ	-	ГЛАДКИЙ
➢ САЛЫШТЫРМА	-	УДЕЛЬНЫЕ
➢ АЙРЫМАЛЫК СХЕМАЛАР	-	РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ
➢ ТУТАШ ЧӨЙРӨЛӨР МЕХАНИКАСЫ	-	МЕХАНИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

МАЗМУНУ

КИРИШҮҮ

Проблеманын актуалдуулугу. Дифференциалдык теңдемелердин бир бөлүмүн - актуалдуулугу көп сандаган колдонулуштары менен шартталган туташ чөйрөлөр механикасынын чектик маселелери түзүшөт. Назарияттык көз караштa алып караганда туташ чөйрөлөр механикасынын теңдемелери илгертен эле маселелердин коюлуш өзгөчөлүктөрү жана өздөрүнө мүнөздүү болгон чечүү усулдары менен көңүлдү бурдуруп келген. ЭЭМди колдонуунун негизинде сандык усулдардын ылдамдап өнүгүшү - азыркы убакта механиканын моделдерин окуп үйрөнүүгө карата негизги стимулдардын бири болуп эсептелет.

Кыймылдуу суюктуктарда жана газдарда болуп өтүүчү процесстердин математикалык баяндалышы Навье-Стокстун теңдемелерин чечүүгө келтирилет. Бул теңдемелер сызыктуу эмес, ошондуктан аларды чечүүнүн бир кыйла ылайыктуу жолу болуп, азыркы убакта, сандык усулдар эсептелет. Навье-Стокстун теңдемелери үчүн сандык усулдарды талдап иштеп чыгуу прикладдык жана назарияттык чоң баалуулукка ээ. Эффективдүү сандык алгоритмдерди тургузуу үчүн, чектик маселелердин чечилишине карата математикалык тыкыр анализ жүргүзүү зарыл.

Азыркы убакта ушул теңдемелерди чечүүдө пайдаланылуучу көп сандаган усулдардын бар экендигине карабастан, аларды андан ары изилдөө боюнча иштер маанилүү жана актуалдуу болуп кала берүүдө.

Андан сырткары, механиканын проблемаларын изилдеген учурда учуроочу маселелер өз алдынча илимий жана практикалык кызыгууну пайда кылат, анткени алардын чечилиши дифференциалдык теңдемелердин жана айырмалык схемалардын назариятынын андан ары өнүгүүсү менен байланышкан.

Изилдөөнүн объекти жана предмети. Диссертацияда газдардын, ортосунда химиялык реакция болуп өтүүчү эки компоненттүү аралашмасынын (көзөнөктүү жана көзөнөктүү эмес чөйрөдө, кубулуучу жана кубулуучу эмес теңдемелер үчүн), ошондой эле илешкээк жылуулук өткөрүмдүү газдын магниттик жана электрдик талаалардын эске алынышы менен болгон стационардык эмес бир ченемдүү кыймылын баяндоочу ар түрдүү моделдер изилденет.

Жогоруда белгиленгендей, каралуучу моделдердин математикалык изилдеништери жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелердин назариятынын бир бөлүгүн түзөт. Диссертациянын объектин классикалык эмес типтеги теңдемелер түзүшөт. Бул жердеги туташ чөйрөнүн механикасынын изилденип жаткан моделдери, кыймылдын теңдемелери менен катар кошумча «бир тектүү эместик параметрлеринин» (тыгыздык, температура, концентрация, магниттик талаанын чыңалуусу, электрдик талаанын чыңалуусу) аныктамаларын кароого туура келиши менен мүнөздүү. Натыйжада классикалык типтердин бирине да таандык болбогон теңдемелердин стандарттык эмес системаларын алабыз. Бул изилденип жаткан теңдемелер системаларынын математикалык өзгөчөлүгү - сызыктуу эмес болуусу менен катар, ал системалар курама типте. Ошондуктан ар бир конкреттүү система үчүн өзүнө тиешелүү изилдөө усулу иштелинип чыгылат, анткени ал тургай курама типтеги сызыктуу теңдемелердин жалпы назарияты али жетишээрлик толук өнүккөн эмес. Айрым моделдердин өзүнө гана мүнөздүү болгон жагдайлары - чектик маселелерди чечүү үчүн априрордук баалоолорду алган учурда көрүнөт.

Диссертациянын максаты. Диссертациянын максаты болуп илешкээк кысылуучу газдардын бир ченемдүү кыймылынын ар түрдүү кырдаалдардагы моделдик теңдемелери үчүн чектик жана Коши маселелеринин жалпыланган чечимдеринин (Соболевдин тандалып алынган класстары үчүн) жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү глобалдык маселелерди чечүү.

Илимий жаңылыгы. Диссертацияда төмөндөгүдөй негизги илимий жыйынтыктар алынган:

– Ортосунда химиялык реакция болуп өтүүчү газдардын эки компоненттүү аралашмасынын чектелбеген аймакта бир ченемдүү стационардык эмес агымын баяндоочу Коши маселесинин изделүүчү функциялар чексиздикте ар түрдүү пределдерге ээ болушкан учурда убакыт боюнча «бүтүндөй» бир маанилүү чечилиши далилденген.

- Контакттык үзүлүүгө ээ болгон жана чөйрөнүн көзөнөктүүлүгүн эсепке алуу менен газдардын чектелбеген аймакта болгон кыймылынын кубулуучу жана кубулбоочу теңдемелеринин жалпыланган чечимдеринин жашашы жана жалгыздыгы далилденген.
- Илешкээк жана кысылуучу газдын магниттик жана электрдик талааларды эсепке алуу менен чектелбеген аймакта болгон бир ченемдүү стационардык эмес кыймылын баяндоочу чектик маселелердин убакыт боюнча «бүтүндөй» бир маанилүү чечилиши далилденген.
- Өткөрүмдүү жана өткөрүмдүү эмес чек араларга (илешкээк газдын чектелген аймак боюнча агып өтүүсү), ошондой эле турактуу жана өзгөрмө жылуулук өткөрүмдүүлүк коэффициентине ээ болгон, андан башка бир тектүү эмес (температура боюнча) чектик маселелердин чектелген жана чектелбеген аймактарда «бүтүндөй» бир маанилүү чечилиши далилденген.
- Алынган бардык жыйынтыктар жаңы болуп саналат.

Илим жана практика үчүн мааниси. Эмгек назарияттык мүнөзгө ээ. Тикеден – тике колдонулуштардан улам келип чыгуучу маселелер окуп үйрөнүлгөн. Жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер системасынын жаңы класстарына келтирилүүчү туташ чөйрөлөр механикасынын маанилүү маселелеринин коюлушу берилген жана изилденген. Диссертациянын жыйынтыктарын сызыктуу эмес теңдемелер үчүн чектик маселелердин теориясында колдонулуга жана газо-гидродинамиканын теңдемелеринин чечимдеринин сапаттык касиеттерин изилдөөдө, ошондой эле илешкээк газдын агымдарын сандык изилдөө алгоритмдерин негиздөө үчүн пайдаланууга болот.

Изилдөөнүн усулу глобалдык жана локалдык априордук баалоолорду алуу жана алардын негизинде сызыктуу эмес чектик маселелерди чечүүнүн жалпы усулдарын колдонуу менен байланышкан.

Диссертациянын апробациясы. Диссертациянын жыйынтыктары Ж.Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетинин дифференциалдык теңдемелер кафедрасынын семинарларында, эсептөө жана информациялык технологиялар боюнча Россия-Казахстан жумушчу тобунун VI кеңешмесинде (Алматы ш., 2009-ж.), түрк тилдүү өлкөлөрдүн дүйнөлүк математикалык коомчулугунун III конгрессинде (Алматы ш., 2009-ж.), түрк тилдүү өлкөлөрдүн дүйнөлүк математикалык коомчулугунун IV конгрессинде (Баку ш., 2011-ж.), «Функционалдык анализ жана анын колдонулуштары» Эл аралык илимий конференциясында (Астана ш., 2012-ж.), анализ жана колдонмо математика боюнча үчүнчү Эл аралык конференцияда (Алмата ш., 2016-ж.), «Информациялык технологиялар жана илимдеги, техникадагы жана билим берүүдөгү математикалык моделдештирүү» Эл аралык конференциясында (Бишкек ш., 2016-ж.) баяндалган жана талкууланган.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Эмгек киришүүдөн, үч баптан, жети бөлүктөн, корутундудан, 112 аталыштагы колдолунган адабияттардын тизмесинен жана тиркемеден турат.

Формулалардын, аныктамалардын, леммалардын жана теоремалардын номерлениши үч орундуу белгиленген, б.а. эгерде формула (1.2.3) номерине ээ болсо, анда ал биринчи баптын экинчи бөлүмүнүн 3-формуласы экендигин билдирет.

Тексттин көлөмү 134 бет.

Диссертациянын жыйынтыктары [30-43,84-86] эмгектерде жарыяланган.

Биргелешкен иштерде маселенин коюлушу илимий жетекчи, ф.-м.и.д., профессор Д.А. Искендеровага таандык, ал эми алынган илимий жыйынтыктар изденүүчү А.М. Токторбаевге таандык.

Биринчи бапта диссертациялык иштин темасы боюнча жакын эмгектердин баяндамасы берилет.

Экинчи бапта газдардын, ортосунда химиялык реакция болуп өтүүчү көп компоненттүү аралашмасынын чектелбеген аймактагы бир ченемдүү стационардык эмес кыймылынын теңдемелери үчүн Коши маселелери изделүүчү функциялар чексиздикте ар түрдүү пределдерге ээ болгон учурда иликтенген. Кубулуучу жана кубулбоочу теңдемелер, контакттык үзүлүүгө ээ болгон кыймыл, жылуулук өткөрүмдүүлүк коэффициенти температурадан көз каранды болгон учурда чөйрөнүн көзөнөктүүлүгүн эсепке алуу менен болгон кыймыл изилденген. Априордук баалоолор усулу менен жалпыланган чечимдин убакыт боюнча «бүтүндөй» *(«в целом»)* жашашы жана жалгыздыгы далилденди.

Үчүнчү бапта илешкээк кысылуучу газдын магниттик жана электрдик талаалардын эсепке алынышы менен болгон чектелбеген аймактагы бир ченемдүү кыймылынын теңдемелери каралган. Априордук баалоолор усулу менен баштапкы-чектик маселелердин убакыт боюнча «бүтүндөй» *(«в целом»)* бир маанилүү чечилиши далилденди. Өткөрүмдүү эмес чек араларга ээ болгон, турактуу жана өзгөрмө жылуулук өткөрүмдүүлүк коэффициентине ээ болгон маселелер, өткөрүмдүү чек араларга ээ болгон бир тектүү эмес чектик маселелер изилденген.

Изилденген теңдемелердин системалары сызыктуу эмес жана курама типке ээ. Ушуга байланыштуу ар бир конкреттүү маселеге жекече ыкма жасоо зарылдыгы пайда болду. Негизги көңүл глобалдык априордук баалоолорду келтирип чыгарууга бурулду.

Көп жылдардан бери мага кеңеш берип жана колдоо көрсөтүп келе жаткан илимий жетекчим ф.-м. и. д., проф. Д. А. Искендеровага ыраазычылык билдирем.

1-БАП. АДАБИЯТТАРДЫН ЖАНА АЙРЫМ ИЛИМИЙ НАТЫЙЖАЛАРДЫН БАЯНДАМАСЫ

Бул бапта илешкээк газ чөйрөлөрүнүн бир ченемдүү стационардык эмес өз ара өткөрүмдүү кыймылынын Навье-Стокс тибиндеги теңдемелер болуп саналуучу моделдери боюнча изилдөөлөрдүн буга чейинки жыйынтыктары каралат. Жогорку тартиптеги сызыктуу эмес теңдемелердин системасы курама көрүнүшкө ээ болуусу - алардын математикалык изилденишинин өзгөчөлүгүн аныктайт. Мындай моделдер же Больцмандын [12] кинетикалык теңдемелеринен, же феноменологиялык жол [73] менен алынышы мүмкүн.

Навье-Стокстун теңдемелерин окуп үйрөнүүгө көптөгөн окмуштуулардын эмгектери арналган. Илешкээк газдын теңдемелери үчүн чектик маселелердин корректтүүлүгү боюнча изилдөөлөрдүн кеңири баяндамасы [2]-монографияда келтирилген. Чектик маселелерди окуп үйрөнүүгө Дж. Серриндин [107] эмгеги негиз салган, анда чектик маселелердин негизги коюлуштары формулировкаланган жана жалгыздык теоремалары жылмакай функциялардын классында далилденген. Дж. Нэшуга [106] Коши маселесинин убакыт боюнча «кичине» аралыкта классикалык чечиминин жашашы жөнүндөгү теорема таандык. Бир кыйла башкача ыкма менен анын жыйынтыгы Н. Итаянын [100], А.И. Вольперттин жана С.И. Худяевдин [11] эмгектеринде кайталанган жана жалпыланган. Аралаш чектик маселелер үчүн чечимдин жашашынын жана жалгыздыгынын локалдык теоремалары В. А. Солонников [83], А. Тани [109] тарабынан далилденген.

Азыркы убакта чектик маселелердин глобалдык чечилиши бир ченемдүү агымдар болгон учурлар үчүн гана жетишээрлик жакшы изилденген. Коши маселесинин убакыт боюнча «бүтүндөй» чечилиши боюнча биринчи жыйынтык Я.И. Канел [44] тарабынан баротроптук газ үчүн $p=\rho^{\gamma},\ \gamma=const\geq 1$ болгон учурда алынган. Н. Итаяга [101], А. Таниге [110] Коши маселесинин жана Бюргерстин модели $(p=const)$ үчүн аралаш чектик маселенин чечиминин жашашынын глобалдык теоремалары таандык. Я.И. Канел [45] тарабынан илешкээк жылуулук өткөрүмдүү газдын кыймылынын теңдемелери үчүн баштапкы берилгендер тынчтануу абалына жакын деген шарттагы Коши маселесинин корректтүүлүгү далилденген. Баштапкы берилгендерге ушундай эле чектөөлөр болгон учурда А.Мацумура жана Т.Нишида [104, 105] Коши маселесинин жана аралаш чектик маселенин глобалдык чечилишин тургузушкан.

Локалдык эмес теория А.В. Кажиховдун эмгектеринде [46-48] бир топ өнүгүүнү алган, ал эмгектерде илешкээк жылуулук өткөрүмдүү жана баротропдук газдардын теңдемелери үчүн чектик маселелерди изилдөө жүргүзүлгөн. Ал тарабынан баштапкы - чектик маселелердин бардык негизги коюлуштары үчүн жалгыз глобалдык чечимдин жашашы далилденген жана баштапкы берилгендерге карата кошумча кичинелик шарттарсыз Коши маселеси үчүн убакыт чектелбеген түрдө өскөн учурда чечимдердин жүрүм-туруму изилденген.

Көп компоненттүү жана көп фазалуу туташ чөйрөлөрдүн агымын баяндоочу теңдемелер көптөгөн эмгектерде келтирилип чыгарылган. Алардын баяндамасы [56] да келтирилген. Бул теңдемелер татаал системалар болуп эсептелишет. Көп компоненттүү аралашманын бир ченемдүү теңдемелери үчүн аралаш чектик маселелердин бир маанилүү чечилиши менен новосибирскилик окумуштуулар А.В. Кажихов жана А.Н. Петров [49, 69, 70] шугулданышкан. Бардык изделүүчү функциялар чексиздикте бирдей пределдерге ээ болгон учурда Коши маселесинин бир маанилүү чечилишин жана чечимди стабилдештирүүнү Есекеев К.Б., Искендерова Д.А. [13, 14] изилдешкен. Кубулуучу теңдемелерди чектелген жана чектелбеген аймакта, изделүүчү функциялар чексиздикте нөлдүк пределдерге ээ болгон учурда Искендерова Д.А. [19,22,23] изилдеген. Магниттик талааны эсепке алуу менен газдардын реакция кылуучу аралашмасынын теңдемелери Д.А. Искендерова [16-18,21,28,29] тарабынан окуп үйрөнүлгөн. Ал температура жана компоненттердин массалык концентрациялары чексиздикте бирдей пределдерге ээ болгон учурда чектик маселелерди жана Коши маселесин изилдеген.

Электрогазодинамика (ЭГД) – бул физиканын жана механиканын униполярдык заряддалган же поляризацияланган суюктуктардын же газдардын электрдик талаадагы кыймылын окуп үйрөнүүчү тармагы болуп саналат.

Электрогазодинамиканын жалпы маселелери И.П. Верещагиндин, В.И. Левитовдун, Г.З. Мирзабекяндын, М.М. Пашиндин [10], А.Б. Ватажиндин, В.И. Грабовскийдин, В.А. Лихтердин, В.И. Шульгиндин [9], Ю.С. Бортниковдун, Н.Б. Рубашовдун [5] монографияларында каралган.

ЭГД ны баяндоочу бир ченемдүү теңдемелердин чечилиши – магниттик талаа жок болгон учурдагы агым Н. Файзулин тарабынан жалпы учур үчүн баротроптук кыймыл болгон кезде, чөйрөдө же оң иондор же терс иондор болгон учурда [90,92] де каралган, ал эми илешкээк жылуулук өткөрүмдүү газ учуру [91] де каралган. ЭГДнын стационардык эмес маселесинин чечимин стабилдештирүү илешкээк жылуулук өткөрүмдүү газ учурунда Н.Т. Копылова тарабынан [53] дө окуп үйрөнүлгөн.

Бай Ши-и нин [3] китебинде магниттик газодинамиканын негизги теңдемелери берилген. Магниттик газ динамикасынын теңдемелери үчүн баштапкы чектик маселе электрдик талаа жок болгон учурда А.В. Кажихов, Ш. Смагулов тарабынан [50] дө изилденген. Магниттик газ динамикасынын теңдемелери үчүн чектик маселелердин чечилиши электрдик талаа жок болгон учурда Д.А. Искендерова тарабынан бир тектүү эмес чектик шарттар менен [29, 79] да, ал эми өзгөрүлмө жылуулук өткөрүмдүүлүк коэффициенти менен [79] да изилденген. Магниттик газодинамиканын теңдемелери үчүн айрым маселелердин чечилиши [20,24-27,29,55,77-79] эмгектеринде изилденген.

Электрогазодинамиканын бир ченемдүү стационардык эмес теңдемелери үчүн айырмалык схемалардын жыйналуучулугун жана туруктуулугун изилдөө менен Н.Н. Тунгатаров диффузия коэффициентин эсепке алуу менен болгон илешкээк газдын баротроптук кыймылы учурунда [87] жана диффузия коэффициентин эсепке албастан илешкээк жылуулук өткөрүмдүү газдын учурулары менен [88] шугулданган.

Сунушталып жаткан иште газдардын, ортосунда чектелбеген аймакта химиялык реакция болуп өтүүчү эки компоненттүү аралашмасынын стационардык эмес бир ченемдүү агымынын теңдемелери изилденген. Кубулуучу жана кубулбоочу теңдемелер каралат. Изилдөөнүн негизги объекти болуп газдардын реакция кылуучу аралашмасынын теңдемелери үчүн, изделүүчү функциялар чексиздикте ар түрдүү турактуу пределдерге умтулган учурдагы Коши маселеси эсептелет. Теңдемелердин сызыктуу эместиги чексиздикте ар түрдүү пределдерге ээ болгон Коши маселеси үчүн чечимдин «бүтүндөй» жашаш теоремасын чексиздикте бирдей пределдерге ээ болгон Коши маселесинин чечилишинин натыйжасы катары алууга мүмкүн эместигин байкайбыз. Ушуга эле окшош, кубулуучу баштапкы тыгыздыкка ээ болгон маселелер, бекем оң баштапкы тыгыздыкка ээ болгон маселелердин натыйжасы болбойт. Анткени, эгер $t=0$ болгон учурда чек арада тыгыздык $\rho=0$ болсо, анда, көрүнүп тургандай, $t>0$ болгон учурда да чек арада $\rho=0$ болуп, ал изилденүүчү теңдемелердин кубулуусуна алып келет. Изилденип жаткан маселелердин проблемалуулугу [2] монографияда көрсөтүлгөн.

Ошондой эле бул иште нейтралдык газдан жана оң иондордон $q>0$ турган эки компоненттүү чөйрөнү сүрөттөөчү электрогазодинамиканын (ЭГД) математикалык модели каралат [3,9]. Чектелген аймакта магниттик талааны эсепке алуу менен болгон илешкээк жылуулук өткөрүмдүү газдын агымын сүрөттөөчү бир ченемдүү теңдемелердин убакыт боюнча «бүтүндөй» бир маанилүү чечилиши изилденет. Жылуулук өткөрүмдүүлүк коэффициент турактуу жана тыгыздыктан же температурадан көз каранды болгон учурлар каралат. Ошондой эле температура үчүн бир тектүү эмес шарттар менен чектик маселе окуп үйрөнүлөт.

Теоремалардын далилдөөсү төмөнкү схема боюнча жүргүзүлөт:

а)глобалдык априордук баалоолор келтирилип чыгарылат, анда оң C, C_i, N_i, K_i турактуулары маселенин берилгендеринен жана убакыттын $T,\ 0<T<\infty$ аралыгынан гана көз каранды болот, бирок локалдык чечимдин жашоо аралыгынан көз каранды болбойт; б) чечимдин жашашынын локалдык теоремасы далилденет; в) алынган глобалдык априордук баалоолордун негизинде локалдык чечим убакыттын бүтүндөй $[0,T]$, $0<T<\infty$ аралыгына улантылат; г) чечимдин жалгыздыгы далилденет.

Белгилүү болгондой, илешкээк газ динамикасынын бир ченемдүү стационардык эмес маселелеринде априордук баалоолорду лагранждык координаталарда алуу баарынан ыңгайлуу. Алардын киришүүсү [2, 71] де баяндалган.

2-БАП. РЕАКЦИЯ БЕРҮҮЧҮ ГАЗДАРДЫН АРАЛАШМАСЫНЫН ТЕҢДЕМЕЛЕРИ ҮЧҮН КОШИ МАСЕЛЕЛЕРИНИН ЧЕЧИЛИШИ

§ 2.1. ЧЕКСИЗДИКТЕ АР ТҮРДҮҮ ПРЕДЕЛДЕРГЕ ЭЭ БОЛГОН КОШИ МАСЕЛЕСИ

2.1.1. Маселенин коюлушу жана негизги жыйынтык. Төмөнкү теңдемелер системасы изилденет:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=0,\quad v=\frac{1}{\rho},\\
&\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\chi}{v}\frac{\partial c}{\partial x}\right)-cg,\\
&\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{v}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(r\frac{\theta}{v}\right),\\
&\frac{\partial \theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_1}{v}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_2}{v}\theta\frac{\partial c}{\partial x}\right)-r\frac{\theta}{v}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\mu}{v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\delta cg,
\end{aligned}\tag{2.1.1}$$

мында

$$c=c_1,\ \theta=c_vT,\ g=\frac{\omega}{\rho c},\ r=\frac{R}{c_v},\ c_v=(c_{v1}-c_{v2})c+c_{v2},\ R=(R_1-R_2)c+R_2,$$

$$\chi=\rho D,\ D_1=D_2=D,\ \omega_2=-\omega_1=\omega\geq 0,\ \delta=\delta_1-\delta_2\geq 0,$$

$$\lambda_1=\frac{\lambda}{c_v},\ \lambda_2=\frac{\chi}{c_v}[(c_{v1}-c_{v2})+(R_1-R_2)-\lambda].$$

Бул жерде ρ, u, θ аралашманын тыгыздыгы, ылдамдыгы, температурасы, v – салыштырма көлөм, c_i – компоненттердин массалык концентрациялары, δ_i – бул i- компоненттин стандарттык шарттар учурунда пайда болуучу жылуулугу, R_i – газ турактуулары, c_{vi} – компоненттердин турактуу көлөм учурундагы салыштырма жылуулук сыйымдуулуктар, ω_i –химиялык реакциялардын ылдамдыктары; D_i, μ, λ – диффузия, илешкээктик, жылуулук өткөрүмдүүлүк коэффициенттери. Оң $\chi, \mu, \lambda, c_{vi}, R_i$ коэффициенттери турактуу деп эсептелинген учурда теңдемелердин (2.1.1) системасы ρ, c, u, θ функцияларына карата туюк болот.

Аралашманын кыймылын төмөнкү тилкеде карайбыз:

$$\Pi=\{(x,t): x\in R,\ 0<t<T\},\ R=(-\infty,\infty).$$

Төмөнкү баштапкы шарттар

$$u|_{t=0}=u_0(x),\ \theta|_{t=0}=\theta_0(x),\ c|_{t=0}=c_0(x),\ v|_{t=0}=v_0(x), \qquad (2.1.2)$$

$0<c_0(x)\le 1,\ 0<m\le(v_0(x),\ \ \theta_0(x))\le M<\infty$ чексиздикте чектүү пределдерге ээ болушат:

$$\lim_{x\to-\infty} u_0(x)=u_0^1,\ \lim_{x\to+\infty} u_0(x)=u_0^2,\ \ u_0^1<u_0^2,$$

$$\lim_{x\to-\infty} v_0(x)=v_0^1,\ \lim_{x\to+\infty} v_0(x)=v_0^2,\ \ v_0^1\ne v_0^2, \qquad (2.1.3)$$

$$\lim_{x\to-\infty} c_0(x)=c_0^1,\ \lim_{x\to+\infty} c_0(x)=c_0^2,\ \ c_0^1\ne c_0^2,$$

$$\lim_{x\to-\infty} \theta_0(x)=\theta_0^1,\ \lim_{x\to+\infty} \theta_0(x)=\theta_0^2,\ \ \theta_0^1\ne\theta_0^2.$$

Ттөмөндөгүдөй касиеттерге ээ болуучу $\psi(x),\ f(x),\ \gamma(x),\ \varphi(x)$ жардамчы функцияларын киргизебиз:

$$0<C_1^{-1}<\psi(x)<C_1,\ \ \lim_{|x|\to\infty} v_0(x)\psi(x)=1,\ \ \psi'(x)\in W_2^1(R),$$

$$|f(x)|<C_2<\infty,\ \lim_{x\to\infty} f(x)=u_0^1,\ \lim_{x\to+\infty} f(x)=u_0^2,$$

$$0<f'(x)\le C_3,\ f'(x)\in W_2^1(R),\ f'(x)\in L_1(R), \qquad (2.1.4)$$

$$0<C_4^{-1}<\varphi(x)<C_4,\ \ \lim_{|x|\to\infty} \theta_0(x)\varphi(x)=1,\ \ \varphi'(x)\in W_2^1(R),$$

$$1\le\gamma(x)<C_5<\infty,\ \ \lim_{|x|\to\infty} c_0(x)\gamma(x)=1,\ \ \gamma'(x)\in W_2^1(R).$$

$$(\varphi'(x))^2<\delta f'(x),\ \ (\gamma'(x))^2<\delta f'(x),\ \ 0<\delta<1.$$

Мындай функциялардын жашашын текшерүү кыйын эмес.

2.1.1-ТЕОРЕМА. *Эгерде (2.1.2) баштапкы берилиштери (2.1.3) шарттарын жана* $(u_0-f,\ v_0\psi-1,\ \theta_0\varphi-1,\ c_0\gamma-1)\in W_2^1(R)$ *шартын канааттандырса, ошондой эле* $g(\rho,c,\varphi\theta)$ *функциясы өзүнүн аргументтеринин каалагандай компакттуу аймагында оң жана үзгүлтүксүз болсун, ал эми* $(\varphi\theta)^{1/2}$ *боюнча, Липшицтин шарты жана* $g(\rho,c,1)=0$ *экендиги орун алса,* *анда каалагандай* $T,\ 0<T<\infty$ *чектүү бийиктигине ээ болгон* $\Pi=R\times(0,T)$ *тилкесинде (2.1.1), (2.1.2) маселесинин жалгыз жалпыланган чечими жашайт, жана*

$$(v\psi-1)\in L_\infty\left(0,\ T;W_2^1(R)\right),\quad \left(\frac{\partial v}{\partial t},\frac{\partial u}{\partial t},\frac{\partial \theta}{\partial t},\frac{\partial c}{\partial t},\right)\in L_2(\Pi),$$

$$(u-f,\ \theta\varphi-1,\ c\gamma-1)\in L_\infty\left(0,\ T;W_2^1(R)\right)\cap L_2\left(0,\ T;W_2^2(R)\right),$$

болот, мында $0<c(x,t)\le 1,\ v(x,t),\ \theta(x,t)$ *- такай оң, чектелген функциялар.*

2.1.2. Априордук баалоолор. Жалпылыкты чектебей туруп, (2.1.1) - системасындагы бардык оң турактууларды бирге барабар деп кабыл алабыз. (2.1.1) системасынын теңдемелеринен жана берилиштерге болгон чектөөлөрдөн $v(x,t),\ \theta(x,t)$ функцияларынын терс эмес жана $0<c(x,t)\le 1$ экендиги көрүнүп турат.

$\dfrac{\partial \xi}{\partial x}=\dfrac{1}{\varphi(x)\gamma(x)}$ деп алмаштыруу жүргүзөбүз. Анда теңдемелердин (2.1.1) – системасы төмөндөгүдөй көрүнүштү алат:

$$\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial u}{\partial \xi}=0,\quad v=\frac{1}{\rho},$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma v}\frac{\partial c}{\partial \xi}\right)-cg,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma v}\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)-\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial p}{\partial \xi},\quad p=\frac{\theta}{v}, \tag{2.1.5}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}=\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma v}\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right)+\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma v}\theta\frac{\partial c}{\partial \xi}\right)-\frac{1}{\varphi\gamma}p\frac{\partial u}{\partial \xi}+\frac{1}{\varphi^2\gamma^2 v}\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)^2+cg.$$

2.1.1- ЛЕММА. Теореманын шарттары аткарылган шартта төмөнкү баалоо орун алат

$$U(t)+\int_0^t W(\tau)d\tau\le E=const>0,\quad t\in[0,T] \tag{2.1.6}$$

мында

$$U(t)=\int\left\{\frac{1}{2}(u-f)^2+\frac{1}{2}(c\gamma-1)^2+(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)+(v\psi-\ln v\psi-1)\right\}dx,$$

$$W(t)=\int\left\{\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}+\frac{u_x^2}{v\theta}+\frac{c_x^2}{v}+\frac{\theta}{v}f'+g(c\gamma-1)^2\right\}dx.$$

x боюнча интегралдар $-\infty$ ден ∞ ге чейин алынат.

Далилдөө. (2.1.5) -системанын биринчи теңдемесин $\gamma\left(\psi-\frac{1}{v}\right)$ га, экинчисин $\gamma(c\gamma-1)$ ге, үчүнчүсүн $\varphi\gamma(u-f)$ ке, төртүнчүсүн $\gamma\left(\varphi-\frac{1}{\theta}\right)$ көбөйтүп, кошуп анан R боюнча интегралдайбыз:

$$\frac{d}{dt}\int\left\{\frac{1}{2}\varphi\gamma(u-f)^2+\frac{1}{2}(c\gamma-1)^2+\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)+\gamma(v\psi-\ln v\psi-1)\right\}d\xi+$$

$$+\int\left\{\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}+\frac{u_\xi^2}{v\theta\varphi^2\gamma}+\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}+\frac{\theta}{v}f'+g(c\gamma-1)^2\right\}d\xi= \tag{2.1.7}$$

$$=\int\frac{\psi}{\varphi}u_\xi d\xi+\int\frac{f'}{v\varphi\gamma}u_\xi d\xi-\int\frac{\theta_\xi\varphi'}{v\theta\varphi^3\gamma}d\xi-\int\frac{c_\xi c\,\gamma'}{v\varphi^2\gamma}d\xi+\int\frac{c_\xi c\varphi'}{v\varphi^3}d\xi-$$

$$-\int\frac{c_\xi\theta_\xi}{v\theta\varphi^2\gamma}d\xi-\int\frac{c_\xi\varphi'}{v\varphi^3\gamma}d\xi-\int g(c\gamma-1)d\xi+\int cg\gamma\frac{\varphi\theta-1}{\theta}d\xi=\sum_{k=1}^{9}I_k.$$

Бөлүктөп интегралдоону, Юнгдун, Кошинин барабарсыздыгын жана (2.1.4) -касиеттерди пайдаланып ар бир I_k ны баалайбыз.

$$I_1=\int\frac{\psi}{\varphi}(u-f)_\xi d\xi+\int\frac{\psi}{\varphi}f'd\xi=-\int(u-f)\left(\frac{\psi'}{\varphi}-\frac{\psi\varphi'}{\varphi^2}\right)d\xi+C_6\int f'd\xi\le$$

$$\le C_7\left(\left\|\sqrt{\varphi\gamma}(u-f)\right\|^2+1\right).$$

$$I_2=\int f'\frac{\partial\ln v\psi}{\partial t}d\xi=-\int f'\frac{\partial}{\partial t}(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi+$$

$$+\int f'\frac{\partial v\psi}{\partial t}d\xi=-\frac{d}{dt}\int f'(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi+\int f'\frac{\psi}{\varphi\gamma}u_\xi d\xi=$$

$$=-\frac{d}{dt}\int f'(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi+\int f'\frac{\psi}{\varphi\gamma}(u-f)_\xi d\xi+\int(f')^2\frac{\psi}{\varphi\gamma}d\xi=$$

$$=-\frac{d}{dt}\int f'(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi+\int(u-f)\left(\frac{f''\psi}{\varphi\gamma}+\frac{f'\psi'}{\varphi\gamma}-\frac{f'\psi\varphi'}{\varphi^2\gamma}-\frac{f'\psi\gamma'}{\varphi\gamma^2}\right)d\xi+$$

$$+\int(f')^2\frac{\psi}{\varphi\gamma}d\xi\le-\frac{d}{dt}\int f'(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi+C_8\left(\left\|\sqrt{\varphi\gamma}(u-f)\right\|^2+1\right).$$

$$I_3=\int\frac{\theta_\xi\varphi'\psi^{1/2}}{v^{1/2}\theta\varphi^3\gamma}d\xi-\int\frac{\theta_\xi\varphi'\psi^{1/2}\left((v\psi)^{1/2}-1\right)}{v^{1/2}\theta\varphi^3\gamma(v\psi)^{1/2}\sqrt{v\psi-\ln v\psi-1}}\sqrt{v\psi-\ln v\psi-1}d\xi\,.$$

Ушул жерде

$$\frac{\left|(v\psi)^{1/2}-1\right|}{(v\psi)^{1/2}\sqrt{v\psi-\ln v\psi-1}}\leq K_1,\quad\forall(x,t)\in\Pi \tag{2.1.8}$$

Анда

$$I_3\leq\left(\int\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}d\xi\right)^{1/2}\left(\int\frac{\varphi'^2\psi}{\varphi^4\gamma}d\xi\right)^{1/2}+$$

$$+K_1\left(\int\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}d\xi\right)^{1/2}\left(\int\frac{\varphi'^2\psi}{\varphi^4\gamma}(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi\right)^{1/2}\leq$$

$$\leq\delta_1\int\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}d\xi+C_{\delta_1}\left(\int f'(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi+1\right).$$

Ушуга эле окшош ой жүгүртүү менен калган интегралдарды баалоого болот.

$$I_4=\int\frac{c_\xi\gamma'c\psi^{1/2}}{v^{1/2}\varphi^2\gamma}d\xi-\int\frac{c_\xi\gamma'c\psi^{1/2}\left((v\psi)^{1/2}-1\right)}{v^{1/2}\varphi^2\gamma(v\psi)^{1/2}\sqrt{v\psi-\ln v\psi-1}}\sqrt{v\psi-\ln v\psi-1}d\xi\leq$$

$$\leq\left(\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi\right)^{1/2}\left(\int\frac{\gamma'^2c^2\psi}{\varphi^2\gamma^2}d\xi\right)^{1/2}+$$

$$+K_1\left(\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi\right)^{1/2}\left(\int\frac{\gamma'^2c^2\psi}{\varphi^2\gamma^2}(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi\right)^{1/2}\leq$$

$$\leq\delta_2\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi+C_{\delta_2}\left(\int f'(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi+1\right).$$

$$I_5=\int\frac{c_\xi\varphi'c\psi^{1/2}}{v^{1/2}\varphi^3}d\xi-\int\frac{c_\xi\varphi'c\psi^{1/2}\left((v\psi)^{1/2}-1\right)}{v^{1/2}\varphi^3(v\psi)^{1/2}\sqrt{v\psi-\ln v\psi-1}}\sqrt{v\psi-\ln v\psi-1}d\xi\leq$$

$$\leq\left(\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi\right)^{1/2}\left(\int\frac{\varphi'^2c^2\psi}{\varphi^4}d\xi\right)^{1/2}+$$

$$+K_1\left(\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi\right)^{1/2}\left(\int\frac{\varphi'^2c^2\psi}{\varphi^4}(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi\right)^{1/2}\leq$$

$$\le \delta_3 \int \frac{c_\xi^2}{v\varphi^2} d\xi + C_{\delta_3}\left(\int f'(v\psi - \ln v\psi - 1)d\xi + 1\right).$$

$$I_6 \le \frac{1}{2}\int \frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma} d\xi + \frac{1}{2}\int \frac{c_\xi^2}{v\varphi^2} d\xi,$$

$$I_7 = \int \frac{c_\xi \varphi' c \psi^{1/2}}{v^{1/2}\varphi^3\gamma} d\xi - \int \frac{c_\xi \varphi' c \psi^{1/2}\left((v\psi)^{1/2} - 1\right)}{v^{1/2}\varphi^3\gamma (v\psi)^{1/2}\sqrt{v\psi - \ln v\psi - 1}} \sqrt{v\psi - \ln v\psi - 1}\, d\xi \le$$

$$\le \left(\int \frac{c_\xi^2}{v\varphi^2} d\xi\right)^{1/2} \left(\int \frac{\varphi'^2 c^2 \psi}{\varphi^4\gamma^2} d\xi\right)^{1/2} +$$

$$+ K_1 \left(\int \frac{c_\xi^2}{v\varphi^2} d\xi\right)^{1/2} \left(\int \frac{\varphi'^2 c^2 \psi}{\varphi^4\gamma^2}(v\psi - \ln v\psi - 1)d\xi\right)^{1/2} \le$$

$$\le \delta_4 \int \frac{c_\xi^2}{v\varphi^2} d\xi + C_{\delta_4}\left(\int f'(v\psi - \ln v\psi - 1)d\xi + 1\right).$$

I_8, I_9 - $g(\rho, c, \varphi\theta)$ функциясынын $(\varphi\theta)^{1/2}$ боюнча липшицалдуулугун жана төмөнкү барабарсыздыктарды эсепке алуу менен бааланат

$$\frac{\left|(\varphi\theta)^{1/2} - 1\right|}{\sqrt{\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1}} \le K_2, \quad \forall (x,t) \in \Pi. \qquad (2.1.9)$$

$$I_8 \le N_1 \int \left|(\varphi\theta)^{1/2} - 1\right| \cdot |c\gamma - 1| d\xi \le N_1 \int \frac{\left|(\varphi\theta)^{1/2} - 1\right|}{\sqrt{\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1}} \sqrt{\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1} \cdot |c\gamma - 1| d\xi \le$$

$$\le N_1 K_2 \left(\int (\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1)d\xi\right)^{1/2} \left(\int (c\gamma - 1)^2 d\xi\right)^{1/2} \le$$

$$\le C_9 \left[\int \gamma(\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1)d\xi + \frac{1}{2}\int (c\gamma - 1)^2 d\xi\right].$$

Андан ары R сан огун төмөндөгүчө кылып $\Omega_i(t)$ аймактарына ажыратабыз:

$$\Omega_1(t) = \{x \in R : \varphi(x)\theta(x,t) \le 1\}, \qquad \Omega_2(t) = \{x \in R : \varphi(x)\theta(x,t) > 1\}.$$

Анда $g(\rho, c, \varphi\theta)$ жана $c(x,t)$ функцияларынын оң болушунун негизинде

$$I_9 = \int c g \gamma \frac{\varphi\theta - 1}{\theta} dx = \int_{\Omega_1(t)} c g \gamma \frac{\varphi\theta - 1}{\theta} dx + \int_{\Omega_2(t)} c g \gamma \frac{\varphi\theta - 1}{\theta} dx \le \int_{\Omega_2(t)} c g \gamma \frac{\varphi\theta - 1}{\theta} dx$$

болот.

$\Omega_2(t)$ да төмөнкү барабарсыздыктын аткарыларын байкайбыз:

$$\frac{\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)(\varphi\theta-1)}{\varphi\theta(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)}<K_3,\quad \forall(x,t)\in\Pi. \qquad (2.1.10)$$

I_9 га кайтып төмөнкүгө ээ болобуз

$$I_9\le C_{10}\int_{\Omega_2(t)}\frac{\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)(\varphi\theta-1)}{\varphi\theta(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)}\sqrt{\gamma}(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)d\xi\le C_{10}K_3\int\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)dx.$$

Алынган баалоолорду (3.1.7) ге коёбуз

$$\frac{d}{dt}\int\left\{\frac{1}{2}\varphi\gamma(u-f)^2+\frac{1}{2}(c\gamma-1)^2+\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)+(f'+\gamma)(v\psi-\ln v\psi-1)\right\}d\xi+$$

$$+\int\left\{\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}+\frac{u_\xi^2}{v\theta\varphi\gamma}+\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}+\frac{\theta}{v}f'+g(c\gamma-1)^2\right\}d\xi\le$$

$$\le C_{11}\left(\left\|\sqrt{\varphi\gamma}(u-f)\right\|^2+1\right)+\left(\delta_1+\frac{1}{2}\right)\int\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}d\xi+\left(\delta_2+\delta_3+\delta_4+\frac{1}{2}\right)\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2\gamma}d\xi+$$

$$+C_{12}\left(\int(f'+\gamma)(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi+\int\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)d\xi+\int\frac{1}{2}(c\gamma-1)^2d\xi+1\right).$$

Каалагандай $\delta_i,\ i=\overline{1,4}$ турактууларын $\sum_{i=1}^{4}\delta_i<\frac{1}{2}$ боло тургандай кылып тандайбыз. Алынган барабарсыздыкты убакыт t боюнча интегралдап чыгабыз жана Гронуолланын леммасын колдонобуз. Баштапкы өзгөрүлмөлөргө кайра кайтып, (2.1.4) тү эсепке алуу менен (2.1.6) баалоосун алабыз.

Лемма далилденди.

2.1.3. Изделүүчү функциялардын арасындагы жардамчы катыштар. [2] де колдонулган ыкма менен , R сан огун жана тиешелүү түрдө Π тилкесин чектүү кесиндилерге жана тик бурчтуктарга ажыратабыз:

$$R=\bigcup_{N=-\infty}^{\infty}\bar{\Omega}_N,\quad \Pi=\bigcup_{N=-\infty}^{\infty}\bar{Q}_N,$$

$$\Omega_N=\{x|\ N<x<N+1\},\ Q_N=\Omega_N\times(0,T),\ N=0,\pm1,\pm2,\ldots$$

Ушундай тик бурчтуктардын ичинен каалагандай тартипте бирөөсүн алабыз. (2.1.6) да $v\psi>0,\ \varphi\theta>0$ болгон учурда $(v\psi-\ln v\psi-1),(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)$ функциялары терс эмес болгондуктан,

$$U_N(t)+\int_0^t W_N(\tau)d\tau\le E, \qquad (2.1.11)$$

болот, мында интегралдар U_N жана W_N аныктамасында Ω_N боюнча алынат.

Мындан, [2] ге ылайык, N ден көз каранды болбогон жана

$$\frac{n(E)}{C_1} \le \int_N^{N+1} v(x,t)\,dx \le M(E)C_1,\ \frac{n(E)}{C_4} \le \int_N^{N+1} \theta(x,t)\,dx \le M(E)C_4,\ \forall t \in [0,T]. \qquad (2.1.12)$$

болгондой $n(E), M(E)$ оң турактуулары жашайт.

(2.1.11) ден каалагандай $t \in [0,T]$ учурунда ар бир Ω_N аймагында

$$\frac{n(E)}{C_1} \le v(a(t),t) \le M(E)C_1,\ \frac{n(E)}{C_4} \le \theta(a_1(t),t) \le M(E)C_4. \qquad (2.1.13)$$

боло тургандай $a(t)=a_N(t) \in [N, N+1]$, $a_1(t)=a_{1N}(t) \in [N, N+1]$ чекиттеринин жашай тургандыгын алабыз.

(2.1.1) - системанын биринчи жана үчүнчү теңдемелеринен Q_N тик бурчтуктарынын ар биринде изделүүчү функциялардын ортосундагы бирлен жардамчы катыш келтирилип чыгарылат.

$$v(x,t) = I^{-1}(t)B^{-1}(x,t)\left[v_0(x) + \int_0^t \theta(x,\tau) I(\tau) B(x,\tau)\,d\tau\right], \qquad (2.1.14)$$

мында

$$I(t) = I_N(t) = \frac{v_0(a(t))}{v(a(t),t)} \exp\left\{\int_0^t \frac{\theta}{v}(a(t),\tau)\,d\tau\right\},$$

$$B(x,t) = B_N(x,t) = \exp\left\{\int_{a(t)}^{x} (u_0(\xi) - u(\xi,t))\,d\xi\right\}.$$

Төмөнкү баалоолор орун алат:

$$0 < K_4^{-1} \le B(x,t) \le K_4,\ 0 < K_5^{-1} \le I(t) \le K_5,\ \forall x \in \Omega_N,\ \forall t \in [0,T] \qquad (2.1.15)$$

Далилдөөсү (2.1.6) баалоолордон жана (2.1.14) көрүнүшүнөн келип чыгат.

2.1.4. Тыгыздык (салыштырма көлөм) жана температура үчүн баалоолор. Айталы $h(x,t)$ – үзгүлтүксүз функция болсун. Төмөндөгүдөй белгилөөлөрдү киргизебиз:

$$M_h(t) = \max_{|x|<\infty} h(x,t),\quad m_h(t) = \min_{|x|<\infty} h(x,t).$$

2.1.2- ЛЕММА. Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат

$$m_v(t) \ge N_2,\quad \forall t \in [0,T].$$

Далилдөөсү теореманын шарттарын жана (2.1.15) ти эсепке алуу менен (2.1.14) көрүнүшүнөн келип чыгат. Лемма далилденди.

2.1.3 - ЛЕММА. Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат

$$M_v(t)\le N_3 \quad \forall\, t\in[0,T].$$

Далилдөө. [50] дө белгилүү болгондой төмөнкү баалоо орун алат:

$$M_\theta(t)\le C_\varepsilon A(t)M_v(t)+C, \text{ мында } \qquad A(t)=\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx. \qquad (2.1.16)$$

(2.1.15), (2.1.16) ларды эсепке алуу менен (2.1.14) төн төмөнкү баалоону алабыз

$$M_v(t)\le C_{13}\left[1+\int_0^t A(\tau)M_v(\tau)d\tau\right].$$

Ага Гронуолланын леммасын колдонобуз. (2.1.6) - баалоолорду эсепке алуу менен лемманын ырасталышын алабыз. Лемма далилденди.

(2.1.16) дан, (2.1.6) - баалоолорду жана 2.1.3-лемманы эсепке алуу менен, төмөнкү баалоону алабыз

$$\int_0^t M_\theta(t)dt\le K_6, \quad \forall t\in[0,T]. \qquad (2.1.17)$$

2.1.5. Изделүүчү функциялардан алынган туундулар үчүн баалоолор. (2.1.1) – системанын экинчи теңдемесин $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}c_x\right)$ га көбөйтүп, андан соң R боюнча интегралдайбыз. Бөлүктөп интегралдоону колдонуп төмөнкүгө ээ болобуз

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int\frac{c_x^2}{v}dx+\int\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2dx=-\frac{1}{2}\int\frac{1}{v^2}c_x^2u_xdx+\int cg\left(\frac{1}{v}c_x\right)_xdx=I_1+I_2. \qquad (2.1.18)$$

Юнгдун, Кошинин, камылуу (2.1.6), (2.1.9) барабарсыздыктарын, 2.1.2-лемманы, g функциясынын $(\varphi\theta)^{1/2}$ боюнча липшицалдуулугун пайдаланып $I_k,\ k=1,2$ ларды баалайбыз:

$$I_1=\int\left(\frac{1}{v}c_x\right)\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x(u-f)dx-\frac{1}{2}\int\frac{1}{v^2}c_x^2f'dx\le$$

$$\le \max_{x\in R}\left|\frac{1}{v}c_x\right|\left(\int\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2 dx\right)^{1/2}\left(\int(u-f)^2dx\right)^{1/2}+C\int\frac{1}{v}c_x^2dx\le$$

$$\le\delta_1\int\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2dx+C\int\frac{1}{v}c_x^2dx.$$

Бул жерде

$$\max_{x\in R}\left(\frac{1}{v}c_x\right)^2\le 2\int\left|\frac{1}{v}c_x\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x\right|dx\le\frac{2}{N_2}\left(\int\frac{1}{v}c_x^2dx\right)^{1/2}\left(\int\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2dx\right)^{1/2}.$$

I_2 ни баалайбыз

$$I_2=\int cg\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x dx\le N_1\int\left|(\varphi\theta)^{1/2}-1\right|\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x dx\le$$

$$\le N_1\int\frac{\left|(\varphi\theta)^{1/2}-1\right|}{\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}}\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x dx\le$$

$$\le N_1K_2\left(\int(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)dx\right)^{1/2}\left(\int\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2dx\right)^{1/2}\le\delta_2\int\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2dx+C.$$

$\delta_1+\delta_2<1$ деп тандайбыз. (2.1.18) ди t боюнча интегралдоо жана (2.1.6) ны эсепке алуу менен төмөнкүнү табабыз:

$$\int\frac{c_x^2}{v}dx+\int_0^t\int\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2dxdt\le N_4,\quad\forall t\in[0,T]. \qquad (2.1.19)$$

(2.1.1) - системанын үчүнчү теңдемесин $(u-f)$ ке көбөйтүп андан соң R боюнча интегралдайбыз:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int(u-f)^2dx+\int\left\{\frac{u_x^2}{v}+\frac{\theta}{v}f'\right\}dx=\int\frac{1}{v}u_xf'dx+\int\frac{\theta}{v}u_xdx=J_1+J_2. \qquad (2.1.20)$$

Оң жактагы интегралдарды Кошинин барабарсыздыгы боюнча (2.1.4), (2.1.6), (2.1.9) дарды, салыштырма көлөмдүн чектелгендигин пайдаланып баалайбыз.

$$J_1\le\varepsilon_1\int\frac{1}{v}u_x^2dx+C\int(f')^2dx\le\varepsilon_1\int\frac{1}{v}u_x^2dx+C.$$

$$J_2=\int\frac{\varphi\theta-1}{\varphi v}u_xdx+\int\frac{1}{\varphi v}u_xdx=I_1+I_2.$$

Ар бир $I_k,\ k=1,2$, ларды баалайбыз

$$I_1 \le \left|\int \frac{\varphi\theta - 1}{\varphi v} u_x dx\right| \le \frac{1}{C_4}\int \frac{\left|(\varphi\theta)^{1/2}-1\right|\left((\varphi\theta)^{1/2}+1\right)}{\sqrt{\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1}}\sqrt{\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1}\cdot\frac{|u_x|}{v}dx \le$$

$$\le C M_\theta^{1/2}(t)\left(\int \frac{1}{v}u_x^2 dx\right)^{1/2}\left(\int(\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1)dx\right)^{1/2} \le \varepsilon_2\int\frac{1}{v}u_x^2 dx + C\left(1+M_\theta(t)\right).$$

$$I_2 = \int \frac{1}{\varphi v}u_x dx = \int \frac{1}{\varphi}\frac{\partial \ln v\psi}{\partial t}dx = -\frac{d}{dt}\int\frac{1}{\varphi}(v\psi - \ln v\psi - 1)dx + \int\frac{\psi}{\varphi}\frac{\partial v}{\partial t}dx =$$

$$= -\frac{d}{dt}\int\frac{1}{\varphi}(v\psi - \ln v\psi - 1)dx + \int\frac{\psi}{\varphi}(u-f)_x dx + \int\frac{\psi}{\varphi}f' dx =$$

$$= -\frac{d}{dt}\int\frac{1}{\varphi}(v\psi - \ln v\psi - 1)dx - \int\left(\frac{\psi'}{\varphi} - \frac{\psi\varphi'}{\varphi^2}\right)(u-f)dx + \int\frac{\psi}{\varphi}f' dx \le$$

$$\le -\frac{d}{dt}\int\frac{1}{\varphi}(v\psi - \ln v\psi - 1)dx + C\left(\|u-f\|^2+1\right) \le -\frac{d}{dt}\int\frac{1}{\varphi}(v\psi - \ln v\psi - 1)dx + C.$$

Ошентип,

$$J_2 \le -\frac{d}{dt}\int\frac{1}{\varphi}(v\psi - \ln v\psi - 1)dx + \varepsilon_2\int\frac{1}{v}u_x^2 dx + C\left(1+M_\theta(t)\right)$$

$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 < 1$ деп тандайбыз. (2.1.20) дан, t боюнча интегралдагандан кийин, (2.1.17) ни жана 2.1.3-лемманы эсепке алуу менен , төмөнкүнү алабыз:

$$\int_0^t \|u_x(\tau)\|^2 d\tau \le N_5, \quad \forall t \in [0,T]. \qquad (2.1.21)$$

2.1.4- ЛЕММА. Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат

$$\int_0^t\int\left[\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}} + \frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}\right]dxd\tau \le K_7, \quad \forall t \in [0,T]. \qquad (2.1.22)$$

Далилдөө. (2.1.1) – системанын жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесин $\left(\frac{\varphi^{1/2}}{\theta^{1/2}} - \frac{1}{\theta}\right)$ ге көбөйтүп, анан R боюнча интегралдайбыз:

$$\int\left[\frac{1}{2}\frac{\varphi^{1/2}\theta_x^2}{v\theta^{3/2}} + \frac{\varphi^{1/2}u_x^2}{v\theta^{1/2}}\right]dx = 2\frac{d}{dt}\int\left((\varphi\theta)^{1/2} - \ln(\varphi\theta)^{1/2} - 1\right)dx +$$

$$+\int\left[\frac{\theta_x^2}{v\theta^2} + \frac{u_x^2}{v\theta}\right]dx + \int\frac{(\varphi\theta)^{1/2}-1}{v}u_x dx + \frac{1}{2}\int\frac{\theta_x\varphi'}{v\theta^{1/2}\varphi^{1/2}}dx - \qquad (2.1.23)$$

$$-\frac{1}{2}\int\frac{c_x\theta^{1/2}\varphi'}{v\varphi^{1/2}}dx+\frac{1}{2}\int\frac{\theta_x c_x\varphi^{1/2}}{v\theta^{1/2}}dx+\int\frac{\theta_x c_x}{v\theta}dx-\int cg\frac{(\varphi\theta)^{1/2}-1}{\theta}dx=\sum_{1}^{8}J_k\,.$$

(2.1.23) нүн оң жагындагы интегралдарды Кошинин, Юнгдун, камтылуу барабарсыздыктарын, $g(\rho,c,\varphi\theta)$ функциясынын $(\varphi\theta)^{1/2}$ боюнча липшицалуулугун, (2.1.4), (2.1.8), (2.1.9), (2.1.19) дарды жана 2.1.1 – 2.1.3-леммалардын жыйынтыктарын пайдаланып баалайбыз.

$$J_3=\int_{\sigma_1(t)}\frac{(\varphi\theta)^{1/2}-1}{\sqrt{\varphi\theta-ln\varphi\theta-1}}\sqrt{\varphi\theta-ln\varphi\theta-1}\,\frac{u_x}{v}dx\le$$

$$\le C\left(\int u_x^2dx\right)^{1/2}\left(\int\left(\varphi\theta-ln\varphi\theta-1\right)dx\right)^{1/2}\le C\left(\|u_x\|^2+1\right).$$

$$J_4\le\left|\int\frac{\theta_x\varphi'}{v\theta^{1/2}\varphi^{1/2}}dx\right|\le\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{\theta}{v\varphi}\varphi'^2dx\right)^{1/2}\le\frac{1}{2}\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx+\frac{C_4\delta}{2}\int\frac{\theta}{v}f'\,dx.$$

$$J_5\le\left|\int\frac{c_x\theta^{1/2}\varphi'}{v\varphi^{1/2}}dx\right|\le\left(\int\frac{c_x^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{\theta}{v\varphi}\varphi'^2dx\right)^{1/2}\le\frac{C_4\delta}{2}\int\frac{\theta}{v}f'\,dx+C.$$

$$J_6\le\left|\int\frac{\theta_x c_x\varphi^{1/2}}{v\theta^{1/2}}dx\right|=CM_\theta^{1/2}(t)\left(\int\frac{c_x^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)\le C\left(M_\theta(t)+\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right).$$

$$J_7\le\left|\int\frac{\theta_x c_x}{v\theta}dx\right|\le\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{c_x^2}{v}dx\right)^{1/2}\le C\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx+1\right).$$

$$J_8\le\left|\int cg\frac{(\varphi\theta)^{1/2}-1}{\theta}dx\right|\le N_1\int\frac{\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)^2}{\theta}dx\le$$

$$\le N_1\int\left(\frac{(\varphi\theta)^{1/2}-1}{(\varphi\theta)^{1/2}\sqrt{\varphi\theta-ln\varphi\theta-1}}\right)^2\varphi(\varphi\theta-ln\varphi\theta-1)dx\le C.$$

[78] ден белгилүү болгондой төмөнкү барабарсыздык орун алат

$$\int\left((\varphi\theta)^{1/2}-ln(\varphi\theta)^{1/2}-1\right)dx\le C_{14}\int\left(\varphi\theta-ln\varphi\theta-1\right)dx.$$

(2.1.23) ден алынган

$$\int\left[\frac{1}{2}\frac{\varphi^{1/2}\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}+\frac{\varphi^{1/2}u_x^2}{v\theta^{1/2}}\right]dx\le 2\frac{d}{dt}\int\left((\varphi\theta)^{1/2}-ln(\varphi\theta)^{1/2}-1\right)dx+$$

$$+C\int\left[\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}+\frac{u_x^2}{v\theta}+\frac{\theta}{v}f'\right]dx+C\left(\|u_x\|^2+M_\theta(t)+1\right)$$

барабарсыздыгын t боюнча интегралдап чыгабыз. (2.1.4), (2.1.6), (2.1.17), (2.1.21) лерди эсепке алуу менен (2.1.22) баалоосун алабыз. Лемма далилденди.

2.1.5-Лемма. Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоосу орун алат

$$\max_{0\le t\le T}\|v_x(t)\|\le N_6$$

. *Далилдөө*. (2.1.1)-системанын экинчи

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \ln v\psi}{\partial x}\right)=\frac{\partial(u-f)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\theta}{v}\right)$$

теңдемесин $(\ln v\psi)_x$ ке көбөйтүп, анан R боюнча интегралдайбыз.

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int(\ln v\psi)_x^2\,dx+\int\frac{\theta}{v}(\ln v\psi)_x^2\,dx=\frac{d}{dt}\int(u-f)(\ln v\psi)_x dx+ \qquad (2.1.24)$$

$$+\int\frac{1}{v}u_x^2\,dx+\int\frac{1}{v}\theta_x(\ln v\psi)_x dx-\int\frac{1}{v}u_x f'\,dx+\int\frac{\theta}{v}(\ln v\psi)_x\frac{\psi'}{\psi}\,dx=\sum_1^5 I_k\,.$$

(2.1.24) түн оң жагындагы интегралдарды Кошинин, Юнгдун, камтылуу жана (2.1.4), (2.1.12) барабарсыздыктарын, 2.1.1 – 2.1.4-леммалардын жыйынтыктарын пайдаланып баалайбыз.

$$I_3\le\left|\int\frac{1}{v}(\ln v\psi)_x\theta_x\,dx\right|\le\frac{1}{N_2^{1/2}}\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int(\ln v\psi)_x^2 dx\right)^{1/2}M_\theta^{3/4}(t)\le$$

$$\le C\left(\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)\|(\ln v\psi)_x\|^2+M_\theta^{3/2}(t)\right)\le C\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)\left(\|(\ln v\psi)_x\|^2+1\right)+C.$$

Төмөнкү баалоо орун алат

$$M_\theta^{3/2}(t)\le C_{15}\left[1+\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right],$$

анткени

$$\max_{\Omega_N}\theta^{3/4}(x,t)\le\left(C_4M(E)\right)^{3/4}+\frac{3}{4}\int_N^{N+1}\left|\frac{\theta_x}{\theta^{1/4}}\right|dx\le$$

$$\le\left(C_4M(E)\right)^{3/4}+\left(\int_N^{N+1}\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_N^{N+1}v\theta dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le\left(C_4M(E)\right)^{3/4}+\left(C_4M(E)\right)^{1/2}N_3^{1/2}\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2}.$$

Андан ары

$$I_4 \le \left| \int \frac{1}{v} u_x f' dx \right| \le \frac{1}{2} \int \frac{1}{v} u_x^2 dx + \frac{1}{2} \int \frac{1}{v} (f')^2 dx \le C\left(\|u_x\|^2 + 1 \right).$$

$$I_5 \le \left| \int \frac{\theta}{v} (\ln v\psi)_x \frac{\psi'}{\psi} dx \right| \le \varepsilon \int \frac{\theta}{v} (\ln v\psi)_x^2 dx + C_\varepsilon \int \frac{\theta}{v} \left(\frac{\psi'}{\psi} \right)^2 dx \le$$

$$\le \varepsilon \int \frac{\theta}{v} (\ln v\psi)_x^2 dx + C M_\theta(t), \qquad \varepsilon < 1.$$

(2.1.24) төн төмөнкү барабардыкты алабыз

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt} \int \left(\ln v\psi \right)_x^2 dx + \int \frac{\theta}{v} \left(\ln v\psi \right)_x^2 dx = \frac{d}{dt} \int (u - f)\left(\ln v\psi \right)_x dx +$$

$$+ C\left(\int \frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}} dx + 1 \right)\left(\|(\ln v\psi)_x\|^2 + 1 \right) + C\left(\|u_x\|^2 + M_\theta(t) + 1 \right).$$

Аны t боюнча интегралдап чыгып, анан Гронуолланын леммасын пайдаланабыз. (2.1.17), (2.1.21), (2.1.22) лерди эсепке алуу менен төмөнкүнү табабыз

$$\int \|(\ln v\psi)_x\|^2 dx + \int_0^T \int \frac{\theta}{v} (\ln v\psi)_x^2 dx dt \le K_8.$$

Мындан, (2.1.4) нү салыштырма көлөмдүн чектелгендигин эске алуу менен лемманын ырасталышын алабыз. Лемма далилденди.

2.1.3, 2.1.5-леммалардын жыйынтыктарын эсепке алуу менен (2.1.19) дан төмөнкү алабыз

$$\max_{0 \le t \le T} \| c_x(t) \|^2 + \int_0^T \| c_{xx}(t) \|^2 dt \le N_7. \qquad (2.1.25)$$

(2.1.1) - системанын үчүнчү жана төртүнчү теңдемелерин карайбыз.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{v} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\theta}{v^2} \frac{\partial v}{\partial x},$$

$$\frac{\partial (\varphi\theta - 1)}{\partial t} = \varphi \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \varphi \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v} \theta \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \varphi \frac{\theta}{v} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\varphi}{v} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \varphi c g.$$

Аларды тишелүү түрдө u_{xx} ке жана $(\varphi\theta - 1)$ ге көбөйтүп анан R боюнча интегралдайбыз.

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt} \|u_x\|^2 + \int \frac{1}{v} u_{xx}^2 dx = \int \left\{ \frac{1}{v^2} v_x u_x + \frac{1}{v} \theta_x - \frac{\theta}{v^2} v_x \right\} u_{xx} dx = \sum_{k=1}^{3} I_k,$$

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|\varphi\theta-1\|^2+\int\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx=\int\left(\frac{\varphi_x\theta_x}{v}-\frac{2\varphi\varphi_x\theta\theta_x}{v}+\frac{\varphi_x\theta c_x}{v}-\frac{2\varphi\varphi_x\theta^2 c_x}{v}-\right. \tag{2.1.26}$$

$$\left.-\frac{\varphi^2\theta\theta_x c_x}{v}-\frac{\varphi\theta}{v}(\varphi\theta-1)u_x+\frac{\varphi}{v}(\varphi\theta-1)u_x^2+\varphi c\, g(\varphi\theta-1)\right)dx=\sum_{k=1}^{8}J_k\,.$$

(2.1.26) - системанын оң жактарын Кошинин, Юнгдун, камтылуу барабарсыздыктары боюнча, $g(\rho,c,\varphi\theta)$ функциясынын $(\varphi\theta)^{1/2}$ боюнча липшицалдуулугун, жана (2.1.4), (2.1.9), (2.1.12), (2.1.19) дарды ошондой эле 2.1.1 – 2.1.5 - леммалардын жыйынтыктарын пайдаланып баалайбыз

$$I_1\le\left|\int\frac{1}{v^2}v_x u_x u_{xx}\,dx\right|\le C\max_{x\in R}|u_x|\left(\int v_x^2\,dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{1}{v}u_{xx}^2 dx\right)^{1/2}.$$

Камтылуу барабарсыздыгын колдонуп [58]

$$\max_{x\in R}|u_x|\le C\left(\|u_x\|^{1/2}\|u_{xx}\|^{1/2}+\|u_x\|\right),$$

төмөнкүгө ээ болобуз

$$I_1\le C\left(\|u_x\|^{1/2}\|u_{xx}\|^{1/2}+\|u_x\|\right)\|u_{xx}\|\le\varepsilon_1\|u_{xx}\|^2+C_{\varepsilon_1}\|u_x\|^2,$$

$$I_2\le\left|\int\frac{1}{v}\theta_x u_{xx}\,dx\right|\le C\left(\int\frac{1}{v}\theta_x^2\,dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{1}{v}u_{xx}^2 dx\right)^{1/2}\le\varepsilon_2\|u_{xx}\|^2+C_{16}\|\theta_x\|^2,$$

$$I_3\le\left|\int\frac{\theta}{v^2}v_x u_{xx}\,dx\right|\le CM_\theta(t)\left(\int v_x^2\,dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{1}{v}u_{xx}^2 dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le\varepsilon_3\|u_{xx}\|^2+C_{\varepsilon_3}M_\theta^2(t)\le\varepsilon_3\|u_{xx}\|^2+C_{17}\left(\|\theta_x\|^2+1\right).$$

Бул жерде

$$M_\theta^2(t)\le(\delta_1+\delta_2)\|\theta_x\|^2+C, \tag{2.1.27}$$

анткени

$$\max_{\Omega_N}\theta^2(x,t)\le(C_4M(E))^2+2\int_N^{N+1}|\theta\theta_x|\,dx\le$$

$$\le(C_4M(E))^2+2\max_{\Omega_N}\theta^{1/2}(x,t)\left(\int_N^{N+1}\theta_x^2\,dx\right)^{1/2}\left(\int_N^{N+1}\theta dx\right)^{1/2}\le\delta_1\|\theta_x\|^2+C_{\delta_1}\max_{\Omega_N}\theta(x,t).$$

$$\max_{\Omega_N}\theta(x,t)\le C_4M(E)+\int_N^{N+1}|\theta_x|\,dx\le\delta_2\|\theta_x\|^2+C.$$

Андан ары, (2.1.26) - системанын экинчи барабардыгынын оң жагындагы интегралдарды баалайбыз.

$$J_1 \le \left| \int \frac{\varphi_x \theta_x}{v} dx \right| \le \left(\int \frac{1}{v} \theta_x^2 \, dx \right)^{1/2} \left(\int \frac{1}{v} \varphi_x^2 dx \right)^{1/2} \le \delta_3 \|\theta_x\|^2 + C.$$

$$J_2 \le \left| \int \frac{2\varphi \varphi_x \theta \theta_x}{v} dx \right| \le C M_\theta(t) \left(\int \frac{1}{v} \theta_x^2 \, dx \right)^{1/2} \left(\int \frac{1}{v} \varphi_x^2 dx \right)^{1/2} \le$$

$$\le \delta_4 \|\theta_x\|^2 + C M_\theta^2(t) \le \delta_5 \|\theta_x\|^2 + C.$$

$$J_3 \le \left| \int \frac{\varphi_x \theta c_x}{v} dx \right| \le C M_\theta(t) \left(\int \frac{1}{v} c_x^2 \, dx \right)^{1/2} \left(\int \frac{1}{v} \varphi_x^2 dx \right)^{1/2} \le C M_\theta(t).$$

$$J_4 \le \left| \int \frac{2\varphi \varphi_x \theta^2 c_x}{v} dx \right| \le C M_\theta^2(t) \left(\int \frac{1}{v} c_x^2 \, dx \right)^{1/2} \left(\int \frac{1}{v} \varphi_x^2 dx \right)^{1/2} \le \delta_6 \|\theta_x\|^2 + C.$$

$$J_5 \le \left| \int \frac{\varphi^2 \theta \theta_x c_x}{v} dx \right| \le C M_\theta(t) \left(\int \frac{1}{v} c_x^2 \, dx \right)^{1/2} \left(\int \frac{1}{v} \theta_x^2 dx \right)^{1/2} \le \delta_7 \|\theta_x\|^2 + C.$$

$$J_6 \le \left| \int \frac{\varphi\theta}{v} (\varphi\theta - 1) u_x dx \right| \le C M_\theta(t) \left(\int (\varphi\theta - 1)^2 \, dx \right)^{1/2} \left(\int u_x^2 dx \right)^{1/2} \le$$

$$\le \delta_8 \|\theta_x\|^2 + C \left(\|u_x\|^2 \|\varphi\theta - 1\|^2 + 1 \right).$$

$$J_7 \le \left| \int \frac{\varphi}{v} (\varphi\theta - 1) u_x^2 \, dx \right| \le C \left(M_\theta(t) + 1 \right) \|u_x\|^2 .$$

$$J_8 \le \left| \int \varphi c \, g(\varphi\theta - 1) dx \right| \le C \int \left| (\varphi\theta)^{1/2} - 1 \right| |\varphi\theta - 1| dx \le$$

$$\le C \int \frac{\left| (\varphi\theta)^{1/2} - 1 \right|}{\sqrt{\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1}} \sqrt{\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1} \, |\varphi\theta - 1| dx \le$$

$$\le C \left(\int (\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1) dx \right)^{1/2} \left(\int (\varphi\theta - 1)^2 dx \right)^{1/2} \le C \left(\|\varphi\theta - 1\|^2 + 1 \right).$$

Каалагандай алынган $\varepsilon_i > 0 \left(i = \overline{1,3} \right)$, $\delta_j > 0 \left(j = \overline{1,8} \right)$ оң сандарын жетишээрлик кичине кылып тандайбыз, $\sum_{i=1}^{3} \varepsilon_i < \frac{1}{N_3}$, $\sum_{i=1}^{8} \delta_j < \frac{1}{C_4^2 N_3}$. Анда (2.1.26) дан төмөнкү алабыз

$$\frac{d}{dt} \|u_x\|^2 + \|u_{xx}\|^2 \le C \left(\| u_x\|^2 + 1 \right) + \left(C_{16} + C_{17} \right) \|\theta_x\|^2 ,$$

$$\frac{d}{dt} \| \varphi\theta - 1\|^2 + C_{18} \|\theta_x\|^2 \le C \left(M_\theta(t) + \|\varphi\theta - 1\|^2 + 1 \right) \left(\|u_x\|^2 + 1 \right). \tag{2.1.28}$$

(2.1.28) - системанын биринчи барабарсыздыгын $\beta = C_{18}(C_{16}+C_{17})^{-1}$ ге көбөйтүп, анан экинчи барабарсыздык менен кошуп төмөнкүнү табабыз:

$$\frac{d}{dt}\left(\|\varphi\theta-1\|^2+\beta\|u_x\|^2\right)+\beta\|u_{xx}\|^2 \le C_{19}\left(M_\theta(t)+\|\varphi\theta-1\|^2+1\right)\left(\|u_x\|^2+1\right).$$

Гронуолланын леммасын колдоногондон кийин, (2.1.17), (2.1.21) лерди эсепке алуу менен

$$\max_{0\le t\le T}\left(\|\varphi\theta-1\|^2+\|u_x(t)\|^2\right)+\int_0^T\|u_{xx}(t)\|^2 dt \le N_8 \qquad (2.1.29)$$

деген корутунду чыгарабыз.

(2.1.28), (2.1.17), (2.1.29) - системанын экинчи барабарсыздыгы төмөнкү баалоону берет

$$\int_0^T\|\theta_x(t)\|^2 dt \le N_9. \qquad (2.1.30)$$

(2.1.27) жана (2.1.30) төмөнкү баалоону берет

$$\int_0^t M_\theta^2(t)dt \le K_9, \quad \forall t\in[0,T].$$

(2.1.1) системасынын жылуулук өткөрүмдүүлүк

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{1}{v}\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial x}-\frac{\theta}{v^2}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial c}{\partial x}+\frac{1}{v}\frac{\partial c}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial x}+\frac{\theta}{v}\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}-$$

$$-\frac{\theta}{v}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+cg$$

теңдемесин θ_{xx} ке көбөйтүп анан R боюнча интегралдайбыз.

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|\theta_x\|^2+\int\frac{1}{v}\theta_{xx}^2dx=\int\Big[\frac{1}{v}v_x\theta_x+\frac{\theta}{v}v_xc_x-c_x\theta_x-\theta c_{xx}+$$

$$+\theta u_x+u_x^2+vcg\Big]\frac{1}{v}\theta_{xx}dx=\sum_{k=1}^{7}I_k. \qquad (2.1.31)$$

Ар бир $I_k(k=\overline{1,7})$ ны камтылуу теоремасын, Юнгдун, Кошинин барабарсыздыктарын, 2.1.2 – 2.1.5-леммалардын жыйынтыктарын жана (2.1.9), (2.1.19), (2.1.25), (2.1.27), (2.1.29) баалоолорун пайдаланып баалайбыз.

[61] боюнча: $\max_{x\in R}|\theta_x| \le C\left(\|\theta_x\|^{1/2}\|\theta_{xx}\|^{1/2}+\|\theta_x\|\right)$. болгондуктан

$$I_1 \le C\max_{x\in R}|\theta_x|\,\|v_x\|\,\|\theta_{xx}\| \le \delta_1\|\theta_{xx}\|^2 + C_{\delta_1}\|\theta_x\|^2,$$

$$I_2 \le CM_\theta(t)\max_{x\in R}|c_x|\,\|v_x\|\,\|\theta_{xx}\| \le \delta_2\|\theta_{xx}\|^2 + CM_\theta^2(t)\left(\|c_{xx}\|+1\right)\le$$

$$\le \delta_2\|\theta_{xx}\|^2 + C\left(\|c_{xx}\|^2+\|\theta_x\|^4+1\right).$$

$$I_3 \le C\max_{x\in R}|c_x|\,\|\theta_x\|\,\|\theta_{xx}\| \le \delta_3\|\theta_{xx}\|^2 + C\|\theta_x\|^2\left(\|c_{xx}\|^2+1\right).$$

$$I_4 \le CM_\theta(t)\|c_{xx}\|\,\|\theta_{xx}\| \le \delta_4\|\theta_{xx}\|^2 + C_{\delta_4}M_\theta^2(t)\|c_{xx}\|^2 \le$$

$$\le \delta_4\|\theta_{xx}\|^2 + C\|c_{xx}\|^2\left(\|\theta_x\|^2+1\right).$$

$$I_5 \le CM_\theta(t)\|u_x\|\,\|\theta_{xx}\| \le \delta_5\|\theta_{xx}\|^2 + C_{\delta_5}\left(\|\theta_x\|^2+1\right).$$

$$I_6 \le C\max_{x\in R}|u_x|\,\|u_x\|\,\|\theta_{xx}\| \le \delta_6\|\theta_{xx}\|^2 + C_{\delta_6}\left(\|u_{xx}\|^2+1\right).$$

$$I_7 \le N_1\int\left|(\varphi\theta)^{1/2}-1\right|\,|\theta_{xx}|dx \le N_1\int\frac{\left|(\varphi\theta)^{1/2}-1\right|}{\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}}\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}\cdot|\theta_{xx}|dx\le$$

$$\le C\int\frac{\left|(\varphi\theta)^{1/2}-1\right|}{\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}}\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}\cdot|\theta_{xx}|dx \le C\left(\int\theta_{xx}^2dx\right)^{1/2}\left(\int(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le \delta_7\|\theta_{xx}\|^2 + C.$$

Мында $\delta_i>0\left(i=\overline{1,7}\right)$ - жетишээрлик кичине сандар, $\sum_{i=1}^{7}\delta_i<\frac{1}{N_3}$. (2.1.31) ден алынган

$$\frac{d}{dt}\|\theta_x\|^2+\|\theta_{xx}\|^2 \le C\left(\|\theta_x\|^2+1\right)\left(\|c_{xx}\|^2+\|\theta_x\|^2\right)+C\left(\|u_{xx}\|^2+1\right)$$

барабарсыздыгын (2.1.25), (2.1.29), (2.1.30) дарды эсепке алуу менен t боюнча интегралдайбыз. Гронуолланын леммасын колдонгондон кийин төмөнкү баалоону алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\|\theta_x(t)\|^2+\int_0^T\|\theta_{xx}(t)\|^2dt \le N_{10}.$$

(3.1.1) системасынан түздөн-түз төмөнкүнү алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\|v_t(t)\|^2\le N_{11},\quad \int_0^T\left(\|u_t(t)\|^2+\|c_t(t)\|^2+\|\theta_t(t)\|^2+\|v_{xt}(t)\|^2\right)dt\le N_{12}.$$

Ошентип, алынган бардык априордук баалоолор жалпыланган чечимдин жашашын далилдөө үчүн зарыл болуп эсептелет.

2.1.6. Чечимдин жашашынын локалдык теоремасын далилдөө. Убакыт боюнча «кичине» аралыкта (2.1.1) – (2.1.3) маселесинин чечимге ээ болушун [26] га окшош далилдейбиз. Локалдык жалпыланган чечимди жакындаштырылган $\left(v^N, u^N, \theta^N, c^N\right)$ чечимдеринин $N\to\infty$ учурдагы предели катары табабыз, мында v^N, u^N, θ^N, c^N дер төмөнкү маселенин чечимдери болушат:

$$\frac{\partial v^N}{\partial t}-\frac{\partial u^N}{\partial x}=0,$$

$$\frac{\partial c^N}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\chi}{v^N}\frac{\partial c^N}{\partial x}\right)-c^N g^N,$$

$$\frac{\partial u^N}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{v^N}\frac{\partial u^N}{\partial x}\right)-\frac{\partial p^N}{\partial x},\quad p^N=r\frac{\theta^N}{v^N}, \tag{2.1.32}$$

$$\frac{\partial \theta^N}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_1}{v^N}\frac{\partial \theta^N}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_2\frac{\theta^N}{v^N}\frac{\partial c^N}{\partial x}\right)-p^N\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\mu}{v^N}\left(\frac{\partial u^N}{\partial x}\right)^2+\delta c^N g^N.$$

$\Omega_N=\{x\,|-N<x<N\}$ аймагында 2.1.1-теореманын шарттарын канааттандыруучу баштапкы берилгендер белгилүү деп эсептелинет,

$$u^N\big|_{t=0}=u_0(x),\ \theta^N\big|_{t=0}=\theta_0(x),\ c^N\big|_{t=0}=c_0(x),\ v^N\big|_{t=0}=v_0(x), \tag{2.1.33}$$

болгондо да, төмөнкү барабарсыздыктар орун алат

$$0<c_0(x)\le 1,\ 0<m\le\left(v_0(x),\theta_0(x)\right)\le M<\infty. \tag{2.1.34}$$

Чектик шарттар төмөнкү катыштар менен туюнтулат:

$$\begin{aligned}
&u^N\big|_{x=-N}=u_0(-N), && u^N\big|_{x=N}=u_0(N), && u_0(-N)\ne u_0(N)\\
&\theta^N\big|_{x=-N}=\theta_0(-N), && u^N\big|_{x=N}=\theta_0(N), && \theta_0(-N)\ne \theta_0(N)\\
&c^N\big|_{x=-N}=c_0(-N), && c^N\big|_{x=N}=c_0(N), && c_0(-N)\ne c_0(N)
\end{aligned} \tag{2.1.35}$$

(2.1.32) – (2.1.35) чектик маселесинин локалдык чечимге ээ болушу ар бир фиксирленген $N<\infty$ үчүн [39] да сунушталган ыкма менен [2] де далилденген. Бардык N дер үчүн (2.1.32) – (2.1.35) маселесинин чечими жашай турган убакыттын ушундай бир $[0,t_0],\ 0<t_0<T$ аралыгынын табыларын көрсөтөбүз. Ал үчүн кандайдыр бир $[0,t_0]$ кичине аралыгында $u^N(t),\theta^N(t),c^N(t)$ лар үчүн N боюнча бир калыптагы баалоолорду алуу жетиштүү.

Андан ары аралыктын t_0 чоңдугу тандала турган дагы бир шарт $v^N(x,t)$ салыштырма көлөмүнүн чектелиш талабы менен байланышкан. (2.1.34) тү эсепке алуу менен бардык N үчүн $x\in[-N,N],\ t\in[0,t_0]$ болгон учурда төмөнкү катыштын аткарылышын талап кылабыз

$$\frac{1}{2}m\le v^N(x,t)\le 2M \tag{2.1.36}$$

(2.1.32) системасынын биринчи теңдемесинен $v^N(x,t)$ ны төмөнкү формула боюнча аныктайбыз

$$v^N(x,t)=v_0(x)+\int_0^t u_x^N(x,\tau)d\tau \tag{2.1.37}$$

Мындан төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\left\|v_x^N(t)\right\|\le C\left[1+\left(\int_0^t\left\|u_{xx}^N(\tau)\right\|^2 d\tau\right)^{\frac{1}{2}}\right]. \tag{2.1.38}$$

Локалдык априордук баалоолорду келтирип чыгарууга киришебиз. Теңдемелердин (2.1.32) системасындагы бардык оң туралтууларды, жалпылыкты бузбастан туруп, бирге барабар деп кабыл алабыз. $[-N,N]$ кесиндисинде (2.1.4) касиеттерине ээ болгон $f(x),\varphi(x),\gamma(x)$ жардамчы функцияларын киргизебиз.

Тишелүү түрдө (2.1.32) системасынын экинчи теңдемесин $\gamma(c^N\gamma-1)$ ге жана c_{xx}^N ке, үчүнчүсүн (u^N-f) жана u_{xx}^N ке, төртүнчүсүн $\varphi(\theta^N\varphi-1)$ жана θ_{xx}^N ке көбөйтүп, Ω_N боюнча интегралдап, анан кошобуз.

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\left\|u^N-f\right\|^2+\left\|\varphi\theta^N-1\right\|^2+\left\|\gamma c^N-1\right\|^2+\left\|u_x\right\|^2+\left\|\theta_x\right\|^2+\left\|c_x\right\|^2\right)+$$

$$+\int_{\Omega_N}\frac{1}{v^N}\left[(u_x^N)^2+(\theta_x^N)^2\varphi^2+(c_x^N)^2\gamma^2+(u_{xx}^N)^2+(\theta_{xx}^N)^2+(c_{xx}^N)^2\right]dx+$$

$$+\int_{\Omega_N}g(c^N\gamma-1)^2dx=$$

$$=\int_{\Omega_N}\frac{1}{v^N}\left[u_x^N f'+\theta^N(u_x^N-f')-2c^Nc_x^N\gamma\gamma'+c_x^N\gamma'-g^Nv^N(\gamma c^N-1)\right]dx+$$

$$+\int_{\Omega_N}\frac{\theta_x^N}{v^N}\left[\varphi'-2\theta^N\varphi\cdot\varphi'\right]dx-\int_{\Omega_N}\frac{\theta^N}{v^N}c_x^N\left[\theta_x^N\varphi'+2\theta^N\varphi\cdot\varphi'-\varphi'\right]dx-$$

$$-\int_{\Omega_N}\frac{(\theta^N\varphi-1)}{v^N}\left[\theta^N u_x^N\varphi-(u_x^N)^2\varphi-c^N g^N\varphi v^N\right]dx+ \qquad (2.1.39)$$

$$+\int_{\Omega_N}\frac{c_{xx}^N}{v^N}\left[\frac{v_x^N}{v^N}c_x^N+c^N g^N v^N\right]dx+\int_{\Omega_N}\frac{u_{xx}^N}{v^N}\left[\frac{v_x^N}{v^N}u_x^N+\frac{v_x^N}{v^N}\theta^N+\theta_x^N\right]dx+$$

$$+\int_{\Omega_N}\frac{\theta_{xx}^N}{v^N}\left[\frac{v_x^N}{v^N}\theta_x^N+\frac{v_x^N}{v^N}\theta^N c_x^N-\theta_x^N c_x^N-\theta^N c_{xx}^N+\theta^N u_x^N-(u_x^N)^2-c^N v^N g^N\right]dx.$$

(2.1.36) дан төмөнкүнү алабыз

$$\frac{1}{2M}\le\frac{1}{v^N}\le\frac{2}{m}. \qquad (2.1.40)$$

Ар бир N үчүн (2.1.36), (2.1.40) барабарсыздыктары убакыттын кандайдыр бир жетишээрлик кичине $[0,t_N]$ аралыгында аткарылат. Кийинки бардык аракеттерди $[0,t_N]$ де ишке ашырабыз, андан кийин бардык t_N дер төмөн жагынан $t_N\ge t_0>0$ бааланарын көрсөтөбүз.

Сол жакта $\frac{1}{v^N}$ ди төмөн жагынан, ал эми оң жакта жогору жагынан (2.1.40) ты пайдаланып баалайбыз. (2.1.39) дун оң жагын Кошинин, Юнгдун барабарсыздыктарын, камтылуу теоремасын жана баштапкы берилгендерге карата шарттарды колдонуп баалайбыз. Натыйжада төмөндөгүнү алабыз:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\|u^N-f\|^2+\|\varphi\theta^N-1\|^2+\|\gamma c^N-1\|^2+\|u_x\|^2+\|\theta_x\|^2+\|c_x\|^2\right)+$$

$$+\|u_x^N\|^2+\|\theta_x^N\|^2+\|c_x^N\|^2+\|u_{xx}^N\|^2+\|\theta_{xx}^N\|^2+\|c_{xx}^N\|^2\le$$

$$\le C_{20}\left[1+\|u^N-f\|^8+\|\varphi\theta^N-1\|^8+\|\gamma c^N-1\|^8+\|u_x\|^8+\|\theta_x\|^8+\|c_x\|^8+\left(\int_0^t\|u_{xx}^N\|^2d\tau\right)^4\right].$$

Бул катыштарды

$$y_N(t)=\|u^N-f\|^2+\|\varphi\theta^N-1\|^2+\|\gamma c^N-1\|^2+\|u_x^N\|^2+\|\theta_x^N\|^2+\|c_x^N\|^2+\int_0^t\|u_{xx}^N\|^2dt$$

терс эмес функциясы үчүн дифференциалдык барабарсыздык көрүнүшүндө жазып алабыз

$$\frac{dy_N(t)}{dt}\le C_{21}(1+y_N^4(t)) \qquad (2.1.41)$$

(2.1.41) деги C_{21} турактуусу N ден көз каранды болбогондуктан жана $y_N(0)$ баштапкы берилиштери N боюнча бир калыпта чектелген, $y_N(0)\le C_{22}$ болгондуктан убакыттын жетишээрлик кичине $[0,t_0]$ аралыгында N боюнча бир төмөнкү калыптагы баалоо орун алат

$$y_N(t)\le y(t),\quad t\in[0,t_0] \qquad (2.1.42)$$

Бул жерде $y(t)$ – Коши маселесинин чечими

$$\frac{dy(t)}{dt}=C_{21}(1+y^4(t)),\quad y(0)=C_{22},$$

$t_0>0-$ бул $y(t)$ нын жашоо убактысы. (2.1.42) ден төмөнкү баалоолордун келип чыгышы көрүнүп турат:

$$\max_{0\le t\le t_0}\left(\|u^N-f\|^2+\|\varphi\theta^N-1\|^2+\|\gamma c^N-1\|^2+\|u_x^N\|^2+\|\theta_x^N\|^2+\|c_x^N\|^2\right)+$$

$$+\int_0^{t_0}\left(\|u_t^N\|^2+\|\theta_t^N\|^2+\|c_t^N\|^2+\|u_{xx}^N\|^2+\|\theta_{xx}^N\|^2+\|c_{xx}^N\|^2\right)dt\le K=const \qquad (2.1.43)$$

мында K деген N ден көз каранды эмес. Ошону менен, бардык N дер үчүн (2.1.32) – (2.1.35) чечимдеринин $[0,t_0)$ да улантылышы камсыздалган болот. Андан сырткары t_0 чоңдугуна кичинелик шарты да бар. (2.1.32), (2.1.34) жана (2.1.43) системасынын биринчи теңдемесинен төмөнкүнү алабыз

$$\frac{1}{v^N}\le\frac{1}{m-\int_0^{t_0}\|u_x^N\|^{1/2}\|u_{xx}^N\|^{1/2}d\tau}\le\frac{1}{m-K^{1/2}t_0^{3/4}}$$

Бул жерде K – (2.1.43) төгү турактуу. Демек, эгерде

$$t_0\le\left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{4}{3}}K^{-\frac{2}{3}} \qquad (2.1.44)$$

деп тандасак, анда төмөнкү барабарсыздыкты камсыз кылууга болот

$$v^N(x,t)\ge\frac{m}{2},\quad x\in[-N,N],\ t\in[0,t_0].$$

Ушуга эле окшош

$$\mathrm{v}^N(x,t)\le M+\int_0^{t_0}\|u_x^N\|^{\frac{1}{2}}\|u_{xx}^N\|^{\frac{1}{2}}d\tau\le M+K^{\frac{1}{2}}\cdot t_0^{\frac{3}{4}}.$$

Мындан

$$t_0\le M^{\frac{4}{3}}K^{-\frac{2}{3}}$$

экендиги көрүнүп турат, анда демек (2.1.44) тү канааттандырган t_0 учурунда (2.1.36) нын экинчи катышы да орун алат.

(2.1.43) баалоолору $\{u^N(x,t)\}$, $\{\theta^N(x,t)\}$, $\{c^N(x,t)\}$ удаалаштыктарынан жыйналуучу удаалаштыктарды бөлүп алууга мүмкүнчүлүк берет. (2.1.32) системасынын теңдемелеринде $N\to\infty$ учурда пределге өтүү менен пределдик $v(x,t), u(x,t), \theta(x,t), c(x,t)$ функциялары газдардын реакция кылуучу аралашмасы үчүн Коши маселесинин $[0,t_0)$ аралыгындагы чечимин берерин көрсөтүүгө болот. Локалдык жалпыланган чечимдин жашашы далилденди.

2.1.7. Жалпыланган чечимдин жалгыздыгы. Жалгыздыкты далилдеш үчүн (2.1.1) – (2.1.3) маселесинин эки ар түрдүү чечимдери бар болсун деп эсептейбиз. Алардын айырмалары $\rho=\rho_1-\rho_2$, $u=u_1-u_2$, $\theta=\theta_1-\theta_2$, $c=c_1-c_2$ нөлдүк баштапкы шарттарга ээ болгон төмөнкү сызыктуу системанын чечими болот:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\rho}{\partial t}+\rho_1^2\frac{\partial u}{\partial x}+\rho(\rho_1+\rho_2)\frac{\partial u_2}{\partial x}=0,\\
&\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_1\frac{\partial c}{\partial x}+\rho\frac{\partial c_2}{\partial x}\right)-cg,\\
&\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_1\frac{\partial u}{\partial x}+\rho\frac{\partial u_2}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial x}(\rho_1\theta+\rho\theta_2),\qquad\qquad (2.1.45)\\
&\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_1\frac{\partial\theta}{\partial x}+\rho\frac{\partial\theta_2}{\partial x}\right)+\rho_2\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}+\frac{\partial u_2}{\partial x}\right)\frac{\partial u}{\partial x}+\rho\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\right)^2+\\
&+\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_1\theta\frac{\partial c_2}{\partial x}+\rho\theta_2\frac{\partial c_2}{\partial x}+\rho_1\theta_1\frac{\partial c}{\partial x}\right)-\rho_1\theta_1\frac{\partial u}{\partial x}-(\rho_1\theta+\rho\theta_2)\frac{\partial u_2}{\partial x}+cg.
\end{aligned}$$

(2.1.45) системасынын биринчи теңдемесин $\rho(x,t)$ га көбөйтүп, анан R боюнча интегралдайбыз, төмөнкү баалоону алабыз

$$\|\rho(t)\|^2 \le C_{23}\int_0^t \|u_x(\tau)\|^2 d\tau. \qquad (2.1.46)$$

(2.1.45) системасынын экинчи теңдемесин $c(x,t)$ га көбөйтүп, анан R боюнча интегралдайбыз

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int c^2 dx + \int \rho_1 c_x^2 dx = -\int \rho \frac{\partial c_2}{\partial x}\frac{\partial c}{\partial x} dx - \int c^2 g dx. \qquad (2.1.47)$$

(2.1.47) нин оң жагындагы интегралдарды Кошинин, Юнгдун, Гельдердин барабарсыздыктары боюнча, 2.1.2 – 2.1.5 бөлүмдөрүндө изделүүчү функциялар үчүн алынган жыйынтыктарды пайдаланып баалайбыз. Жыйынтыгында төмөнкүгө ээ болобуз

$$\frac{d}{dt}\| c(t)\|^2 + \| c_x(t)\|^2 \le C_{24}\| c(t)\|^2 + C_{25}\| c_{2xx}(t)\|^2 \|\rho(t)\|^2 .$$

Акыркы барабарсыздыкты t боюнча интегралдайбыз жана (2.1.46) менен кошобуз

$$\| c(\tau)\|^2 + \|\rho(\tau)\|^2 + \int_0^t \| c_x(\tau)\|^2 d\tau \le C_{26}\int_0^t \left\{ \| c_{2xx}(\tau)\|^2 \|\rho(\tau)\|^2 + \| c(\tau)\|^2 + \| u_x(\tau)\|^2 \right\} d\tau .$$

Гронуолланын леммасын колдонуп төмөнкү барабарсыздыкка келебиз

$$\| c(t)\|^2 + \int_0^t \| c_x(\tau)\|^2 d\tau \le C_{27}\int_0^t \| u_x(\tau)\|^2 d\tau . \qquad (2.1.48)$$

(2.1.45) системасынын үчүнчү теңдемесин $u(x,t)$ га көбөйтүп, анан R боюнча интегралдайбыз

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|u\|^2 + \int \rho_1 u_x^2 dx = -\int \rho \frac{\partial u_2}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x} dx + \int \rho_1 \theta \frac{\partial u}{\partial x} dx + \int \rho \theta_2 \frac{\partial u}{\partial x} dx. \qquad (2.1.49)$$

(2.1.49) дун оң жагындагы интегралдарды камтылуу барабарсыздыктары жана изделүүчү функциялар үчүн болгон баалоолор боюнча баалайбыз. Алынган барабарсыздыкты t боюнча интегралдайбыз.

$$\| u(t)\|^2 + C_{28}\int_0^t \| u_x(\tau)\|^2 d\tau \le C_{29}\int_0^t \| u_{2xx}(\tau)\|^2 \|\rho(\tau)\|^2 d\tau + C_{31}\int_0^t \| \theta(\tau)\|^2 d\tau . \qquad (2.1.50)$$

(2.1.46) ны $C_{28}/2C_{23}$ ге көбөйтөбүз жана (2.1.50) менен кошобуз. Коэффициенттер менен айрым өзгөртүп түзүүлөрдөн кийин төмөндөгүнү табабыз

$$\|u(t)\|^2+\|\rho(t)\|^2+\int_0^t\|u_x(\tau)\|^2d\tau\le C_{31}\int_0^t\left(\|u_{2xx}(\tau)\|^2\|\rho(\tau)\|^2+\|\theta(\tau)\|^2\right)d\tau.$$

Гронуолланын леммасын колдонуу төмөнкү барабарсыздыкты берет

$$\|u(t)\|^2+\int_0^t\|u_x(\tau)\|^2d\tau\le C_{32}\int_0^t\|\theta(\tau)\|^2d\tau. \qquad (2.1.51)$$

(2.1.46), (2.1.48) дер (2.1.51) ди эсепке алуу менен төмөндөгүдөй көрүнүштү аларын байкайбыз:

$$\|\rho(t)\|^2\le C_{23}C_{32}\int_0^t\|\theta(\tau)\|^2d\tau, \qquad (2.1.52)$$

$$\|c(\tau)\|^2+\int_0^t\|c_x(\tau)\|^2d\tau\le C_{27}C_{32}\int_0^t\|\theta(\tau)\|^2d\tau. \qquad (2.1.53)$$

(2.1.45) системасынын төртүнчү теңдемесин $\theta(x,t)$ га көбөйтүп, анан R боюнча интегралдайбыз

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|\theta\|^2+\int\rho_1\theta_x^2dx=-\int\rho\frac{\partial\theta_2}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial x}dx+\int\rho_2\theta\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u_1}{\partial x}dx+\int\rho_2\theta\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u_2}{\partial x}dx+$$

$$+\int\rho\,\theta\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\right)^2dx-\int\left(\rho_1\theta\frac{\partial c_2}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial x}+\rho\,\theta_2\frac{\partial c_2}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial x}+\rho_1\theta_1\frac{\partial c}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)dx- \qquad (2.1.54)$$

$$-\int\rho_1\theta_1\theta\frac{\partial u}{\partial x}dx+\int\rho_1\theta^2\frac{\partial u_2}{\partial x}dx-\int\rho\theta_2\theta\frac{\partial u_2}{\partial x}dx+\int cg\theta dx.$$

(2.1.54) түн оң жагындагы интегралдарды белгилүү болгон барабарсыздыктарды жана изделүүчү функциялар үчүн баалоолорду пайдаланып баалайбыз. (2.1.54) төн алынган барабарсыздыкты t боюнча интегралдап, (2.1.51), (2.1.53) төрдү эсепке алуу менен, мындай корутундуга келебиз:

$$\|\theta(t)\|^2+\int_0^t\|\theta_x(\tau)\|^2d\tau\le \qquad (2.1.55)$$

$$\le C_{33}\int_0^t\left(\|c_{2xx}\|^2+\|u_{1xx}\|^2+\|u_{2xx}\|^2+\|\theta_{2xx}\|^2+1\right)\left(\|\theta(\tau)\|^2+\|\rho(\tau)\|^2+\|c(\tau)\|^2\right)d\tau.$$

(2.1.55) ти (2.1.52) жана (2.1.53) менен кошобуз.

$$\|\theta(t)\|^2+\|\rho(t)\|^2+\|c(t)\|^2+\int_0^t\left(\|\theta_x(\tau)\|^2+\|c_x(\tau)\|^2\right)d\tau\le$$

$$\le C_{34}\int_0^t\left(\|c_{2xx}\|^2+\|u_{1xx}\|^2+\|u_{2xx}\|^2+\|\theta_{2xx}\|^2+1\right)\left(\|\theta(\tau)\|^2+\|\rho(\tau)\|^2+\|c(\tau)\|^2\right)d\tau.$$

Мындан, Гронуолланын леммасы боюнча мына буларды алабыз: $\theta\equiv 0,\ \rho\equiv 0,\ c\equiv 0$. Анда (2.1.51) ден жалгыздыкты далилдөө үчүн талап кылынган $u\equiv 0$ алабыз.

Ошентип, 2.1.1-теорема толугу менен далилденди.

§ 2.2. РЕАКЦИЯ КЫЛУУЧУ ГАЗДАРДЫН АРАЛАШМАСЫНЫН МОДЕЛИ ҮЧҮН КОШИ МАСЕЛЕСИ

2.2.1. Маселенин коюлушу жана негизги жыйынтык. Газдардын реакция кылуучу аралашмасынын көзөнөктүү чөйрөдөгү агымын баяндоочу теңдемелердин системасын массалык лагранждык координаталарда карайбыз:

$$\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=0,\quad v=\frac{1}{\rho},$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\chi}{v}\frac{\partial c}{\partial x}\right)-cg,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{v}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(r\frac{\theta}{v}\right)-\beta(x)|u|^{\alpha}u,\tag{2.2.1}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_1(\theta)}{v}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_2(\theta)}{v}\theta\frac{\partial c}{\partial x}\right)-r\frac{\theta}{v}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\mu}{v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\delta cg.$$

Бул жерде $\beta(x)$ - өткөрүмдүүлүк (проницаемость) коэффициенти – үзгүлтүксүз, терс эмес, чектелген функция жана $\int_{-\infty}^{\infty}\beta(x)dx\le C;\ 0\le\alpha<1$.

Аралашманын кыймылын төмөнкү тилкеде карайбыз:

$$\Pi=\{(x,t): x\in R,\ 0<t<T\},\ R=(-\infty,\infty).$$

Баштапкы шарттар төмөнкү көрүнүштө жазылат:

$$u|_{t=0}=u_0(x),\ \theta|_{t=0}=\theta_0(x),\ c|_{t=0}=c_0(x),\ v|_{t=0}=v_0(x),\tag{2.2.2}$$

$0<c_0(x)\le 1,\ 0<m_0\le(v_0(x),\ \theta_0(x))\le M_0<\infty$ жана чексиздикте чектүү пределдерге ээ болушат:

$$\lim_{x\to-\infty}u_0(x)=u_0^1,\ \lim_{x\to+\infty}u_0(x)=u_0^2,\quad u_0^1<u_0^2,$$

$$\lim_{x\to-\infty}v_0(x)=v_0^1,\ \lim_{x\to+\infty}v_0(x)=v_0^2,\quad v_0^1\ne v_0^2,\tag{2.2.3}$$

$$\lim_{x\to-\infty} c_0(x)=c_0^1,\quad \lim_{x\to+\infty} c_0(x)=c_0^2,\quad c_0^1\neq c_0^2,$$

$$\lim_{x\to-\infty} \theta_0(x)=\theta_0^1,\quad \lim_{x\to+\infty} \theta_0(x)=\theta_0^2,\quad \theta_0^1\neq \theta_0^2.$$

(2.1.4) касиеттерине ээ болгон $\psi(x),\ f(x),\ \gamma(x),\ \varphi(x)$ жардамчы функцияларын киргизебиз

2.2.1-ТЕОРЕМА. *Айталы,* $\lambda_1(\theta)=\chi\theta,\ \lambda_2(\theta)=\beta\theta^{1/2},\ \chi,\beta=const>0$, *(2.2.2) баштапкы шарттары (2.2.3) шарттарын канаатандырсын жана*

$$(u_0-f,\ v_0\psi-1,\ \theta_0\varphi-1,\ c_0\gamma-1)\in W_2^1(R)$$

болсун. Ошондой эле $g(\rho,c,\varphi\theta)$ *функциясы өзүнүн аргументтеринин каалагандай компакттуу аймагында оң жана үзгүлтүксүз болсун, ал эми, андан сырткары* $(\varphi\theta)^{1/2}$ *боюнча Липшицтин шартын канаатандырсын жана* $g(\rho,c,1)=0$ *болсун.*

Анда каалагандай $T,\ 0<T<\infty$ *чектүү бийиктиктеги* $\Pi=R\times(0,T)$ *тилкесинде (2.2.1), (2.2.2) маселесинин жалгыз жалпыланган чечими жашайт, жана төмөндөгүлөр орун алат*

$$(v\psi-1)\in L_\infty\left(0,\ T;W_2^1(R)\right),\quad \left(\frac{\partial v}{\partial t},\frac{\partial u}{\partial t},\frac{\partial \theta}{\partial t},\frac{\partial c}{\partial t},\right)\in L_2(\Pi),$$

$$(u-f,\ \theta\varphi-1,\ c\gamma-1)\in L_\infty\left(0,\ T;W_2^1(R)\right)\cap L_2\left(0,\ T;W_2^2(R)\right),$$

$0<c(x,t)\leq 1,\ v(x,t),\ \theta(x,t)$ *- такай оң, чектелген функциялар.*

2.2.2. Априордук баалоолор. Жалпылыкты чектебестен туруп, (2.2.1) - системадагы бардык оң турактууларды бирге барабар деп кабыл алабыз. (2.2.1) - системанын теңдемелеринен жана маселенин берилгендерине коюлган чектөөлөрдөн $v(x,t),\ \theta(x,t)$ функциялары терс эмес жана $0<c(x,t)\leq 1$ экендиги көрүнүп турат.

$\dfrac{\partial \xi}{\partial x}=\dfrac{1}{\varphi(x)\gamma(x)}$ деп алмаштыруу жасайбыз. Анда (2.2.1) – теңдемелер системасы төмөнкү көрүнүштү алат:

$$\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial u}{\partial \xi}=0,\quad v=\frac{1}{\rho},$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial c}{\partial\xi}\right)-cg,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial u}{\partial\xi}\right)-\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial p}{\partial\xi}-\beta(x)|u|^{\alpha}u,\quad p=\frac{\theta}{v}, \tag{2.2.4}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{\theta}{\varphi\gamma}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\right)+\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{\theta^{3/2}}{\varphi\gamma}\frac{\partial c}{\partial\xi}\right)-\frac{1}{\varphi\gamma}p\frac{\partial u}{\partial\xi}+\frac{1}{\varphi^2\gamma^2 v}\left(\frac{\partial u}{\partial\xi}\right)^2+cg.$$

2.2.1- ЛЕММА. Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат

$$U(t)+\int_0^t W(\tau)d\tau\le E=const>0,\quad t\in[0,T] \tag{2.2.5}$$

мында $$U(t)=\int\left\{\frac{1}{2}(u-f)^2+\frac{1}{2}(c\gamma-1)^2+(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)+(v\psi-\ln v\psi-1)\right\}dx,$$

$$W(t)=\int\left\{\frac{\theta_x^2}{v\theta}+\frac{u_x^2}{v\theta}+\frac{c_x^2}{v}+\frac{\theta}{v}f'+g(c\gamma-1)^2+\beta(x)|u|^{\alpha}(u-f)^2\right\}dx.$$

Далилдөө. (2.2.4) - системанын биринчи теңдемесин $\gamma\left(\psi-\frac{1}{v}\right)$ ге, экинчисин $\gamma(c\gamma-1)$ ге, үчүнчүсүн $\varphi\gamma(u-f)$ ке көбөйтүп, кошуп анан R боюнча интегралдайбыз:

$$\frac{d}{dt}\int\left\{\frac{1}{2}\varphi\gamma(u-f)^2+\frac{1}{2}(c\gamma-1)^2+\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)+\gamma(v\psi-\ln v\psi-1)\right\}d\xi+$$

$$+\int\left\{\frac{\theta_\xi^2}{v\theta\varphi^2\gamma}+\frac{u_\xi^2}{v\theta\varphi^2\gamma}+\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}+\frac{\theta}{v}f'+g(c\gamma-1)^2+\beta(x)\varphi\gamma|u|^{\alpha}(u-f)^2\right\}d\xi=$$

$$=\int\frac{\psi}{\varphi}u_\xi d\xi+\int\frac{1}{\varphi v\gamma}f'u_\xi d\xi-\int\frac{\theta_\xi\varphi'}{v\varphi^3\gamma}d\xi-\int\frac{c_\xi c\gamma'}{v\varphi^2\gamma}d\xi+\int\frac{c_\xi c\varphi'}{v\varphi^3}d\xi- \tag{2.2.6}$$

$$-\int\frac{c_\xi\theta_\xi}{v\varphi^2\gamma\theta^{1/2}}d\xi-\int\frac{\theta^{1/2}c_\xi\varphi'}{v\varphi^3\gamma}d\xi-\int g(c\gamma-1)d\xi+\int cg\gamma\frac{\varphi\theta-1}{\theta}d\xi-$$

$$-\int\beta(\xi)|u|^{\alpha}f\varphi\gamma(u-f)d\xi==\sum_{k=1}^{10}I_k.$$

(2.1.7) нин оң жагына колдонгон сыяктуу, бөлүктөп интегралдоону, (2.1.4), (2.1.8) – (2.1.10) ду, Юнгдун, Кошинин, Гельдердин барабарсыздыктарын пайдаланып ар бир I_k ны баалайбыз.

$$I_1=\int\frac{\psi}{\varphi}(u-f)_\xi\,d\xi+\int\frac{\psi}{\varphi}f'\,d\xi\le C_6\left(\left\|\sqrt{\varphi}\,(u-f)\right\|^2+1\right),$$

$$I_2\le-\frac{d}{dt}\int f'(v\psi-\ln v\psi-1)\,d\xi+C_7\left(\left\|\sqrt{\varphi}\,(u-f)\right\|^2+1\right).$$

$$I_3\le\delta_1\int\frac{\theta_\xi^2}{v\theta\varphi^2\gamma}d\xi+C_{\delta_1}\int\frac{\theta\varphi'^2}{v\varphi^4\gamma}d\xi\le\delta_1\int\frac{\theta_\xi^2}{v\theta\varphi^2\gamma}d\xi+C_{\delta_1}\delta C_4^4\int\frac{\theta}{v}f'\,d\xi.$$

$$I_4\le\delta_2\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi+C_{\delta_2}\left(\int f'(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi+1\right).$$

$$I_5\le\delta_3\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi+C_{\delta_3}\left(\int f'(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi+1\right).$$

$$I_6\le\frac{1}{2}\int\frac{\theta_\xi^2}{v\theta\varphi^2\gamma}d\xi+\frac{1}{2}\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi.$$

$$I_7\le\delta_4\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi+C_{\delta_4}\int\frac{\varphi'^2\theta}{v\varphi^4\gamma^2}d\xi\le\delta_4\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi+C_{\delta_4}\delta C_4^4\int\frac{\theta}{v}f'd\xi.$$

$$I_8\le C_8\left[\int\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)d\xi+\frac{1}{2}\int(c\gamma-1)^2d\xi\right].$$

$$I_9\le C_9\int\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)d\xi.$$

$$I_{10}\le\left(\int\beta(\xi)\varphi\gamma|u|^\alpha(u-f)^2d\xi\right)^{1/2}\left(\int\beta(\xi)\varphi\gamma|u|^\alpha f^2d\xi\right)^{1/2}\le$$

$$\le\varepsilon\int\beta(\xi)\varphi\gamma|u|^\alpha(u-f)^2d\xi+C_\varepsilon\left[\int\beta(\xi)\varphi\gamma|u-f|^\alpha f^2d\xi+\int\beta(\xi)\varphi\gamma|f|^\alpha f^2d\xi\right]\le$$

$$\le\varepsilon\int\beta(\xi)\varphi\gamma|u|^\alpha(u-f)^2d\xi+C_{10}\left[\left(\int(u-f)^2d\xi\right)^{\frac{\alpha}{2}}\left(\int(\beta(\xi))^{\frac{2}{2-\alpha}}d\xi\right)^{\frac{2-\alpha}{2}}+1\right]\le$$

$$\le\varepsilon\int\beta(x)\varphi\gamma|u|^\alpha(u-f)^2d\xi+C_{11}\left(\|u-f\|^2+1\right),\quad 0<\varepsilon<1.$$

Бул жерде $\delta_i>0\left(i=\overline{1,4}\right)$ - каалагандай алынган оң сандар, $\sum_{i=1}^{4}\delta_i<\frac{1}{2}$. $0<\delta<1-$бул каалагандай сан болгондуктан, аны $\delta<\frac{1}{\left(C_{\delta_1}+C_{\delta_4}\right)C_4^4}$ барабарсыздыгы аткарыла тургандай кылып тандайбыз. (2.2.6) дан алынган барабарсыздыкты убакыт t боюнча интегралдап чыгып, анан Гронуолланын леммасын колдонобуз. Кайра баштапкы өзгөрүлмөлөргө өтүп (2.2.5) баалоосун алабыз. Лемма далилденди.

2.1.3-бөлүмүндөгүдөй эле ой жүгүртүү менен төмөнкү баалоолорду алууга болот:

$$U_N(t)+\int_0^t W_N(\tau)d\tau\le E, \qquad (2.2.7)$$

$$\frac{n(E)}{C_1}\le\int_N^{N+1} v(x,t)dx\le M(E)C_1,\ \frac{n(E)}{C_4}\le\int_N^{N+1}\theta(x,t)dx\le M(E)C_4,\ \forall t\in[0,T], \qquad (2.2.8)$$

мында U_N жана W_N аныктамасы боюнча интегралдар Ω_N боюнча алынат,

$$\Omega_N=\{x|\ N<x<N+1\},\ Q_N=\Omega_N\times(0,T),\ N=0,\pm1,\pm2,...,$$

$$R=\bigcup_{N=-\infty}^{\infty}\Omega_N,\ \ \Pi=\bigcup_{N=-\infty}^{\infty}Q_N$$

(2.2.1) системасынын биринчи жана үчүнчү теңдемелеринен Q_N тик бурчтуктарынын ар биринде изделүүчү функциялардын ортосундагы бирден жардамчы катыш келтирилип чыгарылат :

$$v(x,t)=I^{-1}(t)B^{-1}(x,t)D(x,t)\left[v_0(x)+\int_0^t\theta(x,\tau)I(\tau)B(x,\tau)D^{-1}(x,\tau)d\tau\right], \qquad (2.2.9)$$

мында

$$I(t)=I_N(t)=\frac{v_0(a(t))}{v(a(t),t)}exp\left\{\int_0^t\frac{\theta}{v}(a(t),\tau)d\tau\right\},$$

$$B(x,t)=B_N(x,t)=exp\left\{\int_{a(t)}^x(u_0(\xi)-u(\xi,t))d\xi\right\},$$

$$D(x,t)=D_N(x,t)=exp\left\{\int_0^t\int_{a(t)}^x\beta(\xi)|u|^{\alpha}u(\xi,\tau)d\xi d\tau\right\},\ a(t)=a_N(t)\in[N,N+1].$$

(2.2.5), (2.2.8) баалоолорун жана (2.2.9) көрсөтүлүшүн пайдаланып $\forall x\in\Omega_N,\ \forall t\in[0,T]$ үчүн төмөнкү баалоолорду келтирип чыгарууга болот:

$$0<K_4^{-1}\le B(x,t)\le K_4,\ 0<K_5^{-1}\le I(t)\le K_5,\ 0<K_6^{-1}\le D(x,t)\le K_6. \qquad (2.2.10)$$

2.2.2-ЛЕММА. Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат

$$m_v(t)\ge N_2,\quad \forall t\in[0,T].$$

Далилдөө: (2.2.9) көрүнүшүнөн теореманын шарттарын жана (2.2.10) ду эсепке алуу талап кылынган бвлоону алабыз. Лемма далилденди.

2.2.3-ЛЕММА. Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат

$$M_v(t)\le N_3,\quad \forall\, t\in[0,T].$$

Далилдөө. Төмөнкү баалоо орун алат:

$$\int_0^t M_\theta(t)dt\le K_7,\quad \forall t\in[0,T]. \qquad (2.2.11)$$

Чындыгында эле, (2.2.5), (2.2.8) баалоолорунан жана

$$\max_{\Omega_N}\theta^{1/2}(x,t)\le (M(E)C_4)^{1/2}+\frac{1}{2}\int_N^{N+1}\left|\frac{\theta_x}{\theta^{1/2}}\right|dx\le C+\left(\int_N^{N+1}\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx\right)^{1/2}\left(\int_N^{N+1}v\,dx\right)^{1/2}$$

катышынан (2.2.11) ди алабыз.

(2.2.9) дан (2.2.10) ду пайдаланып, төмөнкү барабарсыздыкты алабыз

$$M_v(t)\le C_{12}\left[1+\int_0^t M_\theta(\tau)d\tau\right].$$

Мындан, (2.2.11) ди эсепке алуу менен, салыштырма көлөмдүн жогору жагынан чектелгендигин алабыз. Лемма далилденди.

(2.1.19) га окшош, төмөнкү баалоону табабыз:

$$\int\frac{c_x^2}{v}dx+\int_0^t\int\left(\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x\right)^2dxdt\le N_4,\quad \forall t\in[0,T]. \qquad (2.2.12)$$

(2.2.4) системасынын төртүнчү теңдемесин $\left(\varphi-\frac{1}{\theta}\right)$ ге көбөйтүп, анан $\boldsymbol{R}$ боюнча интегралдайбыз.

$$\int\frac{u_\xi^2}{v\varphi\gamma}d\xi=\frac{d}{dt}\int\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)dx+\int\left\{\frac{\theta_\xi^2}{v\theta\varphi^2\gamma}+\frac{u_\xi^2}{v\theta\varphi^2\gamma}\right\}d\xi+$$

$$+\int\frac{c_\xi\theta_\xi}{v\varphi^2\gamma\theta^{1/2}}d\xi+\int\frac{\theta^{1/2}c_\xi\varphi'}{v\varphi^3\gamma}d\xi+\int\frac{\theta_\xi\varphi'}{v\varphi^3\gamma}d\xi-\int cg\gamma\frac{\varphi\theta-1}{\theta}d\xi+\int\frac{\varphi\theta-1}{\varphi v}u_\xi d\xi. \qquad (2.2.13)$$

(2.2.13) түн оң жагындагы акыркы интегралды Кошинин барабарсыздыгы боюнча, (2.1.9), (2.2.5) – баалоолорун жана 2.2.2-лемманы пайдаланып баалайбыз.

$$\left|\int\frac{\varphi\theta-1}{\varphi v}u_\xi d\xi\right|\le\int\frac{\left|(\varphi\theta)^{1/2}-1\right|\left((\varphi\theta)^{1/2}+1\right)}{\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}}\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}\frac{|u_\xi|}{v}d\xi\le$$

$$\le CM_\theta^{1/2}(t)\left(\int\frac{u_\xi^2}{v\varphi\gamma}d\xi\right)^{1/2}\left(\int(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)d\xi\right)^{1/2}\le\varepsilon\int\frac{u_\xi^2}{v\varphi\gamma}d\xi+CM_\theta(t).$$

Бул жерде $0<\varepsilon<1$ калган интегралдардын баалоолору (2.2.5) ти далилдеген учурда каралган. (2.2.13) төн, t боюнча интегралдагандан кийин (2.2.5), (2.2.11) лерди эсепке алуу менен төмөндөгүнү алабыз:

$$\int_0^t\|u_x(\tau)\|^2d\tau\le N_5,\qquad \forall t\in[0,T]. \tag{2.2.14}$$

2.2.4 - ЛЕММА. Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат

$$\max_{0\le t\le T}\|v_x(t)\|\le N_6.$$

Далилдөө. (2.2.1) системасынын үчүнчү

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\ln v\psi}{\partial x}\right)=\frac{\partial(u-f)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\theta}{v}\right)+\beta(x)|u|^\alpha u$$

теңдемесин $(\ln v\psi)_x$ ке көбөйтүп, анан R боюнча интегралдайбыз.

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int(\ln v\psi)_x^2\,dx+\int\frac{\theta}{v}(\ln v\psi)_x^2\,dx=\frac{d}{dt}\int(u-f)(\ln v\psi)_x dx+\int\frac{1}{v}u_x^2\,dx+ \tag{2.2.15}$$

$$+\int\frac{1}{v}\theta_x(\ln v\psi)_x dx-\int\frac{1}{v}u_x f'\,dx+\int\frac{\theta}{v}(\ln v\psi)_x\frac{\psi'}{\psi}\,dx+\int\beta(x)|u|^\alpha u(\ln v\psi)_x dx.$$

(2.2.15) тин оң жагындагы интегралдарды Гельдердин, Юнгдун, Кошинин барабарсыздыктарын, 2.2.1, 2.2.2-леммаларынын жыйынтыктарын жана (2.1.4) тү пайдаланып баалайбыз.

$$\left|\int\frac{1}{v}(\ln v\psi)_x\theta_x\,dx\right|\le C\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx\right)^{1/2}\left(\int(\ln v\psi)_x^2dx\right)^{1/2}M_\theta^{1/2}(t)\le$$

$$\le C\left(\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx\right)\|(\ln v\psi)_x\|^2+M_\theta(t)\right).$$

$$\left|\int\frac{1}{v}u_x f'\,dx\right|\le C\left(\|u_x\|^2+1\right).$$

$$\left|\int\frac{\theta}{v}(\ln v\psi)_x\frac{\psi'}{\psi}\,dx\right|\le\varepsilon\int\frac{\theta}{v}(\ln v\psi)_x^2dx+C_\varepsilon\int\frac{\theta}{v}\left(\frac{\psi'}{\psi}\right)^2dx\le$$

$$\le \varepsilon \int \frac{\theta}{v}(\ln v\psi)_x^2 dx + CM_\theta(t), \qquad 0<\varepsilon<1.$$

$$\left|\int \beta(x)|u|^\alpha u(\ln v\psi)_x dx\right| \le \left|\int\beta(x)|u|^\alpha(u-f)(\ln v\psi)_x dx\right| + \left|\int \beta(x)|u|^\alpha f(\ln v\psi)_x dx\right| \le$$

$$\le \left(\int(\ln v\psi)_x^2dx\right)^{1/2}\left(\int\beta^2(x)|u|^{2\alpha}(u-f)^2dx\right)^{1/2}+$$

$$+\left(\int(\ln v\psi)_x^2dx\right)^{1/2}\left(\int\beta^2(x)|u|^{2\alpha}f^2dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le C\|(\ln v\psi)_x\|\left[\left(\max_{x\in R}|u-f|+1\right)\int\beta(x)|u|^{2\alpha}dx\right]\le \frac{1}{2}\|(\ln v\psi)_x\|^2+C\left(\|u_x\|^2+1\right).$$

Бул жерде төмөнкү баалоолор колдонулду [27]:

$$\max_{x\in R}|u-f|^2 \le 2\int|(u-f)(u-f)_x|dx \le C\|u-f\|\left[\left(\int u_x^2dx\right)^{1/2}+\left(\int f_x^2dx\right)^{1/2}\right]\le C\left(\|u_x\|+1\right),$$

$$\int\beta(x)|u|^{2\alpha}dx\le\int\beta(x)\left(|u-f|^{2\alpha}+|f|^{2\alpha}\right)dx\le$$

$$\le\left(\int(u-f)^2dx\right)^\alpha\left(\int\beta^{1/(1-\alpha)}dx\right)^{1-\alpha}+C\int\beta(x)dx\le C_{13}.$$

Алынган баалоолорду жана

$$\int(u-f)(\ln v\psi)_x dx\le\frac{1}{2}\|(\ln v\psi)_x\|^2+C$$

барабарсыздыгын эсепке алуу менен (2.2.15) ти t боюнча интегралдайбыз.

Айрым өзгөртүп түзүүлөрдөн кийин төмөнкү барабарсыздыкка ээ болобуз:

$$\|(\ln v\psi)_x\|^2+\int_0^t\int\frac{\theta}{v}(\ln v\psi)_x^2dx\,d\tau\le$$

$$\le C\int_0^t\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx+1\right)\|(\ln v\psi)_x\|^2d\tau+C\int_0^t\left(M_\theta(t)+\|u_x\|^2+1\right)d\tau$$

Гронуолланын леммасын колдонуп жана (2.2.5), (2.2.11), (2.2.14) төрдү пайдаланып төмөндөгүнү алабыз:

$$\|(\ln v\psi)_x\|^2+\int_0^t\int\frac{\theta}{v}(\ln v\psi)_x^2\,dx\,d\tau\le N_7, \qquad \forall t\in[0,T]. \tag{2.2.16}$$

Мындан, (2.1.4) тү эсепке алуу менен лемманын ырасталышын алабыз. Лемма далилденди.

2.2.4-лемма жана (2.2.12) төмөнкү баалоону беришет

$$\max_{0\le t\le T}\|c_x(t)\|^2+\int_0^T\|c_{xx}(t)\|^2dt\le N_8. \tag{2.2.17}$$

(2.2.1) системасынын үчүнчү

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{1}{v}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{1}{v}\frac{\partial\theta}{\partial x}+\frac{\theta}{v^2}\frac{\partial v}{\partial x}-\beta(x)|u|^{\alpha}u$$

теңдемесин u_{xx} ке көбөйтүп, анан R боюнча интегралдайбыз.

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|u_x\|^2+\int\frac{1}{v}u_{xx}^2dx=\int\left\{\frac{1}{v^2}v_xu_x+\frac{1}{v}\theta_x-\frac{\theta}{v^2}v_x-\beta(x)|u|^{\alpha}u\right\}u_{xx}dx. \qquad (2.2.18)$$

(2.2.18) нин оң жагындагы интегралдарды Юнгдун, Кошинин жана камтылуу барабарсыздыктары боюнча (2.1.4), (2.2.8) ди, 2.2.1 – 2.2.4-леммалардын жыйынтыктарын пайдаланып баалайбыз.

$$\left|\int\frac{1}{v^2}v_xu_xu_{xx}\,dx\right|\le C\max_{x\in R}|u_x|\left(\int v_x^2\,dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{1}{v}u_{xx}^2dx\right)^{1/2}\le.$$

$$\le C\left(\|u_x\|^{1/2}\|u_{xx}\|^{1/2}+\|u_x\|\right)\|u_{xx}\|\le\varepsilon_1\|u_{xx}\|^2+C_{\varepsilon_1}\|u_x\|^2,$$

R сан огун $\Omega_i(t)$ аймактарына мындайча кылып ажыратабыз:

$$\Omega_1(t)=\{x\in R:\theta(x,t)\le 1\}, \qquad \Omega_2(t)=\{x\in R:\theta(x,t)>1\}.$$

Анда

$$\left|\int\frac{1}{v}\theta_xu_{xx}\,dx\right|\le\left|\int\limits_{\Omega_1(t)}\frac{1}{v}\theta_xu_{xx}\,dx\right|+\left|\int\limits_{\Omega_2(t)}\frac{1}{v}\theta_xu_{xx}\,dx\right|\le$$

$$\le C\left(\int\limits_{\Omega_1(t)}\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{1}{v}u_{xx}^2dx\right)^{1/2}+C\left(\int\limits_{\Omega_1(t)}\frac{\theta\theta_x^2\varphi^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{1}{v}u_{xx}^2dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le\varepsilon_2\|u_{xx}\|^2+C\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx+C_{14}\int\frac{\theta\theta_x^2\varphi^2}{v}\,dx.$$

$$\left|\int\frac{\theta}{v^2}v_xu_{xx}\,dx\right|\le CM_\theta(t)\left(\int v_x^2\,dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{1}{v}u_{xx}^2dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le C\left(\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx\right)^{1/2}+1\right)\left(\int\frac{1}{v}u_{xx}^2dx\right)^{1/2}\le\varepsilon_3\|u_{xx}\|^2+C\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx+1\right).$$

Бул жерде

$$M_\theta(t)\le C\left(\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx\right)^{1/2}+1\right),$$

анткени $\max\limits_{\Omega_N}\theta(x,t)\le C_4M(E)+\int\limits_N^{N+1}|\theta_x|\,dx\le$

$$\le C_4 M(E) + C\left(\int_N^{N+1} \frac{\theta_x^2}{v\theta} dx\right)^{1/2} \left(\int_N^{N+1} \theta v dx\right)^{1/2} \le C\left(\left(\int \frac{\theta_x^2}{v\theta} dx\right)^{1/2} + 1\right).$$

$$\left|\int \beta(x)|u|^{\alpha} u u_{xx} dx\right| \le \left|\int \beta(x)|u|^{\alpha}(u - f) u_{xx} dx\right| + \left|\int \beta(x)|u|^{\alpha} f u_{xx} dx\right| \le$$

$$\le \left(\int \frac{1}{v} u_{xx}^2 dx\right)^{1/2} \left(\int \beta^2(x)|u|^{2\alpha}(u - f)^2 dx\right)^{1/2} +$$

$$+ \left(\int \frac{1}{v} u_{xx}^2 dx\right)^{1/2} \left(\int \beta^2(x)|u|^{2\alpha} f^2 dx\right)^{1/2} \le \varepsilon_4 \|u_{xx}\|^2 + C\left(\|u_x\|^2 + 1\right).$$

Алынган баалоолорду эске алып, (2.2.18) ден, каалагандай оң ε_i лерди $\sum_{i=1}^{4} \varepsilon_i < \frac{1}{N_3}$ боло тургандай кылып тандоо менен төмөнкү барабарсыздыкка ээ болобуз

$$\frac{d}{dt}\|u_x\|^2 + \|u_{xx}\|^2 \le C\left(\int \frac{\theta_x^2}{v\theta} dx + \|u_x\|^2 + 1\right) + C_{14} \int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx. \qquad (2.2.19)$$

(2.2.1) системасынын төртүнчү

$$\frac{\partial(\varphi\theta - 1)}{\partial t} = \varphi \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\theta}{v}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right) + \varphi \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\theta^{3/2}}{v}\frac{\partial c}{\partial x}\right) - \varphi \frac{\theta}{v}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\varphi}{v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \varphi c g$$

теңдемесин $(\varphi\theta - 1)$ ге көбөйтүп анан R боюнча интегралдайбыз.

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|\varphi\theta - 1\|^2 + \int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx = \int \left(\frac{\theta \varphi' \theta_x}{v} - \frac{2\varphi \varphi' \theta^2 \theta_x}{v} + \frac{\varphi' \theta^{3/2} c_x}{v} - \right. \qquad (2.2.20)$$

$$\left. - \frac{2\varphi \varphi' \theta^{5/2} c_x}{v} - \frac{\varphi^2 \theta^{3/2} \theta_x c_x}{v} - \frac{\varphi\theta}{v}(\varphi\theta - 1) u_x + \frac{\varphi}{v}(\varphi\theta - 1) u_x^2 + \varphi c g(\varphi\theta - 1)\right) dx.$$

(2.2.20) - барабардыктын оң жагын Юнгдун, Кошинин жана камтылуу барабарсыздыктары боюнча, $g(\rho, c, \varphi\theta)$ функциясынын $(\varphi\theta)^{1/2}$ боюнча липшицалуулугун, (2.1.4), (2.1.9), (2.2.8), (2.2.17) лерди жана 2.2.1 – 2.2.4-леммалардын жыйынтыктарын пайдаланып баалайбыз.

$$\left|\int \frac{\theta \varphi' \theta_x}{v} dx\right| \le C\left(\int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx\right)^{1/2} \left(\int \frac{\theta}{v} \varphi'^2 dx\right)^{1/2} \le \varepsilon_1 \int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx + C \int \frac{\theta}{v} f' dx.$$

$$\left|\int \frac{2\varphi \varphi' \theta^2 \theta_x}{v} dx\right| \le 2M_\theta^{3/2}(t)\left(\int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx\right)^{1/2} \left(\int \frac{\varphi'^2}{v} dx\right)^{1/2} \le$$

$$\le \delta_1 \int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx + C_{15} M_\theta^3(t) \le \varepsilon_2 \int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx + C, \quad \varepsilon_2 = \delta_1 + C_{15}(\delta_2 + C_{16}\delta_3).$$

Бул жерде

$$M_\theta^3(t) \le (\delta_2 + C_{16}\delta_3) \int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx + C,$$

анткени

$$\max_{\Omega_N} \theta^3(x,t) \le (C_4 M(E))^3 + 3 \int_N^{N+1} \left| \theta^2 \theta_x \right| dx \le$$

$$\le (C_4 M(E))^3 + C \left(\int_N^{N+1} \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx \right)^{1/2} \left(\int_N^{N+1} \theta^3 v dx \right)^{1/2} \le$$

$$\le (C_4 M(E))^3 + C \max_{\Omega_N} \theta(x,t) \left(\int_N^{N+1} \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx \right)^{1/2} \left(\int_N^{N+1} \theta v dx \right)^{1/2} \le$$

$$\le (C_4 M(E))^3 + \delta_2 \int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx + C_{16} \max_{\Omega_N} \theta^2(x,t),$$

$$\max_{\Omega_N} \theta^2(x,t) \le (C_4 M(E))^2 + 2 \int_N^{N+1} \left| \theta \theta_x \right| dx \le$$

$$\le (C_4 M(E))^2 + C \left(\int_N^{N+1} \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx \right)^{1/2} \left(\int_N^{N+1} \theta v dx \right)^{1/2} \le \delta_3 \int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx + C.$$

Андан ары,

$$\left| \int \frac{\varphi' \theta^{3/2} c_x}{v} dx \right| \le C M_\theta(t) \left(\int \frac{c_x^2}{v} dx \right)^{1/2} \left(\int \frac{\theta}{v} \varphi'^2 dx \right)^{1/2} \le$$

$$\le C \left(\left(\int \frac{\theta_x^2}{v\theta} dx \right)^{1/2} + 1 \right) \left(\int \frac{\theta}{v} f' dx \right)^{1/2} \le C \left(\int \frac{\theta_x^2}{v\theta} dx + \int \frac{\theta}{v} f' dx + 1 \right).$$

$$\left| \int \frac{2\varphi \varphi' \theta^{5/2} c_x}{v} dx \right| \le C M_\theta^2(t) \left(\int \frac{c_x^2}{v} dx \right)^{1/2} \left(\int \frac{\theta}{v} \varphi'^2 dx \right)^{1/2} \le$$

$$\le C \left(\left(\int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx \right)^{1/2} + 1 \right) \left(\int \frac{\theta}{v} f' dx \right)^{1/2} \le \varepsilon_3 \int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx + C \left(\int \frac{\theta}{v} f' dx + 1 \right).$$

$$\left| \int \frac{\varphi^2 \theta^{3/2} \theta_x c_x}{v} dx \right| \le C M_\theta(t) \left(\int \frac{c_x^2}{v} dx \right)^{1/2} \left(\int \frac{\theta \theta_x^2 \varphi^2}{v} dx \right)^{1/2} \le .$$

$$\le C\left(\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx\right)^{1/2}+1\right)\left(\int\frac{\theta\theta_x^2\varphi^2}{v}dx\right)^{1/2}\le\varepsilon_4\int\frac{\theta\theta_x^2\varphi^2}{v}dx+C\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx+1\right).$$

$$\left|\int\frac{\varphi\theta}{v}(\varphi\theta-1)u_x dx\right|\le CM_\theta(t)\left(\int(\varphi\theta-1)^2dx\right)^{1/2}\left(\int u_x^2dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le C\left(\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx\right)^{1/2}+1\right)\left(\int(\varphi\theta-1)^2dx\right)^{1/2}\left(\int u_x^2dx\right)^{1/2}\le C\left(\|u_x\|^2\|\varphi\theta-1\|^2+\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx+1\right).$$

$$\left|\int\frac{\varphi}{v}(\varphi\theta-1)u_x^2\,dx\right|\le C(M_\theta(t)+1)\|u_x\|^2.$$

$$\left|\int\varphi c\,g(\varphi\theta-1)dx\right|\le C\int\left|(\varphi\theta)^{1/2}-1\right|\left|\varphi\theta-1\right|dx\le$$

$$\le C\int\frac{\left|(\varphi\theta)^{1/2}-1\right|}{\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}}\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}\,|\varphi\theta-1|dx\le$$

$$\le C\left(\int(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)dx\right)^{1/2}\left(\int(\varphi\theta-1)^2dx\right)^{1/2}\le C\left(\|\varphi\theta-1\|^2+1\right).$$

Каалагандай алынган $\varepsilon_i>0\left(i=\overline{1,4}\right),\ \delta_j>0\left(j=\overline{1,3}\right)$ оң сандарын жетишээрлик кичине кылып тандайбыз, $\sum_{i=1}^{4}\varepsilon_i<1$. Анда (2.1.20) дан төмөнкү барабарсыздыкты алабыз

$$\frac{d}{dt}\|\varphi\theta-1\|^2+C_{17}\int\frac{\theta\theta_x^2\varphi^2}{v}dx\le \tag{2.2.21}$$

$$\le C\left(\|u_x\|^2+1\right)\left(\|\varphi\theta-1\|^2+M_\theta(t)+1\right)+C\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx+\int\frac{\theta}{v}f'dx\right).$$

(2.2.19) барабарсыздыгын $\beta=C_{17}C_{14}^{-1}$ ге көбөйтүп (2.2.21) менен кошобуз.

$$\frac{d}{dt}\left(\|\varphi\theta-1\|^2+\beta\|u_x\|^2\right)+\beta\|u_{xx}\|^2\le$$

$$\le C\left(\|u_x\|^2+M_\theta(t)+1\right)\left(\|\varphi\theta-1\|^2+\|u_x\|^2\right)+C\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta}dx+\int\frac{\theta}{v}f'dx+1\right).$$

Гронуолланын леммасын колдонгондон кийин, (3.2.5), (3.2.11), (2.2.14) төрдү эсепке алуу менен мына мындай корутундуга келебиз

$$\max_{0\le t\le T}\left(\|\varphi\theta-1\|^2+\|u_x(t)\|^2\right)+\int_0^T\|u_{xx}(t)\|^2dt\le N_9. \tag{2.2.22}$$

(2.2.1) системасынын жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесинен жана баштапкы берилгендерге коюлган шарттардан температуранын такай оң болушун алабыз

$$m_\theta(t)\geq N_{10},\quad \forall t\in[0,T]. \tag{2.2.23}$$

(2.2.21) ди t боюнча интегралдап , (2.1.4), (2.2.5), (2.2.11), (2.2.22), (2.2.23) төрдү, 2.2.3-лемманы эсепке алуу менен төмөнкүнү алабыз

$$\int_0^T \|\theta_x(t)\|^2 dt\leq N_{11}. \tag{2.2.24}$$

Төмөнкү барабарсыздык орун алат

$$\int_0^t M_\theta^2(t)dt\leq K_8,\quad \forall t\in[0,T], \tag{2.2.25}$$

Чындыгында,

$$\max_{\Omega_N}\theta^2(x,t)\leq C+2\int_N^{N+1}|\theta\theta_x|\,dx\leq C+2\max_{\Omega_N}\theta(x,t)\|\theta_x(t)\|\leq C\left(\|\theta_x(t)\|^2+1\right).$$

Ушундан жана (2.2.24) төн (2.2.25) ди алабыз.

Жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесинде туундуну ачып жазып, кошулуучуларды топтоп чыгабыз.

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{1}{2v}\left(\theta^2\right)_{xx}-\frac{1}{2}\frac{v_x}{v^2}\left(\theta^2\right)_x+\frac{\theta^{3/2}}{v^2}c_{xx}+\frac{3}{4}\frac{\left(\theta^2\right)_x c_x}{v\theta^{1/2}}-\frac{\theta^{3/2}}{v^2}v_x c_x-\frac{\theta}{v}u_x+\frac{1}{v}u_x^2+cg.$$

Аны $\theta\left(\theta^2\right)_{xx}$ ке көбөйтүп, андан кийин R боюнча интегралдайбыз. Сол жагы мындайча өзгөртүлүп түзүлөт [79]:

$$\int\frac{\partial\theta}{\partial t}\theta\left(\theta^2\right)_{xx}dx=\int\frac{1}{2}\frac{\partial\theta^2}{\partial t}\left(\theta^2\right)_{xx}dx=-\frac{1}{2}\int\left(\theta^2\right)_{xt}\left(\theta^2\right)_x dx=-\frac{1}{4}\frac{d}{dt}\int\left(\theta^2\right)_x^2 dx.$$

Анда

$$\frac{1}{4}\frac{d}{dt}\int\left(\theta^2\right)_x^2 dx+\int\frac{\theta}{2v}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx=\int\left(\frac{1}{2}\frac{v_x}{v^2}\left(\theta^2\right)_x-\frac{\theta^{3/2}}{v^2}c_{xx}-\frac{3}{4}\frac{\left(\theta^2\right)_x c_x}{v\theta^{1/2}}+\right.$$

$$\left.+\frac{\theta^{3/2}}{v^2}v_x c_x+\frac{\theta}{v}u_x-\frac{1}{v}u_x^2-cg\right)\theta\left(\theta^2\right)_{xx}dx=\sum_{k=1}^{7}I_k\,. \tag{2.2.26}$$

Ар бир $I_k,\ k=\overline{1,7}$ ны Юнгдун, Кошинин барабарсыздыктарын, 2.2.1-2.2.4 – леммаларды жана (2.1.9), (2.2.8), (2.2.17), (2.2.22) баалоолорун колдонуп баалайбыз.

$$I_1\le C\left(\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{1/2}\max_{x\in R}\left|\left(\theta^2\right)_x\right|M_\theta^{1/2}(t)\|v_x\|\le$$

$$\le C\left(\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{3/4}\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^{1/2}M_\theta^{1/2}(t)+C\left(\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{1/2}\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|M_\theta^{1/2}(t)\le$$

$$\le\varepsilon_1\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx+C_{\varepsilon_1}\left(M_\theta^2(t)+1\right)\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^2.$$

Бул жерде камтылуу барабарсыздыгы колдонулган [61]:

$$\max_{x\in R}\left|\left(\theta^2\right)_x\right|\le C\left(\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^{1/2}\left\|\left(\theta^2\right)_{xx}\right\|^{1/2}+\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|\right)\le$$

$$\le C\left[\left(\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{1/4}\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^{1/2}+\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|\right].$$

$$I_2\le C\left(\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{1/2}M_\theta^2(t)\|c_{xx}\|\le\varepsilon_2\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx+C_{\varepsilon_2}\left(\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^2+1\right)\|c_{xx}\|^2.$$

Мында

$$M_\theta^2(t)\le C\left(\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|+1\right),$$

анткени

$$\max_{\Omega_N}\theta^2(x,t)\le\left(M(E)C_4\right)^2+\int_N^{N+1}\left|\left(\theta^2\right)_x\right|dx\le C\left(\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|+1\right).$$

$$I_3\le C\left(\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{1/2}\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|\max_{x\in R}|c_x|\le\varepsilon_3\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx+C_{\varepsilon_3}\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^2\left(\|c_{xx}\|^2+1\right),$$

себеби

$$\max_{x\in R}|c_x|\le C\left(\|c_x\|^{1/2}\|c_{xx}\|^{1/2}+\|c_x\|\right)\le C\left(\|c_{xx}\|^{1/2}+1\right).$$

$$I_4\le C\left(\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{1/2}\|v_x\|M_\theta^2(t)\max_{x\in R}|c_x|\le$$

$$\le C\left(\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{1/2}\left(\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|+1\right)\left(\|c_{xx}\|^{1/2}+1\right)\le\varepsilon_4\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx+C_{\varepsilon_4}\left(\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^2+1\right)\left(\|c_{xx}\|^2+1\right).$$

$$I_5\le C\left(\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{1/2}\|u_x\|M_\theta^{3/2}(t)\le\varepsilon_5\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx+C_{\varepsilon_5}\left(\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^2+M_\theta^2(t)+1\right).$$

Бул жерде

$$M_\theta^3(t)\le C\left(\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^2+M_\theta^2(t)+1\right),$$

анткени

$$\max_{\Omega_N}\theta^3(x,t)\le\left(M(E)C_4\right)^3+\frac{3}{2}\int_N^{N+1}\left|\theta\left(\theta^2\right)_x\right|dx\le$$

$$\le\left(M(E)C_4\right)^3+\frac{3}{2}\left(\int_N^{N+1}\left(\theta^2\right)_x^2dx\right)^{1/2}\left(\int_N^{N+1}\theta^2\,dx\right)^{1/2}\le C\left(\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|M_\theta(t)+1\right).$$

$$I_6\le C\left(\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{1/2}M_\theta^{1/2}(t)\max_{x\in R}|u_x|\cdot\|u_x\|\le$$

$$\le C\left(\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{1/2}M_\theta^{1/2}(t)\left(\|u_{xx}\|^{1/2}+1\right)\le\varepsilon_6\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx+C_{\varepsilon_6}\left(M_\theta^2(t)+\|u_{xx}\|^2+1\right)$$

$$I_7\le C\left(\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{1/2}\left(\int\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)^2dx\right)^{1/2}M_\theta^{1/2}(t)\le$$

$$\le\varepsilon_7\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx+C_{\varepsilon_7}M_\theta(t)\int\frac{\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)^2}{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}\left(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1\right)dx\le\varepsilon_7\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx+C\left(M_\theta^2(t)+1\right).$$

$\varepsilon_i>0$ ду $\sum_{i=1}^{7}\varepsilon_i<1$ боло тургандай тандайбыз. Анда (2.2.26) төмөнкү барабарсыздыкты берет

$$\frac{d}{dt}\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^2dx+\int\frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\le\left(M_\theta^2(t)+\|c_{xx}\|^2+\|u_{xx}\|^2+1\right)\left(\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^2+1\right).\qquad(2.2.27)$$

(2.2.27) ге (2.2.17), (2.2.22), (2.2.25) терди пайдаланып Гронуолланын леммасын колдонобуз. (2.2.23), (2.2.24) тү, 2.2.3-лемманы эсепке алуу менен төмөнкү баалоону алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\|\theta_x(t)\|^2+\int_0^T\|\theta_{xx}(t)\|^2dt\le N_{12}.$$

(2.2.1) системасынан түздөн-түз төмөнкү баалоолорду алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\|v_t(t)\|^2+\int_0^T\left(\|u_t(t)\|^2+\|v_{xt}(t)\|^2+\|\theta_t(t)\|^2+\|H_t(t)\|^2\right)dt\le N_{13}.$$

Ошентип, алынган бардык априордук баалоолор жалпыланган чечимдин жашашын далилдөө үчүн зарыл болуп эсептелет. Чечимдин жашашынын локалдык теоремасы 2.1.6 бөлүмгө окшош далилденет. Чечимдин жалгыздыгы 2.1.7 бөлүмгө окшош эки биргелешкен чечимдин айырмасына карата бир тектүү теңдемени түзүү менен далилденет.

2.2.1-теорема толугу менен далилденди.

§ 2.3. РЕАКЦИЯ КЫЛУУЧУ ГАЗДАРДЫН АРАЛАШМАСЫНЫН КОНТАКТТЫК ҮЗҮЛҮҮГӨ ЭЭ БОЛГОН КЫЙМЫЛЫ

2.3.1. Маселенин коюлушу жана негизги жыйынтык. Газдардын реакция кылуучу аралашмасынын бир ченемдүү стационардык эмес агымын баяндоочу теңдемелердин системасы изилденет. Контакттык үзүлүүгө ээ болгон баштапкы берилгендер менен Кошинин маселеси окуп үйрөнүлөт. Мында изделүүчү функциялар убакыттын баштапкы моментинде чексиздикте ар түрдүү пределдерге ээ болушат. Чектүү илешкээктикке ээ болгон агымдын өзгөчөлүгү болуп сокку толкунунун жокугу саналат, б.а. контакттык үзүлүүдөн сырткары, дагы башка күчтүү үзүлүү болушу мүмкүн эмес. Массалык лагранждык координаталарды карайбыз.

Айталы, баштапкы $t=0$ моментинде $-\infty<x<0$ аймагы $\mu_1,\lambda_1,\chi_1,\nu_1$ - тиешелүү түрдө илешкээктик, жылуулук өткөрүмдүүлүк, диффузия коэффициенттерине, магниттик мүнөздөмөлөрүнө жана $p=r_1\rho\theta$ абал теңдемесине ээ болгон газ менен ээленген болсун, δ_{i1} – бул i - компоненттин стандарттык шарттардагы пайда болуу жылуулугу, ал эми $0<x<\infty$ аймагы тиешелүү $\mu_2,\lambda_2,\chi_2,\nu_2,\delta_{i2}$ жана $p=r_2\rho\theta$ мүнөздөмөлөрүнө ээ болгон газ менен ээленген болсун. Бул жерде $\mu_i,\lambda_i,\chi_i,\nu_i,\delta_{ij},r_i\,(i,j=1,2)$ – оң турактуулар.

Төмөндөгүдөй белгилөөлөрдү киргизебиз:

$$\Omega_1=\{x:-\infty<x<0\},\ \ \Omega_2=\{x:0<x<\infty\},\ \ R=\Omega_1\cup\Omega_2,$$

$$\Pi_{it}=\Omega_i\times(0,t),\ \ \Gamma=\{x,t:x=0,t\geq 0\},$$

$$v=\rho^{-1},\ \sigma=\mu\rho u_x-p,\ \ p=r\rho\theta,\ \ \delta=\delta_{i1}-\delta_{i2}\geq 0,\ \ i=1,2,$$

мында $x=0$ – контакттык үзүлүү сызыгы.

Чөйрөнүн $-\infty<x<\infty$ аймагындагы жүрүм-туруму мындайча баяндалат. Газдардын ар бир аралашмасынын кыймылы контакттык үзүлүү сызыгынан сырткары төмөнкү теңдемелер менен аныкталат:

$$\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=0,\ \ v=\frac{1}{\rho},$$

$$\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\chi}{v}\frac{\partial c}{\partial x}\right)-c\,g, \qquad (2.3.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial \sigma}{\partial x},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda}{v}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{v}{v}\theta\frac{\partial c}{\partial x}\right)+\sigma\frac{\partial u}{\partial x}+\delta c g,$$

$x=0$ сызыгында контакттык үзүлүү шарты төмөндөгүдөй көрүнүшкө ээ:

$$[u]=[\theta]=[c]=[\sigma]=\left[\frac{\lambda}{v}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right]=\left[\frac{v}{v}\theta\frac{\partial c}{\partial x}\right]=\left[\frac{\chi}{v}\frac{\partial c}{\partial x}\right]=0,\ (x=0) \tag{2.3.2}$$

мында $\lfloor f\rfloor=f(+0,t)-f(-0,t)$ – бул f функциясынын секириги.

Баштапкы $t=0$ моментинде v, u, θ, c функцияларынын маанилери белгилүү деп божомолдонот:

$$u|_{t=0}=u_0(x),\ \theta|_{t=0}=\theta_0(x),\ c|_{t=0}=c_0(x),\ v|_{t=0}=v_0(x), \tag{2.3.3}$$

болгондо да (v_0,u_0,θ_0,c_0) – $x\neq 0$ болгон учурда жылмакай жана $x=0$болгон учурда (2.3.2) шарттарын канааттандырышат, $0<m_0\leq(v_0(x),\ \theta_0(x))\leq M_0<\infty$, $0<c_0(x)\leq 1$ жана чексиздикте чектүү пределдерге ээ болушат:

$$\begin{aligned}
&\lim_{x\to-\infty}u_0(x)=u_0^1, \quad \lim_{x\to+\infty}u_0(x)=u_0^2, \quad u_0^1<u_0^2,\\
&\lim_{x\to-\infty}v_0(x)=v_0^1, \quad \lim_{x\to+\infty}v_0(x)=v_0^2, \quad v_0^1\neq v_0^2,\\
&\lim_{x\to-\infty}\theta_0(x)=\theta_0^1, \quad \lim_{x\to+\infty}\theta_0(x)=\theta_0^2, \quad \theta_0^1\neq\theta_0^2,\\
&\lim_{x\to-\infty}c_0(x)=c_0^1, \quad \lim_{x\to+\infty}c_0(x)=c_0^2, \quad c_0^1\neq c_0^2.
\end{aligned} \tag{2.3.4}$$

(2.1.4) касиеттерине ээ болгон жана

$$\lfloor\psi\rfloor=\lfloor\varphi\rfloor=\lfloor f\rfloor=\lfloor\gamma\rfloor=0 \quad (x=0) \tag{2.3.5}$$

болгон $\psi(x),\ f(x),\ \gamma(x),\ \varphi(x)$ жардамчы функцияларын киргизебиз.

2.3.1- теорема. *Айталы, (2.3.3) баштапкы берилгендери (2.3.4) шарттарын канааттандырсын жана* $(u_0-f,\ v_0\psi-1,\ \theta_0\varphi-1,\ c_0\gamma-1)\in W_2^1(\Omega_i)\ (i=1,2)$ *болсун. Ошондой эле* $g(\rho,c,\varphi\theta)$ *функциясы өзүнүн аргументтеринин каалагандай компакттуу аймагында оң жана үзгүлтүксүз, ал эми, андан сырткары* $\varphi\theta$ *боюнча,, Липшицтин шартын канааттандырсын жана* $g(\rho,c,1)=0$ *болсун.*

Анда (2.3.1) -(2.3.3) маселесинин убакыт боюнча «бүтүндөй» жалгыз жалпыланган чечими жашайт, болгондо да

$$(v\psi-1)\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega)),\quad \frac{\partial v}{\partial t}\in L_\infty(0,T;L_2(\Omega)),\ \left(\frac{\partial u}{\partial t},\frac{\partial \theta}{\partial t},\frac{\partial c}{\partial t},\right)\in L_2(\Pi_{it}),$$

$$(u-f,\varphi\theta-1,\ c\gamma-1)\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega))\cap L_2(0,T;W_2^2(\Omega)),\ (i=1,2),$$ *болот,*

$0<c(x,t)\le 1$, $\theta(x,t)$, $v(x,t)$ *– такай оң, чектелген функциялар,* $t\in[0,T]$.

2.3.2. Априордук баалоолор. Жалпылыкты чектебестен туруп, (2.3.1) - системадагы бардык оң турактууларды бирге барабар деп кабыл алабыз. (2.3.1) - системанын теңдемелеринен жана маселенин берилгендерине коюлган чектөөлөрдөн $v(x,t)$, $\theta(x,t)$ функциялары терс эмес жана $0<c(x,t)\le 1$ экендиги көрүнүп турат.

$\dfrac{\partial \xi}{\partial x}=\dfrac{1}{\varphi(x)\gamma(x)}$ деп алмаштыруу жүргүзөбүз. Анда теңдемелердин (2.3.1) системасы төмөнкү көрүнүштү алат:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial u}{\partial \xi}=0,\quad v=\frac{1}{\rho},\\
\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma v}\frac{\partial c}{\partial \xi}\right)-c\,g,\\
\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma v}\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)-\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial p}{\partial \xi},\quad p=\frac{\theta}{v},\\
\frac{\partial \theta}{\partial t}=\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma v}\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right)+\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma v}\theta\frac{\partial c}{\partial \xi}\right)-\frac{1}{\varphi\gamma}p\frac{\partial u}{\partial \xi}+\frac{1}{\varphi^2\gamma^2 v}\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)^2+cg.
\end{gathered}\tag{2.3.6}$$

2.3.1- ЛЕММА. Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат

$$U(t)+\int_0^t W(\tau)d\tau\le E=const>0,\quad t\in[0,T]\tag{2.3.7}$$

мында

$$U(t)=\int\left\{\frac{1}{2}(u-f)^2+\frac{1}{2}(c\gamma-1)^2+(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)+(v\psi-\ln v\psi-1)\right\}dx,$$

$$W(t)=\int\left\{\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}+\frac{u_x^2}{v\theta}+\frac{c_x^2}{v}+\frac{\theta}{v}f'+g(c\gamma-1)^2\right\}dx.$$

Далилдөө. (8) – системанын биринчи теңдемесин $\gamma\left(\psi-\frac{1}{v}\right)$ ге, үчүнчүсүн $\varphi\gamma(u-f)$ ке, төртүнчүсүн $\gamma\left(\varphi-\frac{1}{\theta}\right)$ ге көбөйтүп, кошобуз жана $\boldsymbol{R}$ боюнча интегралдайбыз:

$$\frac{d}{dt}\int\left\{\frac{1}{2}\varphi\gamma(u-f)^2+\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)+\gamma(v\psi-\ln v\psi-1)\right\}d\xi+$$
$$+\int\left\{\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}+\frac{u_\xi^2}{v\theta\varphi^2\gamma}+\frac{\theta}{v}f'\right\}d\xi= \tag{2.3.8}$$
$$=\int\frac{\psi}{\varphi}u_\xi d\xi+\int\frac{f'}{v\varphi\gamma}u_\xi d\xi-\int\frac{\theta_\xi\varphi'}{v\theta\varphi^3\gamma}d\xi-\int\frac{c_\xi\theta_\xi}{v\theta\varphi^2\gamma}d\xi+\int cg\gamma\frac{\varphi\theta-1}{\theta}d\xi.$$

$g(\rho,c,\varphi\theta)$ функциясынын $\varphi\theta$ боюнча липшицалдуулугун пайдаланып (2.3.8) дин оң жагындагы акыркы интегралды карайбыз. Калган интегралдар (2.1.7) нин оң жагындагы интегралдарга окшош (2.3.5) ти эсепке алуу менен бааланат.

Төмөнкү барабарсыздыктын орун аларын байкайбыз[16]

$$\frac{(\varphi\theta-1)^2}{\varphi\theta(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)}<K_0. \tag{2.3.9}$$

Анда (2.1.4), (2.3.9) дарды эсепке алуу менен төмөнкүгө ээ болобуз

$$\int cg\gamma\frac{\varphi\theta-1}{\theta}d\xi\le N_1\int\frac{(\varphi\theta-1)^2}{\varphi\theta(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)}\varphi\gamma^2(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)d\xi\le$$
$$\le C\int\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)d\xi.$$

Ошондуктан да, (2.3.8) ден төмөнкү барабарсыздыкты алабыз

$$\frac{d}{dt}\int\left\{\frac{1}{2}\varphi\gamma(u-f)^2+\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)+(f'+\gamma)(v\psi-\ln v\psi-1)\right\}d\xi+$$
$$+\int\left\{\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}+\frac{u_\xi^2}{v\theta\varphi^2\gamma}+\frac{\theta}{v}f'\right\}d\xi\le \tag{2.3.10}$$
$$\le C\left(\left\|\sqrt{\varphi\gamma}(u-f)\right\|^2+1\right)+\left(\delta_1+\frac{1}{2}\right)\int\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}d\xi+\frac{1}{2}\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2\gamma}d\xi+$$
$$+C\left(\int(f'+\gamma)(v\psi-\ln v\psi-1)d\xi+\int\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)d\xi+1\right).$$

(2.3.6) системасынын экинчи теңдемесин $\gamma(c\gamma-1)$ ге көбөйтүп, анан $\boldsymbol{R}$ боюнча интегралдайбыз.

$$\frac{d}{dt}\int\frac{1}{2}(c\gamma-1)^2 d\xi+\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi+\int g(c\gamma-1)^2 d\xi=$$

$$=-\int\frac{c_\xi c\gamma'}{v\varphi^2\gamma}d\xi+\int\frac{c_\xi c\varphi'}{v\varphi^3}d\xi-\int\frac{c_\xi\varphi'}{v\varphi^3\gamma}d\xi-\int g(c\gamma-1)d\xi. \qquad (2.3.11)$$

(2.3.11) дин оң жагындагы биринчи үч интеграл (2.1.7) нин оң жагындагы интегралдарга окшош (2.3.5) ти эсепке алуу менен бааланышат. Акыркы интегралды баалоо үчүн R сан огун $\Omega_i(t),\ i=\overline{1,3}$ аймактарына ажыратабыз:

$$\Omega_1(t)=\{x\in R:\ \varphi(x)\theta(x,t)>C_0\},\quad C_0=const>1,$$

$$\Omega_2(t)=\{x\in R:\ \varphi(x)\theta(x,t)\le C_0,\ \varphi(x)\theta(x,t)\ne 1\},\ \Omega_3(t)=\{x\in R:\ \varphi(x)\theta(x,t)=1\}.$$

$\Omega_1(t)$ да $\dfrac{\varphi\theta-1}{\varphi\theta-ln\varphi\theta-1}<C_6$, ал эми $\Omega_2(t)$ да $\dfrac{|\varphi\theta-1|}{\sqrt{\varphi\theta-ln\varphi\theta-1}}<C_7$ экендиги белгилүү [27].

Анда (2.1.4) тү жана $g(\rho,c,\varphi\theta)$ функциясынын $\varphi\theta$ боюнча липшицалуулугун эсепке алуу менен төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\int g(c\gamma-1)d\xi\le N_1\int|\varphi\theta-1|(c\gamma-1)d\xi\le N_1\int_{\Omega_1(t)}(\varphi\theta-ln\varphi\theta-1)\frac{\varphi\theta-1}{\varphi\theta-ln\varphi\theta-1}(c\gamma+1)d\xi+$$

$$+N_1\int_{\Omega_2(t)}\sqrt{\varphi\theta-ln\varphi\theta-1}\frac{|\varphi\theta-1|}{\sqrt{\varphi\theta-ln\varphi\theta-1}}|c\gamma-1|\,d\xi\le$$

$$\le C\left(\int\gamma(\varphi\theta-ln\varphi\theta-1)d\xi+\frac{1}{2}\int(c\gamma-1)^2 d\xi\right).$$

Жыйынтыгында, (2.3.11) ден төмөнкү барабарсыздыкты алабыз

$$\frac{d}{dt}\int\frac{1}{2}(c\gamma-1)^2 d\xi+\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi+\int g(c\gamma-1)^2 d\xi\le$$

$$\le C\left(\int\frac{1}{2}(c\gamma-1)^2 d\xi+\int\gamma(\varphi\theta-ln\varphi\theta-1)d\xi+\int f'(v\psi-lnv\psi-1)d\xi\right) \qquad (2.3.12)$$

(2.3.10) ду (2.3.12) менен кошобуз.

$$\frac{d}{dt}\int\left\{\frac{1}{2}\varphi\gamma(u-f)^2+\frac{1}{2}(c\gamma-1)^2+\gamma(\varphi\theta-ln\varphi\theta-1)+(f'+\gamma)(v\psi-lnv\psi-1)\right\}d\xi+$$

$$+\int\left\{\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}+\frac{u_\xi^2}{v\theta\varphi\gamma}+\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}+\frac{\theta}{v}f'+g(c\gamma-1)^2\right\}d\xi\le$$

$$\leq\left(\delta_1+\frac{1}{2}\right)\int\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}d\xi+\left(\delta_2+\delta_3+\delta_4+\frac{1}{2}\right)\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi^2}d\xi+C\left(\frac{1}{2}\left\|\sqrt{\varphi}(u-f)\right\|^2+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\|c\gamma-1\|^2+\int\left(f'+\gamma\right)\left(v\psi-\ln v\psi-1\right)d\xi+\int\gamma\left(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1\right)d\xi+1\right).$$

Каалагандай алынган $\delta_i>0$ ду $\sum_{i=1}^{4}\delta_i<\frac{1}{2}$ боло тургандай кылып тандайбыз. Алынган барабарсыздыкты t боюнча интегралдайбыз жана Гронуолланын леммасын колдонобуз. Баштапкы x өзгөрүлмөлөрүнө кайтып (2.1.4) тү эсепке алуу менен (2.3.7) ни алабыз.

Жалпыланган чечимдин жашашын далилдөө үчүн зарыл болгон априордук баалоолор жана анын жалгыздыгы 2.1. -параграфтагыга окшош келтирилип чыгарылат.

2.3.1-теорема далилденди.

§ 2.4. РЕАКЦИЯ КЫЛУУЧУ ГАЗДАРДЫН АРАЛАШМАСЫНЫН КУБУЛГАН ТЕҢДЕМЕЛЕРИ ҮЧҮН КОШИНИН МАСЕЛЕСИ

2.4.1. Маселенин коюлушу жана негизги натыйжа. Лагранж координаттарында газдардын реакция кылуучу аралашмаларынын бир өлчөмдүү агымы үчүн теңдемелердин системасы төмөнкүдөй көрүнүштө болот:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=0,\quad v=\frac{\rho^0}{\rho},\\
&\rho^0\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\chi}{v}\frac{\partial c}{\partial x}\right)-\rho^0 c\,g,\\
&\rho^0\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{v}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial p}{\partial x},\quad p=k\rho^0\frac{\theta}{v},\qquad\qquad (2.4.1)\\
&\rho^0\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_1}{v}\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda_2}{v}\theta\frac{\partial c}{\partial x}\right)-p\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\mu}{v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\delta\rho^0 c\,g.
\end{aligned}$$

Убакыттын $t=0$ башталыш моментинде чөйрөнүн бардык мүнөздөмөлөрү белгилүү:

$$u|_{t=0}=u^0(x),\theta|_{t=0}=\theta^0(x),\rho|_{t=0}=\rho^0(x),c|_{t=0}=c^0(x),v|_{t=0}=1,\ |x|<\infty,\qquad (2.4.2)$$

мында $0<c^0(x)\le 1$, $(\rho^0, u^0, \theta^0, c^0)$ – үзгүлтүксүз, (ρ^0, θ^0) – чектелген функциялар, $0<m_0\le\theta^0(x)\le M_0<\infty$, $0<\rho^0(x)\le C_0$, жана чексиздикте чектүү пределге ээ:

$$
\begin{aligned}
&\lim_{x\to-\infty}\rho^0(x)=\rho_1^0, \quad \lim_{x\to+\infty}\rho^0(x)=0,\\
&\lim_{x\to-\infty}u^0(x)=u_1^0, \quad \lim_{x\to+\infty}u^0(x)=u_2^0, \quad u_1^0<u_2^0,\\
&\lim_{x\to-\infty}\theta^0(x)=\theta_1^0, \quad \lim_{x\to+\infty}\theta^0(x)=\theta_2^0, \quad \theta_1^0\ne\theta_2^0,\\
&\lim_{x\to-\infty}c^0(x)=c_1^0, \quad \lim_{x\to+\infty}c^0(x)=H_2^0, \quad c_1^0\ne c_2^0.
\end{aligned}
\tag{2.4.3}
$$

Төмөнкүдөй касиеттерге ээ болгон жардамчы $f(x), \varphi(x), \gamma(x)$ функцияларды кийиребиз:

$$|f(x)|<C_1<\infty, \ \lim_{x\to-\infty}f(x)=u_0^1, \ \lim_{x\to+\infty}f(x)=u_0^2,$$

$$0<f'(x)\le C_2, f'(x)\in W_2^1(R), f'(x)\in L_1(R), \ f'(x)\le C_3\sqrt{\rho^0(x)}, \ \frac{f''}{\sqrt{\rho^0(x)}}\in L_2(R),$$

$$
\begin{aligned}
&0<C_4^{-1}<\varphi(x)<C_4, \quad \lim_{|x|\to\infty}\theta_0(x)\varphi(x)=1, \quad \varphi'(x)\in W_2^1(R),\\
&1\le\gamma(x)<C_5<\infty, \quad \lim_{|x|\to\infty}c_0(x)\gamma(x)=1, \quad \gamma'(x)\in W_2^1(R).
\end{aligned}
\tag{2.4.4}
$$

Бул жердеги $f(x), \varphi(x)$ функциялары төмөнкү барабарсыздыктар менен байланышкан:

$$|\varphi'(x)|<\delta f'(x), \quad 0<\delta<1.$$

2.4.1-ТЕОРЕМА. *Айталы (2.4.2) баштапкы берилгендер (2.4.3) шарттарын жана төмөнкү шарттарды канааттандырышсын*

$$(u_0-f, \ v_0-1, \ \theta_0\varphi-1, \ c_0\gamma-1)\in W_2^1(R), \rho^0(x)\in L_1(0;\infty), \ \frac{\rho_x^0}{\rho^0}\in L_2(R),$$

$g(\rho, c, \varphi\theta)$ *– функциясы оң жана өзүнүн аргументтеринин каалагандай компакттуу аймагында үзгүлтүксүз, андан тышкары* $(\varphi\theta)^{1/2}$ *боюнча Липшицтин шартын канааттандырсын жана* $g(\rho, c, 1)=0$ *болсун.*

Анда каалагандай чектүү $T, \ 0<T<\infty$ *бийиктиктигине ээ болгон* $\Pi=R\times(0,T)$ *тилкесинде (2.1.1), (2.1.2) маселенин жалгыз жалпыланган чечими жашайт, жана*

$$\left(\sqrt{\rho^0}(u-f),\rho^{0\,3/2}(\varphi\theta-1),\sqrt{\rho^0}(c\gamma-1),\sqrt{\rho^0}u_x,v_x,\rho^{0\,3/2}\theta_x,c_x\right)\in L_\infty\left(0,T;L_2(R)\right),$$

$$\left(\sqrt{\rho^0}u_t,\left(\rho^0\right)^{3/2}\theta_t,\sqrt{\rho^0}c_t,u_{xx},c_{xx},\rho^0\theta_x,\rho^0\theta_{xx}\right)\in L_2(\Pi),\quad \Pi=R\times(0,T),$$

болот, $0<c(x,t)\le 1,\ v(x,t),\ \theta(x,t)$ *– такай оң функциялар,* $\rho^{0\,2}(x)\theta(x,t),\ v(x,t)$ *– чектелген функциялар.*

2.4.2. Априордук баалоолор. Жалпылыкты бузбастан туруп, жөнөкөйлүк үчүн, бардык физикалык турактууларды бирге барабар деп алабыз.

$$\frac{\partial\xi}{\partial x}=\frac{1}{\varphi(x)\gamma(x)}$$ деп алып алмаштыруу жасайбыз.

Анда (2.4.1) теңдемелердин системасы төмөнкү көрүнүшкө келет:

$$\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial u}{\partial\xi}=0,\quad v=\frac{\rho^0}{\rho},$$

$$\rho^0\frac{\partial c}{\partial t}=\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma v}\frac{\partial c}{\partial\xi}\right)-\rho^0 c\,g,$$

$$\rho^0\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma v}\frac{\partial u}{\partial\xi}\right)-\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial p}{\partial\xi},\quad p=\rho^0\frac{\theta}{v},\tag{2.4.5}$$

$$\rho^0\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{1}{\varphi\gamma v}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\right)+\frac{1}{\varphi\gamma}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{\theta}{\varphi\gamma v}\frac{\partial c}{\partial\xi}\right)-\frac{p}{\varphi\gamma}\frac{\partial u}{\partial\xi}+$$

$$+\frac{1}{\varphi^2\gamma^2 v}\left(\frac{\partial u}{\partial\xi}\right)^2+\rho^0 c g.$$

2.4.1- ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат*

$$U(t)+\int_0^t W(\tau)d\tau\le E=const>0,\quad t\in[0,T]\tag{2.4.6}$$

мында $U(t)=\int\left\{\frac{\rho^0}{2}(u-f)^2+\frac{\rho^0}{2}(c\gamma-1)^2+\rho^0(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)+\rho^0(v-\ln v-1)\right\}dx,$

$$W(t)=\int\left\{\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}+\frac{u_x^2}{v\theta}+\frac{c_x^2}{v}+\rho^0\frac{\theta}{v}f'+\rho^0 g(c\gamma-1)^2\right\}dx.$$

Далилдөө. (2.4.5) системасынын биринчи теңдемесин $\rho^0\gamma\left(1-\frac{1}{v}\right)$ ге, экинчисин $\varphi\gamma(c\gamma-1)$ ге, үчүнчүсүн $\varphi\gamma(u-f)$ ге, төртүнчүсүн $\gamma\left(\varphi-\frac{1}{\theta}\right)$ ге көбөйтүп, баарын кошобуз жана R боюнча интегралдайбыз:

$$\frac{d}{dt}\int\rho^0\left\{\frac{1}{2}\varphi\gamma(u-f)^2+\frac{1}{2}\varphi(c\gamma-1)^2+\gamma(\varphi\theta-ln\varphi\theta-1)+\gamma(v-lnv-1)\right\}d\xi+$$

$$+\int\left\{\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}+\frac{u_\xi^2}{v\theta\varphi^2\gamma}+\frac{c_\xi^2}{v\varphi}+\rho^0\frac{\theta}{v}f'+\rho^0 g\varphi(c\gamma-1)^2\right\}d\xi= \quad (1.4.7)$$

$$=\int\frac{\rho^0}{\varphi}u_\xi d\xi+\int\frac{f'}{v\varphi\gamma}u_\xi d\xi-\int\frac{\theta_\xi\varphi'}{v\theta\varphi^3\gamma}d\xi-\int\frac{c_\xi c\,\gamma'}{v\varphi\gamma}d\xi-$$

$$-\int\frac{c_\xi\theta_\xi}{v\theta\varphi^2\gamma}d\xi-\int\frac{c_\xi\varphi'}{v\varphi^3\gamma}d\xi-\int\rho^0 g\varphi(c\gamma-1)d\xi+\int\rho^0 cg\gamma\frac{\varphi\theta-1}{\theta}d\xi=\sum_{k=1}^{8}I_k\,.$$

Бөлүктөп интегралдоону, Юнгдун, Кошинин, Гельдердин, камтылуу барабарсыздыктарын жана (2.4.4) тү колдонуп, ар бир I_k ны баалайбыз.

$$I_1=\int\frac{\rho^0}{\varphi}(u-f)_\xi d\xi+\int\frac{\rho^0}{\varphi}f'd\xi=$$

$$=-\int\rho^0(u-f)\left(\frac{\rho_\xi^0}{\rho^0\varphi}-\frac{\varphi'}{\varphi^2}\right)d\xi+\int\frac{\rho^0}{\varphi}f'd\xi\le C\left(\left\|\sqrt{\rho^0\varphi}\,(u-f)\right\|^2+1\right).$$

$$I_2=\int f'\frac{\partial lnv}{\partial t}d\xi=-\int f'\frac{\partial}{\partial t}(v-lnv-1)d\xi+\int f'\frac{\partial v}{\partial t}d\xi=$$

$$=-\frac{d}{dt}\int f'(v-lnv-1)d\xi+\int\frac{f'}{\varphi\gamma}u_\xi d\xi=-\frac{d}{dt}\int f'(v-lnv-1)d\xi+$$

$$+\int\sqrt{\rho^0}(u-f)\left(\frac{f''\psi}{\sqrt{\rho^0}\varphi\gamma}-\frac{f'\varphi'}{\sqrt{\rho^0}\varphi^2\gamma}-\frac{f'\gamma'}{\sqrt{\rho^0}\varphi\gamma^2}\right)d\xi+\int\frac{(f')^2}{\varphi\gamma}d\xi\le$$

$$\le-\frac{d}{dt}\int f'(v-lnv-1)d\xi+C\left(\left\|\sqrt{\rho^0\varphi}\,(u-f)\right\|^2+1\right).$$

Калган $I_k\ k=\overline{3,8}$ лар (2.1.7) нин оң жагындагы интегралдар баалангандай бааланат.

Алынган баалоолорду (2.4.7) ге алып барып коебуз:

$$\frac{d}{dt}\int\rho^0\left\{\frac{1}{2}\varphi\gamma(u-f)^2+\frac{1}{2}\varphi(c\gamma-1)^2+\gamma(\varphi\theta-ln\varphi\theta-1)+\gamma(v-lnv-1)\right\}d\xi+$$

$$+\int\left\{\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}+\frac{u_\xi^2}{v\theta\varphi^2\gamma}+\frac{c_\xi^2}{v\varphi}+\rho^0\frac{\theta}{v}f'+\rho^0 g\varphi(c\gamma-1)^2\right\}d\xi\le$$

$$\le C\left(\left\|\sqrt{\rho^0\varphi}\,(u-f)\right\|^2+1\right)+\left(\delta_1+\frac{1}{2}\right)\int\frac{\theta_\xi^2}{v\theta^2\varphi^2\gamma}d\xi+\left(\delta_2+\delta_3+\delta_4+\frac{1}{2}\right)\int\frac{c_\xi^2}{v\varphi}d\xi+$$

$$+C\left(\int\rho^0\gamma(v-\ln v-1)d\xi+\int\rho^0\gamma(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)d\xi+\int\rho^0\varphi(c\gamma-1)^2d\xi+1\right).$$

Каалагандай туруктуу $\delta_i>0$ ларды $\sum_{i=1}^{4}\delta_i<\frac{1}{2}$ барабарсыздыгы орун ала тургандай тандап алабыз. Келип чыккан барабарсыздыкты убакыт боюнча интегралдайбыз жана Гронуолланын леммасын колдонобуз. Алгачкы өзгөрүлмөлөргө кайтып, (2.4.4) тү эске алуу менен (2.4.6) баалоосун алабыз. Лемма далилденди.

(2.1.14) кө окшош түрдө (2.4.1) системасынын биринчи жана үчүнчү теңдемелеринен изделүүчү функциялардын ортосундагы жардамчы катышты алабыз:

$$v(x,t)=I^{-1}(t)B^{-1}(x,t)\left[1+\int_0^t\rho^0(x)\theta(x,\tau)I(\tau)B(x,\tau)d\tau\right], \tag{2.4.8}$$

мында

$$I(t)=\frac{1}{v(x_0,t)}\exp\left\{\int_0^t\rho^0\frac{\theta}{v}(x_0,\tau)d\tau\right\},\qquad B(x,t)=\exp\left\{\int_{x_0}^{x}\rho^0(\xi)\left(u^0(\xi)-u(\xi,t)\right)d\xi\right\},$$

$x_0=x_0(t)$, $x-$сандык окто эрктүү тандалып алынган чекиттер.

2.1.3 бөлүмүндөгүгө окшош R сан огун жана тиешелүү түрдө Π тилкесин чектүү кесиндилерге жана тик бурчтуктарга бөлөбүз:

$$R=\bigcup_{N=-\infty}^{\infty}\Omega_N,\quad \Pi=\bigcup_{N=-\infty}^{\infty}Q_N,$$

$$\Omega_N=\{x|\,N<x<N+1\},\ Q_N=\Omega_N\times(0,T),\ N=0,\pm1,\pm2,\ldots$$

2.4.2-ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылганда төмөнкү баалар орун алат:*

$$0<K_4^{-1}\le B(x,t)\le K_4,\quad 0<K_5^{-1}\le I(t)\le K_5,\ \forall(x,t)\in\Pi.$$

Далилдөө:

(2.4.6) дан төмөнкү баалоолорду алабыз [15]:

$$\int_N^{N+1} \rho^0(x)v(x,t)\,dx \le C_6, \quad \int_N^{N+1} \rho^0(x)\theta(x,t)\,dx \le C_7, \quad \forall t \in [0,T]. \qquad (2.4.9)$$

Мындан (2.4.8) негизинде талап кылынган балоону алабыз

2.4.3-ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат:*

$$m_v(t) \ge N_2, \quad \forall t \in [0,T]$$

Далилдөөсүн 2.4.2 леммадагы баалоолорду эске алуу менен (2.4.8) - көрүнүштөн алабыз. Лемма далилденди.

2.4.4-ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылганда төмөнкү баалоо орун алат:*

$$M_v(t) \le N_3 \quad \forall\, t \in [0,T].$$

Далилдөө. Төмөнкү баалоо орун алат, [15]:

$$M_{\rho^0\theta}(t) \le C_\varepsilon A(t) M_v(t) + C, \quad \text{где} \quad A(t) = \int \frac{\theta_x^2}{v\theta^2}\,dx. \qquad (2.4.10)$$

2.4.2 лемманы жана (2.4.10) ду эске алып, (2.4.8) ден төмөнкү барабарсыздыкты алабыз

$$M_v(t) \le C\left[1 + \int_0^t A(\tau) M_v(\tau)\,d\tau\right].$$

Бул барабарсыздыкка Гронуолланын леммасын колдонобуз. (2.4.6) баалоосун эске алуу менен, салыштырма көлөмдүн жогору жагынан чектелгендигин алабыз. Лемма далилденди.

(2.4.6) ны жана 2.4.4 лемманын жыйынтыктарын пайдаланып, (2.4.10) дон төмөнкү баалоону табабыз:

$$\int_0^t M_{\rho^0\theta}(t)\,dt \le K_6, \quad \forall t \in [0,T]. \qquad (2.4.11)$$

(2.4.1) системасынын экинчи теңдемесин $\dfrac{1}{\rho^0}\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{1}{v}c_x\right)$ ке көбөйтүп, кийин $\boldsymbol{R}$ боюнча интегралдайбыз. Бөлүктөп интегралдоону колдонуп, төмөнкүнү алабыз:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int \frac{c_x^2}{v}\,dx + \int \frac{1}{\rho^0}\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2 dx = -\frac{1}{2}\int \frac{c_x^2}{v^2}u_x\,dx + \int cg\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x dx = I_1 + I_2. \qquad (2.4.12)$$

(2.1.18) дин оң жагын баалагандай эле, Гельдердин, Юнгдун, Кошинин, камтылуу, (2.4.4), (2.4.6), (2.1.9) барабарсыздыктарын, теореманын шарттарын колдонуп, (2.4.12) түн оң жагындагы интегралдарды баалайбыз.

$$I_1 \le C\max_{x\in R}\left|\frac{1}{v}c_x\right|\left(\int\frac{1}{\rho^0}\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2 dx\right)^{1/2}\left(\int\rho^0(u-f)^2dx\right)^{1/2} - \frac{1}{2}\int\frac{c_x^2}{v^2}f'dx \le$$

$$\le C\left(\int\left(\frac{1}{v}c_x\right)^2dx\right)^{1/4}\left(\int\frac{1}{\rho^0}\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2dx\right)^{3/4} + C\int\frac{c_x^2}{v}dx \le \delta_1\int\frac{1}{\rho^0}\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2dx + C\int\frac{c_x^2}{v}dx.$$

$$I_2 \le N_1\int\frac{\left|(\varphi\theta)^{1/2}-1\right|}{\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}}\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x dx \le$$

$$\le C\left(\int\rho^0(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{1}{\rho^0}\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2dx\right)^{1/2} \le \delta_2\int\frac{1}{\rho^0}\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2dx + C.$$

$\delta_1+\delta_2<1$ тандайбыз. (2.4.6) ны эске алып (2.4.12) ни t боюнча интегралдайбыз:

$$\int\frac{c_x^2}{v}dx + \int_0^t\int\frac{1}{\rho^0}\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x^2dxd\tau \le N_4,\quad \forall t\in[0,T]. \qquad (2.4.13)$$

(2.4.1) системанын үчүнчү теңдемесин $(u-f)$ ге көбөйтөбүз жана R боюнча интегралдайбыз:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int\rho^0(u-f)^2dx + \int\left\{\frac{u_x^2}{v} + \rho^0\frac{\theta}{v}f'\right\}dx = \int\frac{1}{v}u_xf'dx + \int\rho^0\frac{\theta}{v}u_xdx. \qquad (2.4.14)$$

(2.1.21) ни келтирип чыгаруудагыдай эле ой жүгүртүү менен, Кошинин барабарсыздыгын, (2.4.4), (2.4.6), (2.1.9) баалоолорду, теореманын шарттарын, салыштырма көлөмдүн чектелгендигин пайдаланып (2.4.14) түн оң жагындагы интегралдарды баалайбыз.

$$\left|\int\frac{1}{v}u_xf'dx\right| \le \varepsilon_1\int\frac{1}{v}u_x^2dx + C,\quad 0<\varepsilon_1<\frac{1}{2}.$$

$$\int\rho^0\frac{\theta}{v}u_xdx = \int\rho^0\frac{\varphi\theta-1}{\varphi v}u_xdx + \int\frac{\rho^0}{\varphi v}u_xdx =$$

$$= \int\rho^0\frac{\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)\left((\varphi\theta)^{1/2}+1\right)}{\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}}\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}\,\frac{u_x}{\varphi v}dx -$$

$$-\frac{d}{dt}\int\frac{\rho^0}{\varphi}(v-\ln v-1)dx-\int\rho^0(u-f)\left(\frac{\rho^0_x}{\rho^0\varphi}-\frac{\varphi'}{\varphi^2}\right)dx+\int\frac{\rho^0}{\varphi}f'dx.$$

Анда,

$$\left|\int\rho^0\frac{\theta}{v}u_x dx\right|\le CM^{1/2}_{\rho\theta}\left(\int\frac{u_x^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int\rho^0(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1)dx\right)^{1/2}-$$

$$-\frac{d}{dt}\int\frac{\rho^0}{\varphi}(v-\ln v-1)dx+C\left(\int\rho^0(u-f)^2dx\right)^{1/2}+C\le$$

$$\le-\frac{d}{dt}\int\frac{\rho^0}{\varphi}(v-\ln v-1)dx+\varepsilon_2\int\frac{u_x^2}{v}dx+C\left(M_{\rho\theta}(t)+1\right),\quad 0<\varepsilon_2<\frac{1}{2}.$$

(2.4.14) төн (2.4.6), (2.4.11) лерди жана 2.4.4 лемманы эске алып t боюнча интегралдап, төмөнкү баалоону алабыз:

$$\int_0^t\|u_x(t)\|^2d\tau\le N_5,\quad \forall t\in[0,T]. \tag{2.4.15}$$

2.4.5-ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат:*

$$\int_0^T\int\left\{\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}+\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}\right\}dxdt\le K_7. \tag{2.4.16}$$

Далилдөө. (2.4.1) системасынын жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесин $\left(\frac{\varphi^{1/2}}{\theta^{1/2}}-\frac{1}{\theta}\right)$ ке көбөйтүп, анан R боюнча интегралдайбыз:

$$\int\left\{\frac{1}{2}\frac{\varphi^{1/2}\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}+\frac{\varphi^{1/2}u_x^2}{v\theta^{1/2}}\right\}dx=2\frac{d}{dt}\int\rho^0\left((\varphi\theta)^{1/2}-\ln(\varphi\theta)^{1/2}-1\right)dx+$$

$$+\int\left\{\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}+\frac{u_x^2}{v\theta}\right\}dx+\frac{1}{2}\int\frac{\theta_x\varphi'}{v\varphi^{1/2}\theta^{1/2}}dx-\frac{1}{2}\int\frac{\theta^{1/2}c_x\varphi'}{v\varphi^{1/2}}dx+\frac{1}{2}\int\frac{\theta_x c_x\varphi^{1/2}}{v\theta^{1/2}}dx+$$

$$+\int\frac{\theta_x c_x}{v\theta}dx+\int\rho^0\frac{(\varphi\theta)^{1/2}-1}{v}u_x dx+\int\rho^0 cg\frac{(\varphi\theta)^{1/2}-1}{v\theta}dx=\sum_{k=1}^{8}J_k. \tag{2.4.17}$$

Кошинин, Юнгдун, камтылуу барабарсыздыктарын, $g(\rho,c,\varphi\theta)$ функциянын $(\varphi\theta)^{1/2}$ боюнча липшицтүүлүгүн, (2.4.4), (2.4.6), (2.1.8), (2.1.9), (2.4.13) катыштарды жана салыштырма көлөмдүн чектелгендигин эске алуу менен (2.4.17)түн оң жагындагы интегралдарды баалайбыз

$$J_3=\frac{1}{2}\int\frac{\theta_x\varphi'}{v\theta^{1/2}\varphi^{1/2}}dx=\frac{1}{2}\int\frac{\theta_x\varphi'\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)}{v\theta\varphi}dx+\frac{1}{2}\int\frac{\theta_x\varphi'}{v\theta\varphi}dx=$$

$$=\frac{1}{2}\int\frac{\theta_x\varphi'\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)}{v\theta\varphi\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}}\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}\,dx+\frac{1}{2}\int\frac{\theta_x\varphi'}{v\theta\varphi}dx\le$$

$$\le C\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\left(\int\varphi'^2\left(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1\right)dx\right)^{1/2}+\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\left(\int\varphi'^2dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le C\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\left(\int\rho^0\left(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1\right)dx\right)^{1/2}+C\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\le C\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx+1\right).$$

$$J_4=-\frac{1}{2}\int\frac{\theta^{1/2}c_x\varphi'}{v\varphi^{1/2}}dx=-\frac{1}{2}\int\frac{c_x\varphi'\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)}{v\varphi}dx-\frac{1}{2}\int\frac{c_x\varphi'}{v\varphi}dx=$$

$$=-\frac{1}{2}\int\frac{c_x\varphi'\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)}{v\varphi\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}}\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}\,dx+\frac{1}{2}\int\frac{c_x\varphi'}{v\varphi}dx\le$$

$$\le C\left(\int\frac{c_x^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int\rho^0\left(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1\right)dx\right)^{1/2}+\left(\int\frac{c_x^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int\varphi'^2dx\right)^{1/2}\le C.$$

$$J_5=\frac{1}{2}\int\frac{\theta_xc_x\varphi^{1/2}}{v\theta^{1/2}}=\int\frac{\left(\theta^{1/2}\right)_xc_x\varphi^{1/2}}{v}dx=\int\frac{\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)_xc_x}{v}dx-\frac{1}{2}\int\frac{\theta^{1/2}c_x\varphi'}{v\varphi^{1/2}}dx=$$

$$=-\int\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x dx+J_4=-\frac{1}{2}\int\frac{\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)}{\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}}\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x dx+J_4\le$$

$$\le C\left(\int\frac{1}{\rho^0}\left(\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x\right)^2dx\right)^{1/2}\left(\int\rho^0\left(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1\right)dx\right)^{1/2}+C\le C\left(\int\frac{1}{\rho^0}\left(\left(\frac{1}{v}c_x\right)_x\right)^2dx+1\right).$$

$$J_6=\int\frac{\theta_xc_x}{v\theta}dx\le C\left(\int\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx+1\right).$$

$$J_7=\int\rho^0\frac{(\varphi\theta)^{1/2}-1}{v}u_xdx=\frac{1}{2}\int\rho^0\frac{u_x\left((\varphi\theta)^{1/2}-1\right)}{v\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}}\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}\,dx\le,$$

$$\le C\left(\int u_x^2dx\right)^{1/2}\left(\int\rho^0\left(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1\right)dx\right)^{1/2}\le C\left(\|u_x\|^2+1\right).$$

$$J_8=\int\rho^0cg\frac{(\varphi\theta)^{1/2}-1}{v\theta}dx\le C\int\left(\frac{(\varphi\theta)^{1/2}-1}{(\varphi\theta)^{1/2}\sqrt{\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1}}\right)^2\rho^0\left(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1\right)dx\le C.$$

Төмөнкү барабарсыздык орун алат [25]

$$\int\rho^0\left((\varphi\theta)^{1/2}-\ln(\varphi\theta)^{1/2}-1\right)dx\le C\int\rho^0\left(\varphi\theta-\ln\varphi\theta-1\right)dx.$$

(2.4.6), (2.4.13), (2.4.15) баалоолорду эске алуу менен (2.4.17) ден алынган барабарсыздыкты t боюнча интегралдайбыз. Кээ бир өзгөртүп түзүүлөрдөн кийин (2.4.16) баалоосун алабыз. Лемма далилденди.

2.4.6- Лемма. *Теореманын шарттары аткарылганда төмөнкү баалоо орун алат* $\max\limits_{0\le t\le T}\|v_x(t)\|\le N_6$.

Далилдөө. (2.4.1) системанын үчүнчү

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \ln v}{\partial x}\right)=\frac{\partial \rho^0 (u-f)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho^0\frac{\theta}{v}\right)$$

теңдемесин $(\ln v)_x$ ке көбөйтөбүз жана R боюнча интегралдайбыз:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int(\ln v)_x^2\,dx+\int\rho^0\frac{\theta}{v}(\ln v)_x^2\,dx=\frac{d}{dt}\int\rho^0(u-f)(\ln v)_x dx+\int\frac{\rho^0}{v}u_x^2\,dx- \tag{2.4.18}$$

$$-\int\frac{\rho^0}{v}u_x f'\,dx+\int\rho_x^0(u-f)\frac{u_x}{v}dx+\int\frac{\theta}{v}\rho_x^0(\ln v)_x dx+\int\frac{\rho^0}{v}\theta_x(\ln v)_x dx=\sum_1^6 I_k\,.$$

Гельдердин, Юнгдун, Кошинин, камтылуу барабарсыздыктарын, 2.4.3 – 2.4.5 леммалардын натыйжаларын, (2.4.4), (2.4.6), (2.4.9) катыштарды эске алып (2.4.18) дин оң жагындагы интегралдарды баалайбыз

$$I_2\le\left|\int\frac{\rho^0}{v}u_x^2\,dx\right|\le C\|u_x(t)\|^2.$$

$$I_3\le\left|\int\frac{\rho^0}{v}u_x f'\,dx\right|\le C\left(\int u_x^2dx\right)^{1/2}\left(\int(f')^2dx\right)^{1/2}\le C\left(\|u_x(t)\|^2+1\right).$$

$$I_4\le\left|\int\rho_x^0(u-f)\frac{u_x}{v}dx\right|\le CM_{\sqrt{\rho^0}|u-f|}(t)\left(\int u_x^2dx\right)^{1/2}\left(\int\left(\frac{\rho_x^0}{\rho^0}\right)^2dx\right)^{1/2}\le C\left(\|u_x(t)\|^2+1\right),$$

анткени

$$\max_{x\in\Omega_N}\sqrt{\rho^0}|u-f|\le C+\int_N^{N+1}\left\{\left|\frac{1}{2}\frac{\rho_x^0}{\sqrt{\rho^0}}(u-f)\right|+\left|\sqrt{\rho^0}\,u_x\right|+\left|\sqrt{\rho^0}\,f'\right|\right\}dx\le C\left(1+\|u_x\|\right).$$

$$I_5\le\left|\int\frac{\theta}{v}\rho_x^0(\ln v)_x dx\right|\le C\left(\int\left(\frac{\rho_x^0}{\rho^0}\right)^2dx\right)^{1/2}\left(\int\rho^0\frac{\theta}{v}(\ln v)_x^2dx\right)^{1/2}M_{\rho^0\theta}^{1/2}(t)\le$$

$$\le\varepsilon\int\rho^0\frac{\theta}{v}(\ln v)_x^2dx+CM_{\rho^0\theta}(t),\quad 0<\varepsilon<1.$$

$$I_6 \le \left| \int \frac{\rho^0}{v} \theta_x (\ln v)_x dx \right| \le C\left(\int \frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}} dx \right)^{1/2} \left(\int (\ln v)_x^2 dx \right)^{1/2} M_{\rho^0\theta}^{3/4}(t) \le$$

$$\le C\left(\int \frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}} dx \right)^{1/2} \|(\ln v)_x\| \left(1 + M_{\rho^0\theta}^{1/2}(t) + \left(\int \frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}} dx \right)^{1/2} \right) \le$$

$$\le C\left(\int \frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}} dx \left(\|(\ln v)_x\|^2 + 1 \right) + M_{\rho^0\theta}(t) + 1 \right),$$

анткени

$$\max_{x\in\Omega_N} \left(\rho^0\theta\right)^{3/4} \le C + \frac{3}{4} \int_N^{N+1} \left| \frac{\rho_x^0}{\left(\rho^0\right)^{1/4}} \theta^{3/4} + \frac{\theta_x}{\theta^{1/4}} \left(\rho^0\right)^{3/4} \right| dx \le$$

$$\le C + \left(\int_N^{N+1} \left(\frac{\rho_x^0}{\rho^0} \right)^2 dx \right)^{1/2} \left(\int_N^{N+1} \rho^0 \theta dx \right)^{1/2} \max_{x\in\Omega_N} \left(\rho^0\theta\right)^{1/4} +$$

$$+ \left(\int_N^{N+1} \frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}} dx \right)^{1/2} \left(\int_N^{N+1} \left(\rho^0\right)^{3/2} \theta v dx \right)^{1/2} \le C\left[1 + M_{\rho^0\theta}^{1/2}(t) + \left(\int \frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}} dx \right)^{1/2} \right].$$

(2.4.18) ден алынган барабарсыздыкты t боюнча интегралдайбыз.

$$\|(\ln v)_x\|^2 + \int_0^t \int \rho^0 \frac{\theta}{v} (\ln v)_x^2 dx d\tau \le$$

$$\le C \int \frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}} dx \left(\|(\ln v)_x\|^2 + 1 \right) + C\left(M_{\rho^0\theta}(t) + \|u_x(t)\|^2 + 1 \right).$$

(2.4.11), (2.4.15), (2.4.16) баалоолорду эске алып, Гронуолланын леммасын колдонуп, төмөнкүнү алабыз

$$\|(\ln v)_x\|^2 + \int_0^T \int \rho^0 \frac{\theta}{v} (\ln v)_x^2 dx dt \le K_8. \qquad (2.4.19)$$

Мындан, 2.4.4 леммасын эске алуу менен лемманын ырасталышын алабыз. Лемма далилденди.

2.4.3, 2.4.4, 2.4.6 леммалардын натыйжаларын эске алып, (2.4.13) төн төмөнкү баалоону алабыз

$$\max_{0\le t\le T} \left(\| c_x(t) \|^2 \right) + \int_0^T \| c_{xx}(t) \|^2 dt \le N_7 \qquad (2.4.20)$$

(2.4.1) системасынын төртүнчү теңдемесин $\rho^{0^2}\varphi(\varphi\theta - 1)$ ге көбөйтөбүз

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\rho^{\beta_3}(\varphi\theta-1)^2}{\partial t}=\rho^{\beta_2}\varphi(\varphi\theta-1)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)+\rho^{\beta_2}\varphi(\varphi\theta-1)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\theta\frac{\partial c}{\partial x}\right)-$$

$$-\varphi(\varphi\theta-1)\rho^{\beta_3}\frac{\theta}{v}\frac{\partial u}{\partial x}+\rho^{\beta_2}\frac{\varphi}{v}(\varphi\theta-1)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\rho^{\beta_3}\varphi(\varphi\theta-1)c\,g$$

жана R боюнча интегралдайбыз. Бөлүктөп интегарлдоодоӊ соӊ, төмөнкүнү алабыз:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left\|\rho^{\beta_3/2}(\varphi\theta-1)\right\|^2+\int\rho^{\beta_2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx=-\int\rho^{\beta_2}\frac{\varphi'\theta_x}{v}(\varphi\theta-1)dx-\int\rho^{\beta_2}\frac{\varphi\varphi'\theta\theta_x}{v}dx-$$

$$-\int\rho^{\beta_2}\frac{\varphi'\theta c_x}{v}(\varphi\theta-1)dx-\int\rho^{\beta_2}\frac{\varphi\varphi'\theta^2c_x}{v}dx-\int\rho^{\beta_2}\frac{\varphi^2\theta\theta_xc_x}{v}dx+$$

$$+\int\rho^{\beta_3}\frac{\varphi\theta}{v}(\varphi\theta-1)u_xdx+\int\rho^{\beta_2}\frac{\varphi}{v}(\varphi\theta-1)u_x^2dx+\int\rho^{\beta_3}\varphi(\varphi\theta-1)cg\,dx-$$

$$-2\int\rho^{\beta}\rho_x^{\beta}\varphi(\varphi\theta-1)\frac{\theta_x}{v}dx-2\int\rho^{\beta}\rho_x^{\beta}\varphi(\varphi\theta-1)\frac{\theta}{v}c_xdx=\sum_{k=1}^{10}J_k\,. \qquad (2.4.21)$$

Кошинин, Юнгдун, Гельдердин, камтылуу барабарсыздыктарын, $g(\rho,c,\varphi\theta)$ функциянын $(\varphi\theta)^{1/2}$ боюнча липшицтүүлүгүн, (2.4.4), (2.4.9), (2.4.13), (2.1.9) катыштарды жана 2.4.3 – 2.4.5 леммаларынын натыйжалары боюнча (2.4.21)дин оӊ жагын дагы интегралдарды баалайбыз

$$J_1\le\left|\int\rho^{\beta_2}\frac{\varphi'\theta_x}{v}(\varphi\theta-1)dx\right|\le C\left(\int\rho^{\beta_2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{\rho^{\beta_2}}{v}(\varphi')^2(\varphi\theta-1)^2dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le\delta_1\int\rho^{\beta_2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx+C\left\|\rho^{\beta_3/2}(\varphi\theta-1)\right\|^2.$$

$$J_2=-\int\rho^{\beta_2}\frac{(\varphi\theta-1)\varphi'\theta_x}{v}dx-\int\rho^{\beta_2}\frac{\varphi'\theta_x}{v}dx\le J_1-\int\rho^{\beta_2}\frac{\varphi'\theta_x}{v}dx\le$$

$$\le C\left(\int\rho^{\beta_2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int\rho^{\beta_2}(\varphi')^2(\varphi\theta-1)^2dx\right)^{1/2}+$$

$$+C\left(\int\rho^{\beta_2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int(\varphi')^2dx\right)^{1/2}\le\delta_2\int\rho^{\beta_2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx+C\left\|\rho^{\beta_3/2}(\varphi\theta-1)\right\|^2.$$

$$J_3\le\left|\int\rho^{\beta_2}\frac{\varphi'\theta c_x}{v}(\varphi\theta-1)dx\right|\le C\left(\int\frac{c_x^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int(\varphi')^2(\varphi\theta-1)^2\rho^{\beta_4}\theta^2dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le CM_{\rho\theta}(t)\left\|\rho^{3/2}(\varphi\theta-1)\right\|\le CM_{\rho\theta}(t)\left(\left\|\rho^{3/2}(\varphi\theta-1)\right\|^2+1\right).$$

$$J_4=-\int\rho^2\frac{\varphi\varphi'\theta^2c_x}{v}dx=-\int\rho^2\frac{(\varphi\theta-1)\varphi'\theta c_x}{v}dx-\int\rho^2\frac{\varphi'\theta c_x}{v}dx\le$$

$$\le C\left(\int\frac{c_x^2}{v}dx\right)^{1/2}\left[\left(\int(\varphi')^2(\varphi\theta-1)^2\rho^4\theta^2dx\right)^{1/2}+\left(\int(\varphi')^2\rho^4\theta^2dx\right)^{1/2}\right]\le$$

$$\le CM_{\rho\theta}(t)\left(\int\rho^3(\varphi\theta-1)^2dx\right)^{1/2}+CM_{\rho\theta}(t)\le CM_{\rho\theta}(t)\left(\left\|\rho^{3/2}(\varphi\theta-1)\right\|^2+1\right).$$

$$J_5\le\left|\int\rho^2\frac{\varphi^2\theta\theta_xc_x}{v}dx\right|\le CM_{\rho\theta}(t)\left(\int\rho^2\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int\frac{c_x^2}{v}dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le\delta_3\int\rho^2\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx+C_8M_{\rho\theta}^2(t).$$

(2.4.9) пайдаланып $M_{\rho\theta}^2(t)$ ны баалайбыз.

$$\max_{x\in\Omega_N}(\rho^0\theta)^2\le C+2\int_N^{N+1}\left|\rho^0\rho_x^0\theta^2+(\rho^0)^2\theta\theta_x\right|dx\le$$

$$\le C+2\left(\int_N^{N+1}\left(\frac{\rho_x^0}{\rho^0}\right)^2dx\right)^{1/2}\left(\int_N^{N+1}(\rho^0\theta)^4dx\right)^{1/2}+$$

$$+C\left(\int_N^{N+1}\rho^2\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int_N^{N+1}(\rho^0)^2\theta^2dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le C+C\max_{x\in\Omega_N}(\rho^0\theta)^{3/2}+CM_{\rho\theta}^{1/2}\left(\int_N^{N+1}\rho^2\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx\right)^{1/2}.$$

Юнгдун барабарсыздыгын $0<\varepsilon<1$ менен колдонуп, төмөнкү баалоону алабыз:

$$M_{\rho\theta}^2(t)\le\delta_4\int\rho^2\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx+C\left(M_{\rho\theta}(t)+1\right). \qquad (2.4.22)$$

Ошентип,

$$J_5\le\delta_5\int\rho^2\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx+C\left(M_{\rho\theta}(t)+1\right),\qquad \delta_5=\delta_3+C_8\delta_4.$$

$$J_6\le\left|\int\rho^3\frac{\varphi\theta}{v}(\varphi\theta-1)u_xdx\right|\le CM_{\rho\theta}(t)\left(\int\rho^3(\varphi\theta-1)^2dx\right)^{1/2}\left(\int u_x^2dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le C\|u_x(t)\|^2\left\|\rho^{3/2}(\varphi\theta-1)\right\|^2+\delta_6\int\rho^2\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx+C\left(M_{\rho\theta}(t)+1\right).$$

$$J_7 \le \left| \int \rho^{0^2} \frac{\varphi}{v} (\varphi\theta - 1) u_x^2 dx \right| \le C\left(M_{\rho^0\theta}(t) + 1 \right) \left\| \sqrt{\rho^0}\, u_x \right\|^2,$$

$$J_8 \le \left| \int \rho^{0^3} \varphi (\varphi\theta - 1) c g dx \right| \le C \int \rho^{0^3} \left| (\varphi\theta)^{1/2} - 1 \right| |\varphi\theta - 1| dx \le$$

$$\le C \int \rho^{0^3} \frac{\left| (\varphi\theta)^{1/2} - 1 \right|}{\sqrt{\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1}} \sqrt{\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1} \cdot |\varphi\theta - 1| dx \le$$

$$\le C\left(\int \rho^0 (\varphi\theta - \ln\varphi\theta - 1) dx \right)^{1/2} \left(\int \rho^{0^3} (\varphi\theta - 1)^2 dx \right)^{1/2} \le C\left(\left\| \rho^{0^{3/2}} (\varphi\theta - 1) \right\|^2 + 1 \right).$$

$$J_9 \le 2 \left| \int \rho^0 \rho_x^0 \varphi (\varphi\theta - 1) \frac{\theta_x}{v} dx \right| \le C\left(M_{\rho^0\theta}(t) + 1 \right) \left(\int \left(\frac{\rho_x^0}{\rho^0} \right)^2 dx \right)^{1/2} \left(\int \rho^{0^2} \frac{\theta_x^2 \varphi^2}{v} dx \right)^{1/2} \le$$

$$\le \delta_7 \int \rho^{0^2} \frac{\theta_x^2 \varphi^2}{v} dx + C_9 \left(M_{\rho^0\theta}^2(t) + 1 \right) \le$$

$$\le \delta_8 \int \rho^{0^2} \frac{\theta_x^2 \varphi^2}{v} dx + C\left(M_{\rho^0\theta}(t) + 1 \right), \quad \delta_8 = \delta_7 + C_9 \delta_4.$$

$$J_{10} \le 2 \left| \int \rho^0 \rho_x^0 \varphi (\varphi\theta - 1) \frac{\theta}{v} c_x dx \right| \le C_{10} \left(M_{\rho^0\theta}^2 + M_{\rho^0\theta} \right) \left(\int \left(\frac{\rho_x^0}{\rho^0} \right)^2 dx \right)^{1/2} \left(\int \frac{c_x^2}{v} dx \right)^{1/2} \le$$

$$\le \delta_9 \int \rho^{0^2} \frac{\theta_x^2 \varphi^2}{v} dx + C\left(M_{\rho^0\theta}(t) + 1 \right), \quad \delta_9 = C_{10} \delta_4.$$

Каалагандай $\delta_j > 0 \ \left(j = \overline{1,9} \right)$ сандарын жетишээрлик кичине кылып тандайбыз: $\sum_{j=1}^{9} \delta_j < 1$. Анда, (2.4.21) ден төмөнкү барабарсыздыкты алабыз

$$\frac{d}{dt} \left\| \rho^{0^{3/2}} (\varphi\theta - 1) \right\|^2 + C_{11} \int \rho^{0^2} \frac{\theta_x^2}{v} dx \le \left(M_{\rho^0\theta}(t) + 1 \right) \left\| \sqrt{\rho^0}\, u_x \right\|^2 +$$

$$+ C\left(M_{\rho^0\theta}(t) + \| u_x(t) \|^2 + 1 \right) \left(\left\| \rho^{0^{3/2}} (\varphi\theta - 1) \right\|^2 + 1 \right). \qquad (2.4.23)$$

(2.4.1) системанын үчүнчү теңдемесин карайбыз

$$\rho^0 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{v} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \rho^0 \frac{1}{v} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \rho^0 \frac{\theta}{v^2} \frac{\partial v}{\partial x} + \rho_x^0 \frac{\theta}{v}.$$

Бул теңдемени $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\frac{\partial u}{\partial x}\right)$ ге көбөйтөбүз жана R боюнча интегралдайбыз. Барабардыктын сол жагына бөлүктөп интегралдоону колдонобуз. $\rho^0 u_t$ нын ордуна (2.4.1) системасынын теңдемесин коюп, төмөнкүнү алабыз

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int\rho^0\frac{u_x^2}{v}dx+\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x^2dx=-\frac{1}{2}\int\rho^0\frac{u_x^3}{v^2}dx-$$

$$-\int\frac{\rho_x^0}{\rho^0}\frac{1}{v}u_x\left[\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x-\rho_x^0\frac{\theta}{v}-\rho^0\frac{\theta_x}{v}+\rho^0\frac{\theta v_x}{v^2}\right]dx+ \tag{2.4.24}$$

$$+\int\left[\rho_x^0\frac{\theta}{v}+\rho^0\frac{\theta_x}{v}-\rho^0\frac{\theta v_x}{v^2}\right]\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x dx=\sum_{k=1}^{8}I_k.$$

(2.4.24) түн оң жагындагы интегралдарды Юнгдун, Кошинин, Гельдердин жана камтылуу барабарсыздыктары боюнча жана 2.4.3 – 2.4.6 леммалардын натыйжаларын эске алуу менен (2.4.22) ни баалайбыз.

$$I_1\le\left|\int\rho^0\frac{u_x^3}{v^2}dx\right|\le\max_{x\in R}\left|\frac{u_x}{v}\right|\int\rho^0\frac{u_x^2}{v}dx\le C\max_{x\in R}\left(\frac{u_x}{v}\right)^2+C\|u_x\|^2\left\|\sqrt{\rho^0}u_x\right\|^2.$$

Төмөнкү барабарсыздыкты эске алсак

$$\max_{x\in R}\left(\frac{u_x}{v}\right)^2\le2\left(\int\left(\frac{u_x}{v}\right)^2dx\right)^{1/2}\left(\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x^2dx\right)^{1/2},$$

төмөнкү баалоону алабыз

$$I_1\le\varepsilon_1\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x^2dx+C\|u_x\|^2\left(\left\|\sqrt{\rho^0}u_x\right\|^2+1\right)$$

Андан ары,

$$I_2\le\left|\int\frac{\rho_x^0}{\rho^0}\frac{1}{v}u_x\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x dx\right|\le\max_{x\in R}\left|\frac{u_x}{v}\right|\left(\int\left(\frac{\rho_x^0}{\rho^0}\right)^2dx\right)^{1/2}\left(\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x^2dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le C\left(\int\left(\frac{u_x}{v}\right)^2dx\right)^{1/4}\left(\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x^2dx\right)^{3/4}\le\varepsilon_2\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x^2dx+C\|u_x\|^2.$$

$$I_3\le\left|\int\frac{\left(\rho_x^0\right)^2}{\rho^0}\frac{\theta}{v^2}u_x dx\right|\le CM_{\rho\theta}(t)\max_{x\in R}\left|\frac{u_x}{v}\right|\left(\int\left(\frac{\rho_x^0}{\rho^0}\right)^2dx\right)^{1/2}\le C\max_{x\in R}\left(\frac{u_x}{v}\right)^2+$$

$$+CM^2_{\rho^0\theta}(t)\le\varepsilon_3\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)^2_x dx+\eta_1\int\rho^{0^2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx+C\left(M_{\rho^0\theta}(t)+\|u_x\|^2+1\right).$$

$$I_4\le\left|\int\rho_x^0\frac{u_x\theta_x}{v^2}dx\right|\le C\max_{x\in R}\left|\frac{u_x}{v}\right|\left(\int\left(\frac{\rho_x^0}{\rho^0}\right)^2dx\right)^{1/2}\left(\int\rho^{0^2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le\varepsilon_4\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)^2_x dx+\eta_2\int\rho^{0^2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx+C\left(M_{\rho^0\theta}(t)+\|u_x\|^2+1\right).$$

$$I_5\le\left|\int\rho_x^0\frac{u_x\theta v_x}{v^2}dx\right|\le CM_{\rho^0\theta}(t)\|v_x\|\max_{x\in R}\left|\frac{u_x}{v}\right|\left(\int\left(\frac{\rho_x^0}{\rho^0}\right)^2dx\right)^{1/2}\le C\max_{x\in R}\left(\frac{u_x}{v}\right)^2+$$

$$+CM^2_{\rho^0\theta}(t)\le\varepsilon_5\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)^2_x dx+\eta_3\int\rho^{0^2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx+C\left(M_{\rho^0\theta}(t)+\|u_x\|^2+1\right).$$

$$I_6\le\left|\int\rho_x^0\frac{\theta}{v}\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x dx\right|\le CM_{\rho^0\theta}(t)\left(\int\left(\frac{\rho_x^0}{\rho^0}\right)^2dx\right)^{1/2}\left(\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)^2_x dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le\varepsilon_6\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)^2_x dx+CM^2_{\rho^0\theta}(t)\le\varepsilon_6\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)^2_x dx+\eta_4\int\rho^{0^2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx+C\left(M_{\rho^0\theta}(t)+1\right).$$

$$I_7\le\left|\int\rho^0\frac{\theta_x}{v}\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x dx\right|\le C\left(\int\rho^{0^2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)^2_x dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le\varepsilon_7\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)^2_x dx+C_{12}\int\rho^{0^2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx.$$

$$I_8\le\left|\int\rho^0\frac{\theta v_x}{v^2}\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x dx\right|\le CM_{\rho^0\theta}(t)\|v_x\|\left(\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)^2_x dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le\varepsilon_8\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)^2_x dx+CM^2_{\rho^0\theta}(t)\le\varepsilon_8\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)^2_x dx+\eta_5\int\rho^{0^2}\frac{\theta_x^2\varphi^2}{v}dx+C\left(M_{\rho^0\theta}(t)+1\right).$$

Эрктүү $\varepsilon_i>0\left(i=\overline{1,8}\right)$ сандарын жетишээрлик кичине кылып тандап алабыз: $\sum_{i=1}^{8}\varepsilon_i<1$. Анда (2.4.24) төн төмөнкү барабарсыздыкты алабыз

$$\frac{d}{dt}\left\|\sqrt{\rho^0}u_x\right\|^2+\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)^2_x dx\le \tag{2.4.25}$$

$$\le C\|u_x\|^2\left\|\sqrt{\rho^0}u_x\right\|^2+C_{13}\int\rho^{0^2}\frac{\theta_x^2}{v}dx+C\left(M_{\rho^0\theta}(t)+\|u_x\|^2+1\right)$$

(2.4.25) ти $\beta = C_{11}C_{13}^{-1}$ ге көбөйтөбүз жана (2.4.23) кө кошобуз (суммалайбыз):

$$\frac{d}{dt}\left(\left\|\rho^{0^{3/2}}(\varphi\theta-1)\right\|^2+\beta\left\|\sqrt{\rho^0}u_x\right\|^2\right)+\beta\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x^2 dx\leq$$

$$\leq C\left(M_{\rho^0\theta}(t)+\|u_x(t)\|^2+1\right)\left(\left\|\rho^{0^{3/2}}(\varphi\theta-1)\right\|^2+\left\|\sqrt{\rho^0}\,u_x\right\|^2+1\right).$$

(2.4.11), (2.4.15) катыштарын эске алып, Гронуолланын леммасын колдонгондон соң, төмөндөгүдөй корутунду чыгарабыз

$$\max_{0\leq t\leq T}\left(\left\|\rho^{0^{3/2}}(\varphi\theta-1)\right\|^2+\left\|\sqrt{\rho^0}u_x(t)\right\|^2\right)+\int_0^T\int\left(\frac{1}{v}u_x\right)_x^2 dxdt\leq N_8. \qquad (2.4.26)$$

(2.4.23) барабарсыздыгы, 2.4.4 лемма, (2.4.11), (2.4.15), (2.4.26) катыштар төмөнкү баалоону берет

$$\int_0^T\left\|\rho^0\theta_x(t)\right\|^2 dt\leq N_9. \qquad (2.4.27)$$

2.4.3, 2.4.4, 2.4.6 леммалардын натыйжаларын колдонуп, (2.4.26) дан төмөнкүнү алабыз

$$\int_0^T\|u_{xx}(t)\|^2 dt\leq N_{10}. \qquad (2.4.28)$$

(2.4.22) ден төмөнкү баалоону алабыз

$$M^2_{\rho^0\theta}(t)\leq C\left(\left\|\rho^0\theta_x(t)\right\|^2+M_{\rho^0\theta}(t)+1\right).$$

(2.4.11), (2.4.27) катыштарды эске алып, төмөнкү баалоону алабыз

$$\int_0^t M^2_{\rho^0\theta}(t)dt\leq K_9, \quad \forall t\in[0,T]. \qquad (2.4.29)$$

(2.4.1) системанын төртүнчү теңдемесин $\rho^{0^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)$га көбөйтөбүз жана R боюнча интегралдайбыз. Барабардыктын сол жагына бөлүктөп интегралдоону колдонобуз жана $\rho^0\theta_t$ нын ордуна (2.4.1) системасынын теңдемесин коебуз.

Оң жактагы интегралдар, (2.4.24) түн оң жагындагы интегралдарды баалагандай эле ой жүгүртүү менен бааланат. Натыйжада, айрым бир өзгөртүүлөрдөн соң жана Гронуоллanын леммасын колдонуп, төмөнкү баалоону алабыз:

$$\max_{0\le t\le T}\left\|\rho^{0^{3/2}}\theta_x(t)\right\|^2+\int_0^T\left\|\rho^0\theta_{xx}(t)\right\|^2 dt\le N_{11}. \qquad (2.4.30)$$

(1.4.9), (1.4.30) ду колдонуп, төмөнкү баалоону алабыз

$$M_{\rho^{0^2}\theta}(t)\le N_{12},\quad \forall t\in[0,T].$$

(2.4.1) системадан түздөн түз төмөнкү барабарсыздыктарды алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\left\|\sqrt{\rho^0}v_t(t)\right\|^2\le N_{13},$$

$$\int_0^T\left(\left\|\sqrt{\rho^0}u_t(t)\right\|^2+\left\|\sqrt{\rho^0}c_t(t)\right\|^2+\left\|\left(\rho^0\right)^{3/2}\theta_t(t)\right\|^2+\left\|v_{xt}(t)\right\|^2\right)dt\le N_{14}.$$

Ошентип, алынган бардык априордук баалололор жалпыланган чыгарылыштын жашашын далилдөө үчүн зарыл болуп эсептелет. Чыгарылыштын жалгыздыгы 2.1.6 бөлүмгө окшош түрдө эки мүмкүн болгон чыгарылыштардын айырмасына карата түзүлгөн бир тектүү теңдемени түзүү менен далилденет. 2.4.1-ТЕОРЕМА далилденди.

2-Бап боюнча корутунду

Бул бапта компоненттеринин ортосунда химиялык реакция болуп өтө турган көп компоненттүү газдар аралашмасынын чектелбеген аймактагы стационардык эмес бир ченемдүү кыймылынын теңдемелери үчүн, изделүүчү функциялар чексиздикте ар түрдүү пределдерге ээ болгон учурда Коши маселелери иликтенди. Кубулуучу жана кубулбоочу теңдемелер, контакттык үзүлүүгө ээ болгон кыймыл, чөйрөнүн көзөнөктүүлүгүн эсепке алуу менен болгон кыймыл изилденди. Убакыт боюнча «бүтүндөй» жалпыланган чечимдин жашашы жана жалгыздыгы далилденди. Локалдык чечимди убакыттын бүткүл $(0,T)$, $0<T<\infty$ аралыгына улантууга мүмкүнчүлүк берүүчү глобалдык априордук баалоолор келтирилип чыгарылды.

3 -БАП. МАГНИТТИК ГАЗ ДИНАМИКАСЫНЫН ТЕҢДЕМЕЛЕРИ ҮЧҮН ЭЛЕКТРДИК ТАЛААНЫН ЭСКЕ АЛЫНЫШЫ МЕНЕН БОЛГОН ЧЕКТИК МАСЕЛЕЛЕРДИН ЧЕЧИЛИШИ

§ 3.1. МАГНИТТИК ЭЛЕКТРОГАЗОДИНАМИКАНЫН ТЕҢДЕМЕЛЕРИ ҮЧҮН БАШТАПКЫ ЧЕКТИК МАСЕЛЕ

3.1.1. Маселенин коюлушу жана негизги жыйынтык. Магниттик ЭГД нын теңдемелер системасы массалык лагранждык координаталарда төмөндөгүдөй көрүнүшкө ээ болот [5,9]:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=0, \quad v=\frac{1}{\rho},\\
&\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{v}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial p}{\partial x}-\mu_e H\frac{\partial H}{\partial x}+\varepsilon E\frac{\partial E}{\partial x}, \quad p=r\frac{\theta}{v},\\
&\frac{\partial \theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda}{v}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)-p\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\mu}{v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\frac{\mu_e\mu_H}{v}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+b\varepsilon vE^2\frac{\partial E}{\partial x},\\
&\frac{\partial}{\partial t}vH=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu_H}{v}\frac{\partial H}{\partial x}\right), \qquad\qquad (3.1.1)\\
&\frac{\partial E}{\partial t}=-bE\frac{\partial E}{\partial x}.
\end{aligned}
$$

Бул жерде $u, \rho, v, \theta, p, H, E$ – тиешелүү түрдө ылдамдык, тыгыздык, салыштырма көлөм, температура, басым, магниттик талаанын чыңалуусу, электрдик талаанын чыңалуусу. $\mu, \varepsilon, \lambda, \mu_e, \mu_H, b, r$ – коэффициенттери оң турактуулар.

Өткөрүмдүү эмес диэлектрдик дубалга ээ болгон $Q=\{(x,t): 0<x<1,\ 0<t<T\}$ аймагында илешкээк жылуулук өткөрүмдүү газдын магниттик жана электрдик талааны эсепке алуу менен болгон кыймылы жөнүндөгү маселени карайбыз.

Чектик шарттар төмөнкү көрүнүшкө ээ болот:

$$u|_{x=0}=u|_{x=1}=0, \quad H|_{x=0}=H|_{x=1}=0, \quad \left.\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=1}=0,$$

$$E\big|_{x=0}=0,\quad \left.\frac{\partial E}{\partial x}\right|_{x=0}=0. \tag{3.1.2}$$

Баштапкы $t=0$ моментинде ылдамдыктын, салыштырма көлөмдүн, температуранын, чыңалуулардын бөлүштүрүлүшү белгилүү деп божомолдонот:

$$u\big|_{t=0}=u_0(x),\ v\big|_{t=0}=v_0(x),\ \ \theta\big|_{t=0}=\theta_0(x),\ \ E\big|_{t=0}=E_0(x),\ H\big|_{t=0}=H_0(x), \tag{3.1.3}$$

жана $\quad 0<m_0\le(v_0(x),\ \ \theta_0(x))\le M_0<\infty,\ \ x\in\Omega.$

Баштапкы салыштырма көлөм төмөнкү касиетке ээ деп эсептөөгө болот:

$$\int_0^1 v_0(x)dx=1. \tag{3.1.4}$$

3.1.1- ТЕОРЕМА. *Айталы, (3.1.3) баштапкы берилгендери төмөндөгүдөй касиеттерге ээ болсун:*

$$(v_0,u_0,\theta_0,H_0,E_0)\in W_2^1(\Omega),$$

$$u_0(0)=u_0(1)=0, H_0(0)=H_0(1)=0, E_0(0)=E_0'(0)=0,\ E_0'(x)\ge 0.$$

Анда каалагандай чектүү T *менен* $Q=\Omega\times(0,T)$ *аймагында (3.1.1) – (3.1.3) маселесинин жалгыз жалпыланган чечими жашайт, жана*

$$(v(t),E(t))\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega)),\qquad (v_t,\ u_t,\ \theta_t,H_t,E_t)\in L_2(Q),$$

$(u(t),\theta(t),H(t))\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega))\cap L_2(0,T;W_2^2(\Omega)),\ \ Q=\Omega\times(0,T),\ \Omega=(0,1)$, *болот,*

$v(x,t),\ \theta(x,t)$ *– такай оң, чектелген функциялар.*

3.1.2. Априордук баалоолор. Жалпылыкты чектебестен туруп, (3.1.1) - системадагы бардык оң турактууларды бирге барабар деп кабыл алабыз. (3.1.1) – (3.1.3) маселесинин чечими жашайт деп божомол кылабыз.

(3.1.1) системасынын теңдемелеринен жана маселенин берилгендерине коюлган чектөөлөрдөн $v(x,t),\ \theta(x,t)$ функцияларынын терс эмес экендиги көрүнүп турат. [91] ден төмөнкүгө ээ болобуз

$$E\ge 0,\ \ E_x\ge 0,\ \ \forall(x,t)\in Q. \tag{3.1.5}$$

3.1.1- ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоолор орун алат:*

$$\int_0^1 v(x,t)dx=1, \tag{3.1.6}$$

$$\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u^2+\theta+\frac{1}{2}vH^2+\frac{1}{2}vE^2\right\}dx\le N_1. \tag{3.1.7}$$

$$\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u^2+\frac{1}{2}vH^2+\frac{1}{2}vE^2+(v-\ln v-1)+(\theta-\ln\theta-1)\right\}dx+$$

$$+\int_0^t\int_0^1\left[\frac{u_x^2}{v\theta}+\frac{H_x^2}{v\theta}+\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}+\frac{vE^2E_x}{\theta}\right]dxd\tau\le N_2,\ \forall t\in[0,T]. \tag{3.1.8}$$

Далилдөө. (3.1.1) системасынын биринчи теңдемесин, үзгүлтүксүздүк (неразрывности) теңдемесин x боюнча **0** дөн **1** ге чейин жана τ боюнча **0** дөн t га чейин интегралдайбыз.

$$\int_0^1 v(x,t)dx=\int_0^1 v_0(x)dx$$

(3.1.4) тү эсепке алуу менен (3.1.6) ны алабыз.

(3.1.1) системасынын экинчи теңдемесин, импульс теңдемесин u га көбөйтөбүз.

$$\frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{uu_x}{v}\right)-\frac{1}{v}u_x^2-\frac{\partial}{\partial x}\left(u\frac{\theta}{v}\right)+\frac{\theta}{v}u_x-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{H^2}{2}u\right)+\frac{H^2}{2}u_x+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u}{2}E^2\right)-\frac{E^2}{2}u_x.$$

Төртүнчү теңдемени, магниттик талаанын чыңалуучулук теңдемесин H ка көбөйтөбүз.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}vH^2\right)=-\frac{H^2}{2}u_x+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}HH_x\right)-\frac{H_x^2}{v}.$$

Бешинчи теңдемени, электрдик талаанын чыңалуучулук теңдемесин Ev га көбөйтөбүз.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}vE^2\right)=-vE^2E_x+\frac{E^2}{2}u_x.$$

Алынгын барабардыктарды үчүнчү теңдеме менен, жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемеси менен кошобуз, жана x боюнча жана t боюнча интегралдайбыз. Жыйынтыгында, төмөнкүгө ээ болобуз

$$\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u^2+\theta+\frac{1}{2}vH^2+\frac{1}{2}vE^2\right\}dx=\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u_0^2+\theta_0+\frac{1}{2}v_0H_0^2+\frac{1}{2}v_0E_0^2\right\}dx.$$

Баштапкы берилгендерге коюлган шарттарды эсепке алуу менен (3.1.7) ни алабыз.

(3.1.1) системасынын үзгүлтүксүздүк теңдемесин $\left(\frac{1}{2}E^2+1-\frac{1}{v}\right)$ га, импульс теңдемесин u га, жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесин $\left(1-\frac{1}{\theta}\right)$ ге, магниттик талаанын теңдемесин H ка, электрдик талаанын теңдемесин Ev га көбөйтөбүз

$$\frac{E^2}{2}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial t}(v-\ln v-1)=\frac{1}{2}E^2u_x+u_x-\frac{1}{v}u_x,$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{uu_x}{v}\right)-\frac{1}{v}u_x^2-\frac{\partial}{\partial x}\left(u\frac{\theta}{v}\right)+\frac{\theta}{v}u_x-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{H^2}{2}u\right)+\frac{H^2}{2}u_x+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u}{2}E^2\right)-\frac{E^2}{2}u_x,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\theta-\ln\theta-1)=$$

$$=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\theta_x}{v}-\frac{\theta_x}{v\theta}\right)-\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}-\frac{\theta}{v}u_x+\frac{u_x}{v}+\frac{u_x^2}{v}-\frac{u_x^2}{v\theta}+\frac{H_x^2}{v}-\frac{H_x^2}{v\theta}+vE^2E_x-\frac{vE^2E_x}{\theta},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}vH^2\right)=-\frac{H^2}{2}u_x+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}HH_x\right)-\frac{H_x^2}{v},$$

$$\frac{1}{2}v\frac{\partial E^2}{\partial t}=-vE^2E_x.$$

Алынган барабардыктарды кошуп, анан $Q=\Omega\times(0,t)$ боюнча интегралдайбыз.

$$\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u^2+\frac{1}{2}vH^2+\frac{1}{2}vE^2+(v-\ln v-1)+(\theta-\ln\theta-1)\right\}dx+$$

$$+\int_0^t\int_0^1\left[\frac{u_x^2}{v\theta}+\frac{H_x^2}{v\theta}+\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}+\frac{E_xE^2v}{\theta}\right]dxd\tau=$$

$$=\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u_0^2+\frac{1}{2}v_0H_0^2+\frac{1}{2}v_0E_0^2+(v_0-\ln v_0-1)+(\theta_0-\ln\theta_0-1)\right\}dx.$$

Теореманын шарттарын эске алуу менен (3.1.8) ди алабыз.

Лемма далилденди.

(3.1.6) дан $\forall t\in[0,T]$ үчүн $v(a(t),t)=1$ болгон чектелген $a(t)$ ченелүүчү функциясынын жашашын алабыз.

Айталы $h(x,t)$ – үзгүлтүксүз функция болсун. Төмөнкү белгилөөлөрдү киргизебиз

$$M_h(t)=\max_{0\le x\le 1}h(x,t),\qquad m_h(t)=\min_{0\le x\le 1}h(x,t).$$

(3.1.1) системасынын электрдик талаасынын чыңалуусунун теңдемесин E ге көбөйтөбүз жана $Q=\Omega\times(0,T)$ боюнча интегралдайбыз

$$\frac{1}{2}\int_0^1 E^2\,dx+\int_0^t\int_0^1 E^2E_x\,dx\,dt\le N_3. \qquad (3.1.9)$$

(3.1.1) системасынын бешинчи теңдемесин Ω боюнча жана t боюнча интегралдап, төмөндөгүнү табабыз

$$\int_0^t E^2\big|_{x=1}\,d\tau\le K_1.$$

Мындан, (3.1.5) ти эсепке алуу менен, төмөнкүнү алабыз

$$\int_0^T M_E^2(t)\,dt\le N_4. \qquad (3.1.10)$$

(3.1.1) системасынын биринчи жана экинчи теңдемелеринен, [50,91] ге окшош ой жүгүртүү менен, изделүүчү функциялардын ортосундагы бир жардамчы катыш келтирилип чыгарылат.

$$v(x,t)=I^{-1}(t)B^{-1}(x,t)[v_0(x)+\int_0^t\left(\theta+\frac{1}{2}vH^2\right)(x,\tau)I(\tau)B(x,\tau)d\tau], \qquad (3.1.11)$$

мында

$$B(x,t)=exp\left\{\int_{a(t)}^x\left(u_0(\xi)-u(\xi,t)\right)d\xi+\int_0^t\frac{E^2}{2}(x,t)dt\right\},$$

$$I(t)=v_0\left(a(t)\right)exp\left\{\int_0^t\left(\frac{\theta}{v}+\frac{1}{2}H^2-\frac{1}{2}E^2\right)\left(a(t),t\right)dt\right\}.$$

(3.1.7), (3.1.10) баалоолорунан төмөнкүнү алабыз

$$0<K_2^{-1}\le B(x,t)\le K_2,\ \ \forall(x,t)\in Q. \qquad (3.1.12)$$

(3.1.11) ден Ω боюнча интегралдагандан жана Гронуолланын леммасын колдонгондон кийин (3.1.7), (3.1.12) баалоолорун эсепке алуу менен төмөнкү баалоо келтирилип чыгарылат:

$$0<K_3^{-1}\le I(t)\le K_3,\ \ \forall t\in[0,T]. \qquad (3.1.13)$$

3.1.3. Салыштырма көлөм жана температура үчүн баалоолор.

3.1.2- ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоолор орун алат:*

$$m_v(t)\ge N_5,\quad m_\theta(t)\ge N_6,\quad \forall t\in[0,T]. \qquad (3.1.14)$$

Далилдөө. (3.1.11) – (3.1.13) төн салыштырма көлөмдүн төмөн жагынан чектелгендигин алабыз.

(3.1.1) системасынын жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесин төмөндөгүчө кылып кайра жазып алабыз:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)+\frac{1}{v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{1}{2}\theta\right)^2+\frac{1}{v}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+vE^2\frac{\partial E}{\partial x}-\frac{\theta^2}{4v}.$$

θ^2 ка бөлүп төмөндөгүнү алабыз

$$\frac{\partial\omega}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)-$$

$$-\left[\frac{2\omega^3}{v}\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)^2+\frac{\omega^2}{v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{1}{2}\theta\right)^2+\frac{\omega^2}{v}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+\omega^2 vE^2\frac{\partial E}{\partial x}\right]+\frac{1}{4v}$$

Мында $\omega=\theta^{-1}$. Бул теңдеме параболалык болуп эсептелет. Чарчы кашаалардын ичиндеги туюнтма терс эмес, ошондуктан максимум принцибине таянып төмөндөгүгө ээ болобуз

$$\max_{x\in\Omega}\omega(x,t)\le\max_{x\in\Omega}\omega(x,0)+\frac{1}{4}\int_0^t\frac{d\tau}{m_v(\tau)}.$$

Мындан температуранын төмөн жагынан чектелгендигин алабыз. Лемма далилденди.

3.1.3- ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоолор орун алат*

$$\int_0^t\int_0^1\left(\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}+\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}+\frac{H_x^2}{v\theta^{1/2}}+\frac{vE^2E_x}{\theta^{1/2}}\right)dxdt\le N_7. \qquad (3.1.15)$$

Далилдөө. (3.1.1) системасынын жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесин $\frac{1}{\theta^{1/2}}$ ге көбөйтүп, Ω боюнча интегралдайбыз.

$$\int_0^1\left(\frac{1}{2}\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}+\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}+\frac{H_x^2}{v\theta^{1/2}}+\frac{vE^2E_x}{\theta^{1/2}}\right)dx=2\frac{d}{dt}\int_0^1\theta^{1/2}\,dx+\int_0^1\frac{\theta^{1/2}}{v}u_x\,dx. \qquad (3.1.16)$$

(3.1.16) нын оң жагындагы акыркы интегралды Кошинин, Юнгдун барабарсыздыктарын пайдаланып баалайбыз. Ал үчүн сан огун эки аймакка ажыратабыз $\Omega=\sigma_1(t)\cup\sigma_2(t)$, мында

$$\sigma_1(t)=\{x\in\Omega: v(x,t)\geq N_1\},\ \sigma_2(t)=\{x\in\Omega: N_4\leq v(x,t)<N_1\}.$$

Эгерде $N_1\leq N_5$ болсо, анда Ω аймагы $\sigma_1(t)$ аймагы менен дал келээрин байкайбыз.

$$\int_0^1\frac{\theta^{1/2}}{v}u_x\,dx=\int_{\sigma_1(t)}\frac{\theta^{1/2}}{v}u_x\,dx+\int_{\sigma_2(t)}\frac{\theta^{1/2}}{v}u_x\,dx=I_1+I_2.$$

Ар бир $I_k\ (k=1,2)$ ны баалайбыз

$$I_1\leq\left(\int_{\sigma_1(t)}\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_{\sigma_1(t)}\frac{\theta}{v}dx\right)^{1/2}\max_{x\in\sigma_1(t)}\theta^{1/4}(x,t),$$

мында

$$\max_{x\in\sigma_1(t)}\theta^{1/4}(x,t)\leq N_1^{1/4}+\frac{1}{4}\int_0^1\left|\frac{\theta_x}{\theta^{3/4}}\right|dx\leq N_1^{1/4}+\frac{1}{4}\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1 v\,dx\right)^{1/2}.$$

(3.1.6), (3.1.7), (3.1.14) тү пайдаланып, төмөнкүгө ээ болобуз

$$I_1\leq\left[N_1^{1/4}+\frac{1}{4}\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2}\right]\left(\int_0^1\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx\right)^{1/2}\leq$$

$$\leq\left(\delta_1+\frac{1}{8}\right)\int_0^1\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx+\frac{1}{8}\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx+C.$$

Эми (3.1.7) ни пайдаланып $\sigma_2(t)$ аймагын карайбыз.

$$I_2\leq\left(\int_{\sigma_2(t)}\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_{\sigma_2(t)}\frac{\theta}{v}dx\right)^{1/2}\max_{x\in\sigma_2(t)}\theta^{1/4}(x,t),$$

мында

$$\max_{\sigma_2(t)}\theta^{1/4}(x,t)\leq N_1^{1/4}+\frac{1}{4}\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1 v\theta^{1/2}dx\right)^{1/2}\leq C\left[1+\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\right].$$

Анда,

$$I_2\leq C\left(\int_0^1\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left[1+\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\right]\leq$$

$$\leq\delta_2\int\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx+C\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx+1\right).$$

I_k үчүн баалоолорду (3.1.16) га коёбуз.

$$\int_0^1\left(\frac{3}{8}\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}+\left(\frac{7}{8}-\delta_1-\delta_2\right)\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}+\frac{H_x^2}{v\theta^{1/2}}+\frac{vE^2E_x}{\theta^{1/2}}\right)dx\le$$

$$\le 2\frac{d}{dt}\int_0^1\theta^{1/2}\,dx+C\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx+1\right).$$

Каалагандай алынган оң δ_1,δ_2 лерди $\delta_1+\delta_1<\frac{3}{4}$ боло тургандай кылып тандайбыз. Алынган барабарсыздыкты t боюнча интегралдайбыз. (3.1.7), (3.1.8) дерди эсепке алуу менен (3.1.15) ти алабыз.

Лемма далилденди.

3.1.4- ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоолор орун алат*

$$M_v(t)\le N_8,\quad \forall t\in[0,T]. \tag{3.1.17}$$

Далилдөө. Төмөнкү катыштан

$$M_\theta^{1/2}(t)\le N_1^{1/2}+\frac{1}{2}\int_0^1\left|\frac{\theta_x}{\theta^{1/2}}\right|dx\le N_1^{1/2}+\frac{1}{2}\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1\theta dx\right)^{1/2}M_v^{1/2}(t)$$

жана (3.1.7) ден төмөнкү баалоону алабыз

$$M_\theta(t)\le A(t)M_v(t)+C,\qquad \text{мында } A(t)=\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx. \tag{3.1.18}$$

$M_H^2(t)$ ны баалайбыз

$$M_H^2(t)\le 2\int_0^1|HH_x|\,dx\le 2\left(\int_0^1\frac{H_x^2}{v\theta^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1 vH^2dx\right)^{1/2}M_\theta^{1/4}(t)\le$$

$$\le 2\left(\int_0^1\frac{H_x^2}{v\theta^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1 vH^2dx\right)^{1/2}\left(N_1^{1/4}+\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1 vdx\right)^{1/2}\right).$$

(3.1.6), (3.1.7) ни жана Кошинин барабарсыздыгын пайдаланып, төмөнкүнү табабыз

$$M_H^2(t)\le C\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx+\int_0^1\frac{H_x^2}{v\theta^{1/2}}dx+1\right). \tag{3.1.19}$$

(3.1.15) ти эсепке алуу менен, (3.1.19) дан төмөнкүгө ээ болобуз

$$\int_0^t M_H^2(\tau)d\tau\le N_9,\quad \forall t\in[0,T]. \tag{3.1.20}$$

(3.1.11) көрсөтүлүшү жана (3.1.12), (3.1.13), (3.1.18) баалоолору төмөнкү барабарсыздыкты беришет

$$M_v(t)\le C\left[1+\int_0^t\left(A(\tau)+M_H^2(\tau)\right)M_v(\tau)d\tau\right].$$

Ага Гронуолланын леммасын колдонуп, (3.1.8), (3.1.20) баалоолорун эсепке алуу менен салыштырма көлөмдүн жогору жагынан чектелгендигин алабыз. Лемма далилденди.

(3.1.8), (3.1.17), (3.1.18) дерден төмөнкү баалоону алабыз

$$\int_0^t M_\theta(\tau)d\tau\le N_{10},\ \forall t\in[0,T]. \qquad (3.1.21)$$

3.1.4. Изделүүчү функциялардан болгон туундулар үчүн баалоолор.

(3.1.1) системасынын бешинчи теңдемесин x боюнча дифференцирлеп, анан E_x ке көбөйтөбүз

$$\frac{\partial E_x^2}{\partial t}+E_x^3+\left(EE_x^2\right)_x=0$$

$Q=\Omega\times(0,T)$ боюнча интегралдайбыз. Айрым бир өзгөртүп түзүүлөрдөн кийин төмөнкү баалоону алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\|E_x(t)\|^2+\int_0^T\int_0^1 E_x^3\,dxd\tau+\int_0^T EE_x^2\big|_{x=1}d\tau\le N_{11}. \qquad (3.1.22)$$

(3.1.9), (3.1.22) баалоосун пайдаланып $M_E^2(t)$ ты баалайбыз

$$M_E^2(t)\le 2\int_0^1|EE_x|\,dx\le\|E(t)\|^2+\|E_x(t)\|^2\le N_{12},\ \ \forall t\in[0,T]. \qquad (3.1.23)$$

(3.1.1) системасынын жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесин Ω боюнча интегралдайбыз

$$\int_0^1\left(\frac{H_x^2}{v}+\frac{u_x^2}{v}+vE^2E_x\right)dx=\frac{d}{dt}\int_0^1\theta dx+\int_0^1\frac{\theta}{v}u_xdx.$$

t боюнча интегралдоодон кийин (3.1.7), (3.1.14), (3.1.17), (3.1.21) лерди жана

$$\int_0^1\frac{\theta}{v}u_xdx\le\delta\int_0^1\frac{1}{v}u_x^2dx+CM_\theta,\quad 0<\delta<1$$

экендигин эсепке алып төмөндөгүнү алабыз

$$\int_0^t\int_0^1\left(H_x^2+u_x^2+E^2E_x\right)dxd\tau\le N_{13},\ \forall t\in[0,T].\qquad(3.1.24)$$

(3.1.1) системасынын өзгөртүлүп түзүлгөн

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \ln v}{\partial x}\right)=\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\theta}{v}\right)+H\frac{\partial H}{\partial x}-E\frac{\partial E}{\partial x}$$

импульс теңдемесин $(\ln v)_x$ ке көбөйтүп анан Ω боюнча интегралдайбыз.

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_0^1(\ln v)_x^2\,dx+\int_0^1\frac{\theta}{v}(\ln v)_x^2\,dx=\frac{d}{dt}\int_0^1 u(\ln v)_x dx+$$

$$+\int_0^1\frac{1}{v}u_x^2\,dx+\int_0^1\frac{1}{v}\theta_x(\ln v)_x dx+\int_0^1 HH_x(\ln v)_x\,dx-\int_0^1 EE_x(\ln v)_x\,dx.\qquad(3.1.25)$$

(3.1.25) тин оң жагындагы интегралдарды, камтылуу, Гельдердин, Юнгдун барабарсыздыктарын, камтылуу барабарсыздыгын жана (3.1.7), (3.1.8), (3.1.14), (3.1.17), (3.1.22), (3.1.23) баалоолорун пайдаланып баалайбыз.

$$\left|\int_0^1\frac{1}{v}\theta_x(\ln v)_x dx\right|\le\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1(\ln v)_x^2dx\right)^{1/2}\frac{M_\theta^{3/4}(t)}{m_v^{1/2}(t)}\le$$

$$\le C\left(\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)\|(\ln v)_x\|^2+M_\theta^{3/2}(t)\right)\le C\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx+1\right)\left(\|(\ln v)_x\|^2+1\right).$$

Бул жерде

$$M_\theta^{3/2}(t)\le C\left(1+\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right),$$

анткени

$$M_\theta^{3/4}(t)\le N_1^{3/4}+\frac{3}{4}\int_0^1\left|\frac{\theta_x}{\theta^{1/4}}\right|dx\le C\left(1+\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1 v\theta dx\right)^{1/2}\right).$$

Андан ары,

$$\left|\int HH_x(\ln v)_x\,dx\right|\le\frac{1}{2}M_H^2(t)+\frac{1}{2}\|H_x\|^2\|(\ln v)_x\|^2,$$

$$\left|\int EE_x(\ln v)_x\,dx\right|\le\frac{1}{2}M_E^2(t)+\frac{1}{2}\|E_x\|^2\|(\ln v)_x\|^2\le C\left(1+\|(\ln v)_x\|^2\right).$$

Алынган баалоолорду эсепке алуу менен (3.1.25) тен төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|(ln v)_x\|^2+\int_0^1\frac{\theta}{v}(ln v)_x^2\,dx\le\frac{d}{dt}\int_0^1 u(ln v)_x dx+C\left(\|u_x\|^2+M_H^2(t)\right)+$$

$$+C\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx+\|H_x\|^2+1\right)\left(\|(ln v)_x\|^2+1\right).$$

Алынган барабарсыздыкты (3.1.15), (3.1.20), (3.1.24) төрдү, теореманын шарттарын жана

$$\int u(ln v)_x\,dx\le C_\gamma+\gamma\|(ln v)_x\|^2,\quad 0<\gamma<\frac{1}{2}$$

баалоосун эсепке алуу менен t боюнча интегралдайбыз.

Гронуолланын леммасын колдонгондон кийин төмөнкүнү алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\|(ln v)_x\|^2\le N_{14}.$$

Мындан, (3.1.17) ни эсепке алуу менен, баалоону алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\|v_x\|^2\le N_{15}. \tag{3.1.26}$$

(3.1.1) системасынын магниттик талаасынын чыңалуучулук

$$\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}-\frac{1}{v^3}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial x}-\frac{1}{v}H\frac{\partial u}{\partial x}$$

теңдемесин H_{xx} ке көбөйтүп, анан Ω боюнча интегралдайбыз

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|H_x\|^2+\int_0^1\frac{1}{v}H_{xx}^2dx=\int_0^1\frac{1}{v^3}v_xH_xH_{xx}dx+\int_0^1\frac{1}{v}Hu_xH_{xx}dx=I_1+I_2. \tag{3.1.27}$$

Оң бөлүктү, (3.1.14), (3.1.26) баалоолорун пайдаланып, камтылуу, Гельдердин, Юнгдун барабарсыздыктары боюнча баалайбыз.

$$I_1\le N_5^{-3}\max_{x\in\Omega}|H_x|\,\|v_x\|\,\|H_{xx}\|\le C\|H_x\|^{1/2}\|H_{xx}\|^{3/2}\le\delta_1\|H_{xx}\|^2+C_{\delta_1}\|H_x\|^2.$$

$$I_2\le N_5^{-1}M_H(t)\|u_x\|\|H_{xx}\|\le C\|H_x\|\|u_x\|\|H_{xx}\|\le\delta_2\|H_{xx}\|^2+C_{\delta_2}\|u_x\|^2\|H_x\|^2.$$

Каалагандай алынуучу оң δ_i сандарын $\delta_1+\delta_2<N_8^{-1}$ шартынан тандап алабыз. (3.1.27) ден алынган барабарсыздыкты t боюнча интегралдайбыз. Гронуолланын леммасын колдонуу, (3.1.24) тү эсепке алуу менен, төмөнкү баалоого келебиз

$$\max_{0\le t\le T}\|H_x(t)\|^2+\int_0^T\|H_{xx}(t)\|^2dt\le N_{16}. \tag{3.1.28}$$

(3.1.7), (3.1.17), (3.1.28) дерди эсепке алуу менен төмөнкүнү табабыз

$$M_H^2(t)\le 2\int_0^1 |HH_x|\,dx \le \|H(t)\|^2+\|H_x(t)\|^2\le N_{17}. \qquad (3.1.29)$$

(3.1.1) системасынын импульс

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{1}{v}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{1}{v}\frac{\partial \theta}{\partial x}+\frac{\theta}{v^2}\frac{\partial v}{\partial x}-H\frac{\partial H}{\partial x}+E\frac{\partial E}{\partial x}$$

теңдемесин u_{xx} ке көбөйтүп, анан Ω боюнча интегралдайбыз

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|u_x\|^2+\int_0^1\frac{1}{v}u_{xx}^2dx=$$

$$=\int_0^1\left\{\frac{1}{v^2}v_xu_x+\frac{1}{v}\theta_x-\frac{\theta}{v^2}v_x+HH_x-EE_x\right\}u_{xx}dx=\sum_{k=1}^5 I_k. \qquad (3.1.30)$$

(3.1.30) дун оң жагындагы интегралдарды, камтылуу, Гельдердин, Юнгдун барабарсыздыктарын жана (3.1.14), (3.1.22), (3.1.23), (3.1.26), (3.1.28), (3.1.29) баалоолорун пайдаланып баалайбыз.

Ар бир $t\in[0,T]$ учурунда u_x туундусу Ω нун жок дегенде бир чекитинде нөлгө айлангандыктан, $u_x^2(x,t)\le 2\|u_x(t)\|\|u_{xx}(t)\|$ болот.

$$I_1\le N_5^{-2}\max_{x\in\Omega}|u_x|\|v_x\|\|u_{xx}\|\le C\|u_x\|^{1/2}\|u_{xx}\|^{3/2}\le\delta_1\|u_{xx}\|^2+C_{\delta_1}\|u_x\|^2.$$

$$I_2\le\delta_2\|u_{xx}\|^2+C_{\delta_2}\|\theta_x\|^2.$$

$$I_3\le N_5^{-2}M_\theta(t)\|v_x\|\|u_{xx}\|\le C\left(1+M_\theta^{1/4}(t)\|\theta_x\|^{1/2}\right)\|u_{xx}\|\le$$

$$\le\delta_3\|u_{xx}\|^2+\varepsilon\|\theta_x\|^2+C_\varepsilon(M_\theta(t)+1).$$

$$I_4\le M_H(t)\|H_x\|\|u_{xx}\|\le\delta_4\|u_{xx}\|^2+C_{\delta_4}.$$

$$I_5\le M_E(t)\|E_x\|\|u_{xx}\|\le\delta_5\|u_{xx}\|^2+C_{\delta_5}.$$

Каалагандай алынуучу оң δ_i сандарын $\sum_{i=1}^5\delta_i<N_8^{-1}$ шартынан тандап алабыз. Алынган баалоолорду (3.1.30) га коюп төмөнкүгө ээ болобуз

$$\frac{d}{dt}\|u_x\|^2+\|u_{xx}\|^2\le C_1\|\theta_x\|^2+C_2\left(\|u_x\|^2+M_\theta(t)+1\right). \qquad (3.1.31)$$

(3.1.1) системасынын жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесин θ га көбөйтүп, анан Ω боюнча интегралдайбыз

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|\theta\|^2+\int_0^1\frac{1}{v}\theta_x^2dx=\int_0^1\left(-\frac{\theta^2u_x}{v}+\frac{\theta}{v}u_x^2+\frac{\theta}{v}H_x^2+\theta vE^2E_x\right)dx=\sum_{k=1}^4 J_k. \qquad (3.1.32)$$

Ар бир $J_k\left(k=\overline{1,4}\right)$ ны камтылуу, Коши жана Юнгдун барабарсыздыктарын жана (3.1.14), (3.1.17), (3.1.22), (3.1.23), (3.1.28) баалоолорун пайдалануу менен баалайбыз.

$$J_1\le N_5^{-1}M_\theta(t)\|u_x\|\|\theta\|\le C\left(1+\|\theta_x\|\right)\|u_x\|\|\theta\|\le\varepsilon_1\|\theta_x\|^2+C_{\varepsilon_1}\left(\|u_x\|^2\|\theta\|^2+1\right).$$

$$J_2\le N_5^{-1}M_\theta(t)\|u_x\|^2\le C\left(1+\|\theta_x\|\right)\|u_x\|^2\le\varepsilon_2\|\theta_x\|^2+C_{\varepsilon_2}\left(\|u_x\|^4+1\right).$$

$$J_3\le N_5^{-1}M_\theta(t)\|H_x\|^2\le C\left(1+\|\theta_x\|\right)\le\varepsilon_3\|\theta_x\|^2+C_{\varepsilon_3}.$$

$$J_4\le C\|E_x\|\|\theta\|\le C\left(\|\theta\|^2+1\right)$$

мында $\varepsilon_i>0\left(i=\overline{1,3}\right)$ – булар $\sum_{i=1}^3\varepsilon_i<N_8^{-1}$ боло тургандай жетишээрлик кичине сандар. Алынган баалоолорду (3.1.32) ге коюп төмөнкүгө ээ болобуз

$$\frac{d}{dt}\|\theta\|^2+C_3\|\theta_x\|^2\le C_4\left(\|u_x\|^2+\|\theta\|^2+1\right)\left(\|u_x\|^2+1\right). \qquad (3.1.33)$$

(3.1.31) ди $\gamma=\frac{1}{2}C_3C_1^{-1}$ ге көбөйтүп жана (3.1.33) менен кошуп, төмөнкү барабарсыздыкты алабыз

$$\frac{d}{dt}\left(\gamma\|u_x\|^2+\|\theta\|^2\right)+\frac{1}{2}C_3\|\theta_x\|^2+\gamma\|u_{xx}\|^2\le C_5\left(\|u_x\|^2+\|\theta\|^2+1\right)\left(\|u_x\|^2+1\right)+C_6M_\theta(t).$$

Аны t боюнча интегралдап, анан (3.1.21), (3.1.24) тү пайдалануу менен Гронуолланын леммасын колдонобуз. Жыйынтыгында төмөнкү баалоону алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\left(\|u_x\|^2+\|\theta\|^2\right)+\int_0^T\left(\|u_{xx}\|^2+\|\theta_x\|^2\right)dt\le N_{18}. \qquad (3.1.34)$$

(3.1.1) системанын жылуулук өткөрүмдүүлүк

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{1}{v}\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial x}-\frac{\theta}{v}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\frac{1}{v}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+vE^2\frac{\partial E}{\partial x}$$

теңдемесин θ_{xx} ке көбөйтүп, анан Ω боюнча интегралдайбыз

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|\theta_x\|^2+\int_0^1\frac{1}{v}\theta_{xx}^2dx=\int_0^1\left\{\frac{v_x\theta_x}{v^2}+\frac{\theta u_x}{v}-\frac{u_x^2}{v}-\frac{H_x^2}{v}-vE^2E_x\right\}\theta_{xx}dx=\sum_{k=1}^5 J_k. \qquad (3.1.35)$$

Ар бир $J_k\left(k=\overline{1,5}\right)$ ны камтылуу, Коши жана Юнгдун барабарсыздыктарын жана (3.1.14), (3.1.22), (3.1.23), (3.1.26), (3.1.28), (3.1.34) баалоолорун пайдалануу менен баалайбыз.

$$J_1 \le N_5^{-2} \max_{x\in\Omega}|\theta_x| \, \|v_x\| \, \|\theta_{xx}\| \le C\|\theta_x\|^{1/2} \|\theta_{xx}\|^{3/2} \le \varepsilon_1\|\theta_{xx}\|^2 + C_{\varepsilon_1}\|\theta_x\|^2.$$

$$J_2 \le N_5^{-1} M_\theta(t) \|u_x\| \, \|\theta_{xx}\| \le C\left(1+\|\theta_x\|\right)\|\theta_{xx}\| \le \varepsilon_2\|\theta_{xx}\|^2 + C_{\varepsilon_2}\left(1+\|\theta_x\|^2\right).$$

$$J_3 \le N_5^{-1} \max_{x\in R}|u_x| \, \|u_x\| \, \|\theta_{xx}\| \le C\|u_{xx}\|\|\theta_{xx}\| \le \varepsilon_3\|\theta_{xx}\|^2 + C_{\varepsilon_3}\|u_{xx}\|^2.$$

$$J_4 \le N_5^{-1} \max_{x\in R}|H_x| \, \|H_x\| \, \|\theta_{xx}\| \le C\|H_{xx}\| \, \|\theta_{xx}\| \le \varepsilon_4\|\theta_{xx}\|^2 + C_{\varepsilon_4}\|H_{xx}\|^2.$$

$$J_5 \le C\|E_x\| \, \|\theta_{xx}\| \le \varepsilon_5\|\theta_{xx}\|^2 + C_{\delta_4}.$$

Каалагандай ε_i оң сандарын $\sum_{i=1}^{5}\varepsilon_i < N_8^{-1}$ шартынан тандап алабыз. Алынган баалоолорду эсепке алуу менен (3.1.35) тен төмөнкү барабарсыздыкты алабыз

$$\frac{d}{dt}\|\theta_x\|^2 + \|\theta_{xx}\|^2 \le C\left(1+\|\theta_x\|^2 + \|u_{xx}\|^2 + \|H_{xx}\|^2\right).$$

Аны (3.1.28), (3.1.34) тү пайдалануу менен t боюнча интегралдайбыз. Жыйынтыгында төмөнкү баалоону алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\|\theta_x(t)\|^2 + \int_0^T \|\theta_{xx}(t)\|^2 dt \le N_{19}. \qquad (3.1.36)$$

Төмөнкү баалоо орун алат

$$M_\theta(t) \le C\left(1+\|\theta_x\|\right) \le N_{20}.$$

(3.1.1) теңдемелер системасынан түздөн-түз төмөнкү баалоолорду алабыз:

$$\max_{0\le t\le T}\|v_t(t)\|^2 + \int_0^T \left(\|u_t(t)\|^2 + \|v_{xt}(t)\|^2 + \|\theta_t(t)\|^2 + \|H_t(t)\|^2 + \|E_t(t)\|^2\right)dt \le N_{21}.$$

Ошону менен теореманын далилдениши үчүн зарыл болгон бардык априордук баалоолорду келтирип чыгардык. Чечимдин жалгыздыгы 3.1.7 бөлүнө окшош эки мүмкүн болгон чечимдин айырмасына карата бир тектүү теңдемени түзүү менен далилденет.

3.1.1-теорема далилденди.

§3.2. ӨЗГӨРҮЛМӨ ЖЫЛУУЛУК ӨТКӨРҮМДҮҮЛҮК КОЭФФИЦИЕНТИНЕ ЭЭ БОЛГОН МАГНИТТИК ЭЛЕКТРОГАЗО-ДИНАМИКАНЫН ТЕҢДЕМЕЛЕРИ ҮЧҮН ЧЕКТИК МАСЕЛЕ

3.1.2. Маселенин коюлушу жана негизги жыйынтык. Магниттик ЭГД нын теңдемелер системасы массалык лагранждык координаталарда төмөндөгүдөй көрүнүшкө ээ.

$$\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=0, \quad v=\frac{1}{\rho},$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{v}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial p}{\partial x}-\mu_e H\frac{\partial H}{\partial x}+\varepsilon E\frac{\partial E}{\partial x}, \quad p=r\frac{\theta}{v},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda(\theta,v)}{v}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)-p\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\mu}{v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\frac{\mu_e\mu_H}{v}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+b\varepsilon vE^2\frac{\partial E}{\partial x},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}vH=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu_H}{v}\frac{\partial H}{\partial x}\right), \tag{3.2.1}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t}=-bE\frac{\partial E}{\partial x}.$$

Бул жерде $u, \rho, v, \theta, p, H, E$ – тиешелүү түрдө ылдамдык, тыгыздык, салыштырма көлөм, температура, басым, магниттик талаанын чыңалуучулугу, электрдик талаанын чыңалуучулугу; $\mu, \varepsilon, \mu_e, \mu_H, b, r$ – оң туруктуулар.

Өткөрүмдүү эмес диэлектрдик дубалга ээ болгон $Q=\{(x,t): 0<x<1, 0<t<T\}$ аймагында илешкээк жылуулук өткөрүмдүү газдын магниттик талааны эсепке алуу менен болгон кыймылы жөнүндөгү маселени карайбыз.

Чектик шарттар төмөнкү көрүнүшкө ээ болушат:

$$u=H=\frac{\partial \theta}{\partial x}=0 \qquad x=0 \text{ жана } x=1 \text{ болгондо, } E\big|_{x=0}=\frac{\partial E}{\partial x}\bigg|_{x=0}=0. \tag{3.2.2}$$

Баштапкы $t=0$ моментинде ылдамдыктын, салыштырма көлөмдүн, температуранын, чыңалуулардын бөлүштүрүлүшү белгилүү деп божомолдонот:

$$u\big|_{t=0}=u_0(x), \; v\big|_{t=0}=v_0(x), \; \theta\big|_{t=0}=\theta_0(x), \; E\big|_{t=0}=E_0(x), \; H\big|_{t=0}=H_0(x), \tag{3.2.3}$$

жана $0<m_0\leq(v_0(x),\theta_0(x))\leq M_0<\infty, \quad x\in\Omega.$

Баштапкы салыштырма көлөм төмөнкү касиетке ээ болот деп эсептөөгө болот:

$$\int_0^1 v_0(x)dx=1. \qquad (3.2.4)$$

3.2.2-ТЕОРЕМА. *Айталы (3.2.3) баштапкы берилиштери төмөндөгүдөй жылмакайлык касиеттерине ээ болушсун:*

$$(v_0, u_0, \theta_0, H_0, E_0) \in W_2^1(\Omega),$$

$$u_0(0)=u_0(1)=0,\ H_0(0)=H_0(1)=0,\ E_0(0)=E_0'(0)=0,\ E_0'(x)\geq 0$$

жана жылуулук өткөрүмдүүлүк коэффициенти үчүн төмөнкү шарттардын бири аткарылсын:

1) $\lambda(\theta,v)=\chi\theta,$ *2)* $\lambda(\theta,v)=\chi v,\ \chi=const>0.$

Анда каалагандай чектүү T *га ээ болгон* $Q=\Omega\times(0,T)$ *аймагында (3.2.1) – (3.2.3) маселесинин жалгыз жалпыланган чечими жашайт жана*

$$(v(t),E(t))\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega)),\quad (v_t,\ u_t,\ \theta_t,\ H_t,\ E_t)\in L_2(Q),$$

$$(u(t),\theta(t),H(t))\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega))\cap L_2(0,T;W_2^2(\Omega)),\quad Q=\Omega\times(0,T),\ \Omega=(0,1),$$

орун алат. $v(x,t),\ \theta(x,t)$ *– такай оң, чектелген функциялар.*

3.2.2. Априордук баалоолор. Жалпылыкты чектебестен туруп, (3.2.1) - системадагы бардык оң турактууларды бирге барабар деп кабыл алабыз. (3.2.1) – (3.2.3) маселесинин чечими жашайт деп божомол кылабыз.

(3.2.1) системасынын теңдемелеринен жана маселенин берилгендерине коюлган чектөөлөрдөн $v(x,t),\ \theta(x,t)$ функцияларынын терс эмес экендиги көрүнүп турат. [91] ден төмөнкүгө ээ болобуз

$$E\geq 0,\quad E_x\geq 0,\quad \forall(x,t)\in Q. \qquad (3.2.5)$$

3.2.1- ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоолор орун алат:*

$$\int_0^1 v(x,t)dx=1, \qquad (3.2.6)$$

$$\int_0^1 \left\{\frac{1}{2}u^2+\frac{1}{2}vH^2+\frac{1}{2}vE^2+(v-\ln v-1)+(\theta-\ln\theta-1)\right\}dx+$$

$$+\int_0^t\int_0^1\left[\frac{u_x^2}{v\theta}+\frac{H_x^2}{v\theta}+\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^2}+\frac{vE^2E_x}{\theta}\right]dxd\tau\le N_1. \qquad (3.2.7)$$

Далилдөө. (3.2.1) системасынын үзгүлтүксүздүк теңдемесинен жана (3.2.4) төн тикеден-тике (3.2.6) ны алабыз.

(3.2.1) системасынын үзгүлтүксүздүк теңдемесин $\left(\frac{1}{2}E^2+1-\frac{1}{v}\right)$ га, импульса теңдемесин u га, жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесин $\left(1-\frac{1}{\theta}\right)$ га, магниттик талаа теңдемесин Hка, электрдик талаа теңдемесин Ev га көбөйтөбүз

$$\frac{E^2}{2}\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial t}(v-\ln v-1)=\frac{1}{2}E^2u_x+u_x-\frac{1}{v}u_x,$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{uu_x}{v}\right)-\frac{1}{v}u_x^2-\frac{\partial}{\partial x}\left(u\frac{\theta}{v}\right)+\frac{\theta}{v}u_x-$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{H^2}{2}u\right)+\frac{H^2}{2}u_x+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u}{2}E^2\right)-\frac{E^2}{2}u_x,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\theta-\ln\theta-1)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x}{v}-\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x}{v\theta}\right)-\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^2}-\frac{\theta}{v}u_x+$$

$$+\frac{u_x}{v}+\frac{u_x^2}{v}-\frac{u_x^2}{v\theta}+\frac{H_x^2}{v}-\frac{H_x^2}{v\theta}+vE^2E_x-\frac{vE^2E_x}{\theta},$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}vH^2\right)=-\frac{H^2}{2}u_x+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}H\cdot H_x\right)-\frac{H_x^2}{v},$$

$$\frac{1}{2}v\frac{\partial E^2}{\partial t}=-vE^2E_x.$$

Кошуп, анан $Q=\Omega\times(0,t)$ боюнча интегралдайбыз

$$\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u^2+\frac{1}{2}vH^2+\frac{1}{2}vE^2+(v-\ln v-1)+(\theta-\ln\theta-1)\right\}dx+$$

$$+\int_0^t\int_0^1\left[\frac{u_x^2}{v\theta}+\frac{H_x^2}{v\theta}+\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^2}+\frac{E_xE^2v}{\theta}\right]dxd\tau=$$

$$=\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u_0^2+\frac{1}{2}v_0H_0^2+\frac{1}{2}v_0E_0^2+(v_0-\ln v_0-1)+(\theta_0-\ln\theta_0-1)\right\}dx.$$

Теореманын шарттарын эсепке алуу менен (3.2.7) баалоосун алабыз. Лемма далилденди.

(3.2.7) ден төмөнкү баалоону алабыз

$$\int_0^1 \theta(x,t)dx \le N_2, \qquad \forall t \in [0,T]. \tag{3.2.8}$$

(3.2.6) дан $\forall t \in [0,T]$ үчүн $v(a(t),t)=1$ боло тургандай чектелген ченелүүчү $a(t)$ функциясынын жашашын алабыз.

Айталы $h(x,t)$ – үзгүлтүксүз функция болсун. Мындай белгилөөлөрдү киргизебиз

$$M_h(t) = \max_{0\le x\le 1} h(x,t), \qquad m_h(t) = \min_{0\le x\le 1} h(x,t).$$

(3.1.9), (3.1.10) го окшош төмөнкү баалоолорго ээ болобуз

$$\frac{1}{2}\int_0^1 E^2\,dx + \int_0^t\int_0^1 E^2 E_x\,dx\,d\tau \le N_3. \tag{3.2.9}$$

$$\int_0^T M_E^2(t)dt \le N_4. \tag{3.2.10}$$

(3.2.1) системасынын үзгүлтүксүздүк жана импульс теңдемелеринен изделүүчү функциялардын арасындагы бир жардамчы катыш келтирилип чыгарылат

$$v(x,t) = I^{-1}(t)B^{-1}(x,t)[v_0(x) + \int_0^t \left(\theta + \frac{1}{2}vH^2\right)(x,\tau)I(\tau)B(x,\tau)d\tau], \tag{3.2.11}$$

мында

$$B(x,t) = \exp\left\{\int_{a(t)}^x (u_0(\xi) - u(\xi,t))d\xi + \int_0^t \frac{E^2}{2}(x,t)dt\right\},$$

$$I(t) = v_0(a(t))\exp\left\{\int_0^t \left(\frac{\theta}{v} + \frac{1}{2}H^2 - \frac{1}{2}E^2\right)(a(t),t)dt\right\}.$$

Төмөнкү баалоолор орун алат

$$0 < K_1^{-1} \le B(x,t) \le K_1, \quad \forall (x,t) \in Q. \tag{3.2.12}$$

$$0 < K_2^{-1} \le I(t) \le K_2, \quad \forall t \in [0,T]. \tag{3.2.13}$$

Далилдөөсү 3.1.2 бөлүнө окшош.

3.2.3. Салыштырма көлөм жана температура үчүн баалоолор.

3.2.2- ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоолор орун алат*

$$m_v(t)\geq N_5,\quad m_\theta(t)\geq N_6,\quad \forall t\in[0,T]. \qquad (3.2.14)$$

Далилдөө. (3.2.11) – (3.2.13) төн салыштырма көлөмдүн төмөн жагынан чектелгендигин алабыз. Температуранын катуу оң болушу (3.2.1) системасынын жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесинен алабыз.

Лемма далилденди.

Төмөнкү баалоолор орундалат

$$\int_0^t\left(M_\theta(\tau)+M_H^2(\tau)\right)d\tau\leq N_7,\quad \forall t\in[0,T] \qquad (3.2.15)$$

Чындыгында эле,

$$M_\theta^{1/2}(t)\leq N_2^{1/2}+\frac{1}{2}\int_0^1\left|\frac{\theta_x}{\theta^{1/2}}\right|dx\leq N_2^{1/2}+\frac{1}{2}\left(\int_0^1\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1\frac{\theta v}{\lambda(\theta,v)}dx\right)^{1/2},$$

$$M_H^2(t)\leq 2\int_0^1|HH_x|\,dx\leq 2\left(\int_0^1\frac{H_x^2}{v\theta}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1 vH^2dx\right)^{1/2}M_\theta^{1/2}(t)\leq C\left(\int_0^1\frac{H_x^2}{v\theta}dx+M_\theta(t)\right).$$

(3.2.6) – (3.2.8) дерди пайдаланып, төмөнкүнү алабыз

$$M_\theta(t)\leq C\left(\int_0^1\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^2}dx+1\right),$$

$$M_H^2(t)\leq C\left(\int_0^1\frac{H_x^2}{v\theta}dx+\int_0^1\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^2}dx+1\right).$$

t боюнча интегралдап, (3.2.7) ни эсепке алуу менен (3.2.15) ти алабыз.

3.2.3- ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоолор орун алат*

$$M_v(t)\leq N_8,\quad \forall t\in[0,T]. \qquad (3.2.16)$$

Далилдөө. (3.2.11) көрүнүшү (3.2.12), (3.2.13) төрдү эсепке алуу менен төмөнкү барабарсыздыкты берет

$$M_v(t)\leq C_6\left[1+\int_0^t\left(M_\theta(\tau)+M_H^2(\tau)M_v(\tau)\right)d\tau\right].$$

Гронуолланын леммасын колдонуп, (3.2.15) баалоосун эсепке алуу менен салыштырма көлөмдүн жогору жагынан чектелгендигин алабыз. Лемма далилденди.

3.2.4- ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоолор орун алат*

$$\int_0^t\int_0^1\left(\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}+\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}+\frac{H_x^2}{v\theta^{1/2}}+\frac{vE^2E_x}{\theta^{1/2}}\right)dxd\tau\le N_9. \qquad (3.2.17)$$

Далилдөө (3.2.1) системасынын жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесин $\frac{1}{\theta^{1/2}}$ ге көбөйтүп андан соң Ω боюнча интегралдайбыз

$$\int_0^1\left(\frac{1}{2}\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}+\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}+\frac{H_x^2}{v\theta^{1/2}}+\frac{vE^2E_x}{\theta^{1/2}}\right)dx=2\frac{d}{dt}\int_0^1\theta^{1/2}\,dx+\int_0^1\frac{\theta^{1/2}}{v}u_x\,dx. \qquad (3.2.18)$$

(3.2.18) дин оң жагындагы акыркы интегралдарды Юнгдун, Кошинин барабарсыздыктарын, жана (3.2.8), (3.2.14) тү пайдалануу менен баалайбыз.

$$\int_0^1\frac{\theta^{1/2}}{v}u_x\,dx\le\left(\int_0^1\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1\frac{\theta}{v}dx\right)^{1/2}M_\theta^{1/4}(t)=\delta\int_0^1\frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx+C(M_\theta(t)+1).$$

(3.2.18) ден алынган барабарсыздыкты t боюнча интегралдайбыз. Каалагандай $0<\delta<1$ ны (3.2.8), (3.2.15) ти эсепке алуу менен тандап (3.2.17) ни алабыз. Лемма далилденди.

3.1.4. Изделүүчү функциялардан болгон туундулар үчүн баалоолор.

(3.1.22) – (3.1.24) кө окшош төмөнкү баалоолорду алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\|E_x(t)\|^2+\int_0^T\int_0^1 E_x^3\,dxd\tau+\int_0^T EE_x^2\Big|_{x=1}d\tau\le N_{10}, \qquad (3.2.19)$$

$$M_E^2(t)\le N_{11},\quad \forall t\in[0,T]. \qquad (3.2.20)$$

$$\int_0^t\int_0^1\left(\|u_x(t)\|^2+\|H_x(t)\|^2\right)dxd\tau\le N_{12},\quad \forall t\in[0,T]. \qquad (3.2.21)$$

(3.2.1) системасынан биринчи теңдемени эсепке алуу менен өзгөртүлүп түзүлгөн экинчи

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \ln v}{\partial x}\right)=\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\theta}{v}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}H^2\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}E^2\right)$$

теңдемесин $(\ln v)_x$ ке көбөйтүп, анан Ω боюнча интегралдайбыз

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_0^1 (\ln v)_x^2\,dx + \int_0^1 \frac{\theta}{v}(\ln v)_x^2\,dx = \tag{3.2.22}$$

$$= \frac{d}{dt}\int_0^1 u(\ln v)_x dx + \int_0^1 \frac{1}{v}u_x^2\,dx + \int_0^1 \frac{1}{v}\theta_x(\ln v)_x dx + \int_0^1 HH_x(\ln v)_x\,dx - \int_0^1 EE_x(\ln v)_x\,dx.$$

(3.2.22) нин оң жагындагы интегралдардарды Юнгдун, Кошинин барабарсыздыктарын, камтылуу барабарсыздыгын, жана (3.2.8), (3.2.14), (3.2.16), (3.2.19), (3.2.20) баалоолорун пайдаланып баалайбыз.

$$\left|\int_0^1 \frac{1}{v}\theta_x(\ln v)_x dx\right| \le \left(\int_0^1 \frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1 (\ln v)_x^2 dx\right)^{1/2}\frac{M_\theta^{3/4}(t)}{m_v^{1/2}(t)m_\lambda^{1/2}(t)} \le$$

$$\le C\left(\left(\int_0^1 \frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)\|(\ln v)_x\|^2 + M_\theta^{3/2}(t)\right) \le C\left(\int_0^1 \frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx + 1\right)\left(\|(\ln v)_x\|^2 + 1\right),$$

анткени

$$M_\theta^{3/4}(t) \le N_2^{3/4} + \frac{3}{4}\int_0^1 \left|\frac{\theta_x}{\theta^{1/4}}\right| dx \le N_2^{3/4} + \frac{3}{4}\left(\int_0^1 \frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1 \frac{\theta v}{\lambda(\theta,v)}dx\right)^{1/2} \le$$

$$\le C\left(1 + \left(\int_0^1 \frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2}\right).$$

Калган интегралдар (3.1.25) тин оң жагындагы интегралдарга окшош бааланат. Алынган баалоолорду эсепке алуу менен (3.2.22) ден төмөнкүгө ээ болобуз

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_0^1 (\ln v)_x^2\,dx + \int_0^1 \frac{\theta}{v}(\ln v)_x^2\,dx \le \frac{d}{dt}\int_0^1 u(\ln v)_x dx + C\left(M_H^2(t) + \|u_x\|^2\right) +$$

$$+ C\left(\int_0^1 \frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx + \|H_x\|^2 + 1\right)\left(\|(\ln v)_x\|^2 + 1\right).$$

Алынган барабарсыздыкты (3.2.15), (3.2.17), (3.2.21) лерди, теореманын шарттарын жана төмөнкү баалоону эсепке алуу менен t боюнча интегралдайбыз

$$\int u(\ln v)_x\,dx \le C_\gamma + \gamma\|(\ln v)_x\|^2, \quad 0 < \gamma < \frac{1}{2}.$$

Гронуолланын леммасын колдонгондон кийин, (3.2.16) ны эсепке алуу менен төмөнкүнү алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\|v_x\|^2 \le N_{13}. \tag{3.2.23}$$

(3.2.1) системасынын төртүнчү

$$\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}-\frac{1}{v^3}\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial x}-\frac{1}{v}H\frac{\partial u}{\partial x}$$

теңдемесин H_{xx} ке көбөйтүп, $Q=\Omega\times(0,T)$ боюнча интегралдайбыз. (3.1.28) ди келтирип чыгаргандагыдай ой жүгүртүү менен, айрым өзгөртүп түзүүлөрдөн кийин төмөнкү баалоону табабыз

$$\max_{0\le t\le T}\|H_x(t)\|^2+\int_0^T\|H_{xx}(t)\|^2dt\le N_{14}. \tag{3.2.24}$$

(3.2.7), (3.2.16), (3.2.24) баалоолору жана

$$M_H^2(t)\le\|H(t)\|^2+\|H_x(t)\|^2$$

барабарсыздыгы төмөнкү баалоону беришет

$$M_H^2(t)\le N_{15}, \qquad \forall t\in[0,T]. \tag{3.2.25}$$

(3.2.1) системасынын импульс жана жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемелерин u_{xx} ке жана θ га тиешелүү түрдө көбөйтүп анан Ω боюнча интегралдайбыз

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|u_x\|^2+\int_0^1\frac{u_{xx}^2}{v}dx=\int_0^1\left(\frac{v_x}{v^2}u_x+\frac{\theta_x}{v}+\frac{v_x}{v^2}\theta+HH_x-EE_x\right)u_{xx}dx,\\&\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|\theta\|^2+\int_0^1\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v}dx=\int_0^1\left(-\frac{\theta}{v}u_x+\frac{1}{v}u_x^2+\frac{1}{v}H_x^2+vE^2E_x\right)\theta dx.\end{aligned} \tag{3.2.26}$$

(3.2.26) системасынын барабардыктарынын оң жактарын Юнгдун, Кошинин, Гельдердин жана камтылуу барабарсыздыктары боюнча, жогоруда алынган баалоолорду эсепке алуу менен (3.1.30) жана (3.1.32) нин оң жагындагы интегралдарды баалаган учурдагыдай ой жүгүртүү менен баалайбыз.

$$\left|\int_0^1\frac{v_x}{v^2}u_xu_{xx}dx\right|\le\varepsilon_1\|u_{xx}\|^2+C_{\varepsilon_1}\|u_x\|^2,$$

$$\left|\int_0^1\frac{\theta_x}{v}u_{xx}dx\right|\le\frac{1}{N_5^{1/2}m_\lambda^{1/2}(t)}\left(\int_0^1\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v}dx\right)^{1/2}\|u_{xx}\|\le\varepsilon_2\|u_{xx}\|^2+C_{\varepsilon_2}\int_0^1\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v}dx,$$

$$\left|\int_0^1\frac{\theta}{v^2}v_xu_{xx}dx\right|\le\varepsilon_3\|u_{xx}\|^2+C_{\varepsilon_3}M_\theta^2(t)\le\varepsilon_3\|u_{xx}\|^2+C\left(\int_0^1\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v}dx+M_\theta(t)+1\right),$$

мында

$$M_\theta^2(t)\le N_2^2+2\int_0^1|\theta\theta_x|\,dx\le N_2^2+\frac{1}{2}M_\theta^{1/2}(t)\left(\int_0^1\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1\frac{\theta v}{\lambda(\theta,v)}dx\right)^{1/2}.$$

$$\left|\int_0^1 HH_xu_{xx}dx\right|\le M_H(t)\|H_x\|\|u_{xx}\|\le\varepsilon_4\|u_{xx}\|^2+C_{\delta_4},$$

$$\left|\int_0^1 EE_xu_{xx}dx\right|\le M_E(t)\|E_x\|\|u_{xx}\|\le\varepsilon_5\|u_{xx}\|^2+C_{\delta_5},$$

Андан ары,

$$\left|\int\frac{1}{v}\theta^2u_xdx\right|\le\frac{1}{2}\|u_x\|^2\|\theta\|^2+\delta\int_0^1\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v}dx+C(M_\theta(t)+1),\quad 0<\delta<1,$$

$$\left|\int_0^1\frac{1}{v}u_x^2\theta dx\right|\le C(M_\theta(t)+1)\|u_x\|^2,$$

$$\left|\int_0^1\frac{1}{v}H_x^2\theta dx\right|\le CM_\theta(t),$$

$$\left|\int_0^1 vE^2E_x\theta dx\right|\le M_E^2(t)\|E_x\|\|\theta\|\le C\left(\|\theta\|^2+1\right),$$

мында $\varepsilon_i>0\left(i=\overline{1,5}\right)$ – жетишээрлик кичине сандар. Алынган баалоолорду эсепке алуу менен (3.2.26) дан төмөнкү барабарсыздыктардын системасын алабыз

$$\frac{d}{dt}\|u_x\|^2+\|u_{xx}\|^2\le C_1\left(\|u_x\|^2+M_\theta(t)+1\right)+C_2\int_0^1\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v}dx,$$

$$\frac{d}{dt}\|\theta\|^2+C_3\int_0^1\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v}dx\le C_4\left(\|u_x\|^2+1\right)\left(\|\theta\|^2+M_\theta(t)+1\right).\qquad(3.2.27)$$

(3.2.27) системасынын биринчи барабарсыздыгын $\gamma=\frac{1}{2}C_3C_2^{-1}$ ге көбөйтүп жана экинчиси менен кошуп төмөнкүнү алабыз

$$\frac{d}{dt}\left(\|\theta\|^2+\gamma\|u_x\|^2\right)+\gamma\|u_{xx}\|^2+\frac{1}{2}C_3\int_0^1\frac{\lambda(\theta,v)\theta_x^2}{v}dx\le C\left(\|u_x\|^2+1\right)\left(\|\theta\|^2+M_\theta(t)+1\right).$$

(3.2.14) – (3.2.16), (3.2.21) лерди эсепке алуу менен, Гронуолланын леммасын колдонгондон кийин төмөндөгүдөй корутундуга келебиз

$$\max_{0\le t\le T}\left(\|\theta(t)\|^2+\|u_x(t)\|^2\right)+\int_0^T\left(\|u_{xx}(t)\|^2+\|\theta_x(t)\|^2\right)dt\le N_{16}.\qquad(3.2.28)$$

Төмөнкү

$$M_\theta^2(t)\le N_2^2+\|\theta(t)\|^2+\|\theta_x(t)\|^2 \tag{3.2.29}$$

катышынан жана (3.2.28) ден төмөнкү баалоону алабыз

$$\int_0^T M_\theta^2(t)dt\le N_{17}. \tag{3.2.30}$$

Төмөнкү баалоону далилдейбиз

$$\max_{0\le t\le T}\|\theta_x(t)\|^2+\int_0^T\|\theta_{xx}(t)\|^2dt\le N_{18}. \tag{3.2.31}$$

$\lambda(\theta,v)=v$ болгон учурда (3.2.31) баалоосу жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесин θ_{xx} ке көбөйтүү жана (3.1.36) ны далилдеген учурдагыдай өзгөртүп түзүүлөрдү жүргүзүү менен келтирилип чыгарылат.

$\lambda(\theta,v)=\theta$ учурун карайбыз. Бул учурда жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесинде туундуну ачып жазып, анан тайпалаштырабыз. Жыйынтыгында төмөнкү барабардыкты алабыз:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{1}{2v}\left(\theta^2\right)_{xx}-\frac{v_x}{v^2}\theta_x\theta-\frac{\theta}{v}u_x+\frac{1}{v}u_x^2+\frac{1}{v}H_x^2+vE^2E_x.$$

Аны $\theta\left(\theta^2\right)_{xx}$ ке көбөйтүп, анан Ω боюнча интегралдайбыз. Сол бөлүк мындайча өзгөртүп түзүлөт:

$$\int_0^1\frac{\partial\theta}{\partial t}\theta\left(\theta^2\right)_{xx}dx=\int_0^1\frac{1}{2}\frac{\partial\theta^2}{\partial t}\left(\theta^2\right)_{xx}dx=-\frac{1}{2}\int_0^1\left(\theta^2\right)_{xt}\left(\theta^2\right)_x dx-\frac{1}{4}\frac{d}{dt}\int_0^1\left(\theta^2\right)_x^2dx.$$

Ошндуктан, көбөйтүүдөн кийин төмөндөгүнү алабыз

$$\frac{1}{4}\frac{d}{dt}\int_0^1\left(\theta^2\right)_x^2dx+\int_0^1\frac{\theta}{2v}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx=$$

$$=\int_0^1\left(\frac{v_x}{v^2}\theta_x\theta-\frac{\theta}{v}u_x+\frac{1}{v}u_x^2+\frac{1}{v}H_x^2+vE^2E_x\right)\theta\left(\theta^2\right)_{xx}dx=\sum_{k=1}^5 I_k. \tag{3.2.32}$$

Ар бир I_k ны Юнгдун, Кошинин барабарсыздыктарын, жана (3.2.8), (3.2.14), (3.2.16), (3.2.20), (3.2.23) баалоолорун колдонуп баалайбыз.

$$I_1=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{v_x}{v^2}\theta\left(\theta^2\right)_x\left(\theta^2\right)_{xx}dx\le C\left(\int_0^1\frac{\theta}{2v}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{1/2}\max_{x\in\Omega}\left|\left(\theta^2\right)_x\right|M_\theta^{1/2}(t)\|v_x\|\le$$

$$\le C\left(\int_0^1\frac{\theta}{2v}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx\right)^{3/4}\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^{1/2}M_\theta^{1/2}(t)\le\varepsilon_1\int_0^1\frac{\theta}{2v}\left(\theta^2\right)_{xx}^2dx+C_{\varepsilon_1}M_\theta^2(t)\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^2.$$

$$I_2 \le C\left(\int_0^1 \frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx\right)^{1/2} \|u_x\| M_\theta^{3/2}(t) \le$$

$$\le C\left(\int_0^1 \frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx\right)^{1/2}\left(N_2^{3/2} + \|\theta_x\|\right) \le \varepsilon_2 \int_0^1 \frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx + C_{\varepsilon_2}\left(\|\theta_x\|^2 + 1\right).$$

$$I_3 \le C\left(\int_0^1 \frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx\right)^{1/2} \max_{x\in\Omega}|u_x| M_\theta^{1/2}(t)\|u_x\| \le$$

$$\le C\left(\int_0^1 \frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx\right)^{1/2} M_\theta^{1/2}(t)\|u_{xx}\|^{1/2} \le \varepsilon_3 \int_0^1 \frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx + C\left(M_\theta^2(t) + \|u_{xx}\|^2\right).$$

$$I_4 \le C\left(\int_0^1 \frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx\right)^{1/2} \max_{x\in\Omega}|H_x| M_\theta^{1/2}(t)\|H_x\| \le$$

$$\le C\left(\int_0^1 \frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx\right)^{1/2} M_\theta^{1/2}(t)\|H_{xx}\|^{1/2} \le \varepsilon_4 \int_0^1 \frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx + C\left(M_\theta^2(t) + \|H_{xx}\|^2\right).$$

$$I_5 \le C\left(\int_0^1 \frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx\right)^{1/2} M_\theta^{1/2}(t)\|E_x\| \le \varepsilon_5 \int_0^1 \frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx + CM_\theta(t).$$

Каалагандай ε_i оң санын $\sum_{i=1}^{5}\varepsilon_i < 1$ боло тургандай кылып тандайбыз. Анда (3.2.32) төмөнкү барабарсыздыкты берет

$$\frac{d}{dt}\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^2 dx + \int_0^1 \frac{\theta}{2\nu}\left(\theta^2\right)_{xx}^2 dx \le \tag{3.2.33}$$

$$\le C\left\{M_\theta^2(t)\left\|\left(\theta^2\right)_x\right\|^2 + \|\theta_x\|^2 + \|u_{xx}\|^2 + \|H_{xx}\|^2 + M_\theta(t) + 1\right\}.$$

(3.2.32) ге (3.2.15), (3.2.24), (3.2.28), (3.2.30) ду пайдаланып Гронуолланын леммасын колдонобуз. (3.2.14) тү эсепке алуу менен (3.2.31) баалоосун алабыз.

(3.2.29) жана (3.2.31) ден төмөнкү баалоону алабыз

$$M_\theta(t) \le N_{19}, \quad \forall t \in [0,T].$$

(3.2.1) системасынан тикеден-тике төмөнкү баалоолорду алабыз

$$\max_{0\le t\le T}\|v_t(t)\|^2 + \int_0^T\left(\|u_t(t)\|^2 + \|v_{xt}(t)\|^2 + \|\theta_t(t)\|^2 + \|H_t(t)\|^2 + \|E_t(t)\|^2\right)dt \le N_{20}.$$

Ошентип, жалпыланган чечимдин жашашын далилдөө үчүн зарыл болгон бардык априордук баалоолор алынды. Жалгыздыгы 3.1.7 бөлүмүндө окшош эки биргелешкен чечимдин айырмасына карата бир тектүү теңдемени түзүү менен далилденет. 3.2.1-теорема далилденди.

§ 3.3. МАГНИТТИК ЭЛЕКТРОГАЗОДИНАМИКАНЫН ТЕҢДЕМЕЛЕРИ ҮЧҮН БИР ТЕКТҮҮ ЭМЕС МАСЕЛЕ

3.3.1. Маселенин коюлушу жана негизги жыйынтык. Магниттик ЭГД нын теңдемелер системасы массалык лагранждык координаталарда төмөндөгүдөй көрүнүшкө ээ.

$$\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=0,\quad v=\frac{1}{\rho},$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{v}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial p}{\partial x}-\mu_e H\frac{\partial H}{\partial x}+\varepsilon E\frac{\partial E}{\partial x},\quad p=r\frac{\theta}{v},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda}{v}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)-p\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\mu}{v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\frac{\mu_e\mu_H}{v}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+b\varepsilon vE^2\frac{\partial E}{\partial x},\qquad (3.3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}vH=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu_H}{v}\frac{\partial H}{\partial x}\right),$$

$$\frac{\partial E}{\partial t}=-bE\frac{\partial E}{\partial x}.$$

Бул жерде $u, \rho, v, \theta, p, H, E$ – тиешелүү түрдө ылдамдык, тыгыздык, салыштырма көлөм, температура, басым, магниттик талаанын чыңалуусу, электрдик талаанын чыңалуусу. $\mu, \varepsilon, \lambda, \mu_e, \mu_H, b, r$ – оң, турактуу коэффициенттер.

Өткөрүмдүү эмес диэлектрдик дубалга ээ болгон $Q=\{(x,t): 0<x<1,\ 0<t<T\}$ аймагында илешкээк жылуулук өткөрүмдүү газдын магниттик жана электрдик талааны эсепке алуу менен болгон кыймылы жөнүндөгү маселени карайбыз.

Изделүүчү функциялар төмөнкү чектик шарттарды канааттандырышат:

$$\left.\frac{1}{v}\frac{\partial u}{\partial x}-p\right|_{x=0}=\left.\frac{1}{v}\frac{\partial u}{\partial x}-p\right|_{x=1}=H|_{x=0}=H|_{x=1}=0,\ E|_{x=0}=\left.\frac{\partial E}{\partial x}\right|_{x=0}=0$$

$$\theta|_{x=0}=\chi_0(t),\quad \theta|_{x=1}=\chi_1(t),\qquad (3.3.2)$$

$$\chi_i(t)\in W_2^1(0,T),\ \chi_i(t)\geq m_0>0,\ \chi_i(0)=\theta_0(i),\ i=0,1.$$

Баштапкы $t=0$ моментинде чөйрөнүн бардык мүнөздөмөлөрү белгилүү:

$$u|_{t=0}=u_0(x),\ v|_{t=0}=v_0(x),\ \theta|_{t=0}=\theta_0(x),\ E|_{t=0}=E_0(x),\ H|_{t=0}=H_0(x),\qquad (3.3.3)$$

жана $\quad 0<m_0\le(v_0(x),\ \theta_0(x))\le M_0<\infty,\ \ x\in\Omega.$

3.3.1- ТЕОРЕМА. *Айталы (3.3.3) баштапкы берилгендери төмөндөгүдөй жылмакайлык касиеттерине ээ болушсун:*

$$(v_0,u_0,\theta_0,H_0,E_0)\in W_2^2(\Omega),\ \ E_0'(x)\ge 0.$$

Анда каалагандай чектүү T *менен* $Q=\Omega\times(0,T)$ *аймагында (3.3.1) – (3.3.3) маселесинин системасынын(3.3.1) теңдемелердин системасын жана баштапкы берилгендерди дээрлик бардык жерде канааттандыруучу жалгыз жалпыланган чечими жашайт, жана*

$$(v(t),E(t))\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega)),\qquad (v_t,\ u_t,\ \theta_t,\ H_t,\ E_t)\in L_2(Q),$$

$$(u(t),\theta(t),H(t))\in L_\infty(0,T;W_2^1(\Omega))\cap L_2(0,T;W_2^2(\Omega)),\ \ Q=\Omega\times(0,T),\ \Omega=(0,1),$$

болот, $\quad v(x,t),\ \theta(x,t)$ *– такай оң, чектелген функциялар.*

3.3.2. Априордук баалоолор. Жалпылыкты чектебестен туруп, (3.3.1) - системадагы бардык оң турактууларды бирге барабар деп кабыл алабыз. (3.3.1) – (3.3.3) маселесинин чечими жашайт деп божомол кылабыз.

(3.3.1) системасынын теңдемелеринен жана маселенин берилгендерине коюлган чектөөлөрдөн $v(x,t),\ \theta(x,t)$ функцияларынын терс эмес экендиги көрүнүп турат. [91] ден төмөнкүгө ээ болобуз

$$E(x,t)\ge 0,\ \ E_x(x,t)\ge 0,\ \ \forall(x,t)\in Q. \tag{3.3.4}$$

(3.3.1) системасынын элекрдик талаанын чыңалуучулугу теңдемесин E ге көбөйтүп, анан $Q=\Omega\times(0,T)$ боюнча интегралдайбыз

$$\frac{1}{2}\int_0^1 E^2\,dx+\int_0^t E^2E_x\,d\tau\le N_1,\qquad \forall t\in[0,T]. \tag{3.3.5}$$

(3.3.1) системасынын бешинчи теңдемесин Ω боюнча жана t боюнча интегралдап төмөнкүнү табабыз

$$\int_0^t E^2\big|_{x=1}\,d\tau\le K_1.$$

Мындан, (3.3.5) ти эсепке алуу менен, төмөнкүнү алабыз

$$\int_0^T M_E^2(t)\,dt\le N_2. \tag{3.3.6}$$

$\theta_1(x,t)$ жардамчы функциясын төмөнкү чектик маселенин чечими катары киргизебиз

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\right),\ (x,t)\in Q=(0,1)\times(0,T), \qquad (3.3.7)$$

$$\theta_1|_{x=0}=\chi_0(t),\quad \theta_1|_{x=1}=\chi_1(t),\qquad \theta_1|_{t=0}=\theta_0(x).$$

Максимума принциби боюнча $\theta_1(x,t)$ үчүн төмөнкү катыш орун алат:

$$0<m\le\theta_1(x)\le M<\infty,\quad x\in\Omega.$$

$\theta(x,t)$ нын ордуна жаңы функцияны киргизебиз

$$\psi(x,t)=\frac{\theta(x,t)}{\theta_1(x,t)}. \qquad (3.3.8)$$

(3.3.1) теңдемелер системасын (3.3.7) ни эсепке алуу менен өзгөртүп түзөбүз.

$$\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=0,\quad v=\frac{1}{\rho},$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\theta_1\psi}{v}\right)-H\frac{\partial H}{\partial x}+E\frac{\partial E}{\partial x},$$

$$\theta_1\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\theta_1}{v}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)+\frac{1}{v}\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial x}-\frac{\theta_1\psi}{v}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\frac{1}{v}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+vE^2\frac{\partial E}{\partial x},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}vH=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\frac{\partial H}{\partial x}\right), \qquad (3.3.9)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t}=-E\frac{\partial E}{\partial x}.$$

(3.3.2) чектик шарттарын төмөндөгүдөй кылып кайра жазып алабыз:

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=\chi_0(t),\ \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=1}=\chi_1(t),\quad \psi|_{x=0}=\psi|_{x=1}=1,$$

$$H|_{x=0}=H|_{x=1}=0,\qquad E|_{x=0}=\left.\frac{\partial E}{\partial x}\right|_{x=0}=0. \qquad (3.3.10)$$

$$\chi_i(t)\in W_2^1(0,T),\ \chi_i(t)\ge m_0>0,\quad i=0,1.$$

(3.3.9) системасынын биринчи теңдемесинен төмөнкүнү алабыз

$$v(x,t)=\int_0^t\frac{\partial u}{\partial x}d\tau+v_0(t)$$

Мындан,

$$v(x,t)_{|x=0}=\int_0^t \chi_0(\tau)d\tau+v_0(0)=\beta_1(t),$$

$$v(x,t)_{|x=1}=\int_0^t \chi_1(\tau)d\tau+v_0(1)=\beta_2(t), \tag{3.3.11}$$

жана $\quad 0<m_1\le(\beta_0(t),\ \beta_1(t))\le M_1<\infty,\quad t\in[0,T].$

Кийинки априордук баалоо киришебиз

(3.3.9) системасынын үчүнчү теңдемесин $\left(1-\frac{1}{\psi}\right)$ ге көбөйтөбүз. Айрым бир өзгөртүп түзүүлөрдөн кийин төмөнкүгө ээ болобуз

$$\frac{\partial}{\partial t}(\theta_1(\psi-ln\psi-1))-\frac{\partial\theta_1}{\partial t}(\psi-ln\psi-1)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(1-\frac{1}{\psi}\right)\frac{\theta_1}{v}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)-\frac{\theta_1}{v\psi^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\frac{\partial\theta_1}{\partial x}(\psi-ln\psi-1)\right)-(\psi-ln\psi-1)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\right)-\left(1-\frac{1}{\psi}\right)\frac{\theta_1\psi}{v}\frac{\partial u}{\partial x}+$$

$$+\frac{1}{v}\left(1-\frac{1}{\psi}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\frac{1}{v}\left(1-\frac{1}{\psi}\right)\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+\left(1-\frac{1}{\psi}\right)vE^2\frac{\partial E}{\partial x}$$

же, (3.3.7) ни эсепке алуу менен:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\theta_1(\psi-ln\psi-1))=\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(1-\frac{1}{\psi}\right)\frac{\theta_1}{v}\psi_x\right)-\frac{\theta_1}{v\psi^2}\psi_x^2+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\theta_{1x}(\psi-ln\psi-1)\right)-\frac{\theta_1\psi}{v}u_x+\frac{\theta_1}{v}u_x+ \tag{3.3.12}$$

$$+\frac{1}{v}u_x^2-\frac{1}{v\psi}u_x^2+\frac{1}{v}H_x^2-\frac{1}{v\psi}H_x^2+vE^2E_x-\frac{vE^2}{\psi}E_x.$$

(3.3.9) системасынын экинчи теңдемесин uга көбөйтөбүз.

$$\frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{uu_x}{v}\right)-\frac{1}{v}u_x^2-\frac{\partial}{\partial x}\left(u\frac{\theta_1\psi}{v}\right)+\frac{\theta_1\psi}{v}u_x-$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{H^2}{2}u\right)+\frac{H^2}{2}u_x+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u}{2}E^2\right)-\frac{E^2}{2}u_x. \tag{3.3.13}$$

(3.3.9) системасынын төртүнчү теңдемесин Hка көбөйтөбүз.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}vH^2\right)=-\frac{H^2}{2}u_x+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}HH_x\right)-\frac{1}{v}H_x^2. \tag{3.3.14}$$

(3.3.9) системасынын бешинчи теңдемесин Evга көбөйтөбүз.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}vE^2\right)=-vE^2E_x+\frac{E^2}{2}u_x. \tag{3.3.15}$$

(3.3.12) – (3.3.15) терди кошобуз да $Q=(0,1)\times(0,T)$ боюнча интегралдайбыз

$$\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u^2+\frac{1}{2}vH^2+\frac{1}{2}vE^2+\theta_1(\psi-\ln\psi-1)\right\}dx+$$

$$+\int_0^t\int_0^1\left[\frac{u_x^2}{v\psi}+\frac{H_x^2}{v\psi}+\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^2}+\frac{E_xE^2v}{\psi}\right]dxd\tau=. \tag{3.3.16}$$

$$=\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u_0^2+\frac{1}{2}v_0H_0^2+\frac{1}{2}v_0E_0^2\right\}dx+\int_0^1\frac{\theta_1}{v}u_xdx.$$

(3.3.16) нын оң жагындагы экинчи интегралды Кошинин барабарсыздыгы боюнча баалайбыз

$$\int_0^1\frac{\theta_1}{v}u_xdx\le\left(\int_0^1\frac{u_x^2}{v\psi}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1\frac{\theta_1^2\psi}{v}dx\right)^{1/2}\le\varepsilon\int_0^1\frac{u_x^2}{v\psi}dx+C_\varepsilon\int_0^1\frac{\theta_1^2\psi}{v}dx,\quad 0<\varepsilon<1$$

жана (3.3.16) га коёбуз. Баштапкы берилгендерге коюлган шарттарды жана (3.3.7) ни эсепке алуу менен төмөнкүгө ээ болобуз

$$\int_0^1\left\{\frac{1}{2}u^2+\frac{1}{2}vH^2+\frac{1}{2}vE^2+\theta_1(\psi-\ln\psi-1)\right\}dx+$$

$$+\int_0^t\int_0^1\left[\frac{u_x^2}{v\psi}+\frac{H_x^2}{v\psi}+\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^2}+\frac{E_xE^2v}{\psi}\right]dxd\tau\le C+C\int_0^1\frac{\theta_1\psi}{v}dx. \tag{3.3.17}$$

Андан ары, (3.3.1) системасынын экинчи

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{v}\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\theta}{v}-\frac{1}{2}H^2+\frac{1}{2}E^2\right)$$

теңдемесин x боюнча 0 дөн каалагандай x чекитине чейин интегралдайбыз

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^x u(\xi,t)d\xi=\frac{1}{v}\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\theta}{v}-\frac{1}{2}H^2+\frac{1}{2}E^2,$$

андан соң (3.3.1) системасынын биринчи теңдемесин пайдаланып t боюнча интегралдайбыз

$$\int_0^x(u(\xi,t)-u_0(\xi))d\xi=\ln\frac{v(x,t)}{v_0(x)}-\int_0^t\left(\frac{\theta}{v}+\frac{1}{2}H^2\right)(x,\tau)d\tau+\frac{1}{2}\int_0^t E^2(x,\tau)d\tau$$

Алынган барабардыкты потенцирлейбиз

$$\frac{1}{v}\exp\int_0^t\left(\frac{\theta}{v}+\frac{1}{2}H^2\right)d\tau=\frac{1}{v_0}\exp\int_0^x\left(u_0(\xi)-u(\xi,t)\right)d\xi\cdot\exp\int_0^t\frac{1}{2}E^2(x,\tau)d\tau.$$

$$B(x,t)=\exp\int_0^x\left(u_0(\xi)-u(\xi,t)\right)d\xi,\qquad Y(x,t)=\exp\int_0^t\frac{1}{2}E^2(x,\tau)d\tau,\tag{3.3.18}$$

деп белгилеп төмөнкүгө ээ болобуз

$$\frac{1}{v}\exp\int_0^t\left(\frac{\theta}{v}+\frac{1}{2}H^2\right)d\tau=\frac{1}{v_0}B(x,t)\cdot Y(x,t).\tag{3.3.19}$$

(3.3.19) ду $\left(\theta+\frac{1}{2}vH^2\right)$ ка көбөйтөбүз

$$\frac{d}{dt}\exp\int_0^t\left(\frac{\theta}{v}+\frac{1}{2}H^2\right)d\tau=\frac{1}{v_0}\left(\theta+\frac{1}{2}vH^2\right)B(x,t)\cdot Y(x,t)$$

жана аны t боюнча 0 дөн t га чейин интегралдайбыз

$$\exp\int_0^t\left(\frac{\theta}{v}+\frac{1}{2}H^2\right)d\tau=1+\frac{1}{v_0}\int_0^t\left(\theta+\frac{1}{2}vH^2\right)B(x,\tau)\cdot Y(x,\tau)d\tau.\tag{3.3.20}$$

(3.3.20) ны логарифмдейбиз

$$\int_0^t\left(\frac{\theta}{v}+\frac{1}{2}H^2\right)d\tau=\ln\left(1+\frac{1}{v_0}\int_0^t\left(\theta+\frac{1}{2}vH^2\right)B(x,\tau)\cdot Y(x,\tau)d\tau\right).$$

Оң жагын Кошинин барабарсыздыгын, баштапкы берилгендерге коюлган шарттарды жана (3.3.6), (3.3.8) дерди пайдаланып баалайбыз

$$\int_0^t\left(\frac{\theta}{v}+\frac{1}{2}H^2\right)d\tau\le\ln\left(1+C\exp\max_{0\le\tau\le t}\|u(\eta)\|\cdot\int_0^t\left(\psi+\frac{1}{2}vH^2\right)(x,\tau)d\tau\right).\tag{3.3.21}$$

$$\int_0^1\psi dx\le\int_0^1\left(1+\theta_1(\psi-\ln\psi-1)\right)dx\tag{3.3.22}$$

экендиги белгилүү [2].

$$\ln\left(1+ae^b\right)\le a+b,\quad\forall a\ge0,\ b\ge0,$$

барабарсыздыгын пайдаланып (3.3.21) ден, Ω боюнча интегралдагандан кийин төмөнкү барабарсыздыкты алабыз

$$\int_0^t\int_0^1\frac{\theta_1\psi}{v}dxd\tau\le C\left(1+\max_{0\le\eta\le t}\|u(\eta)\|+\int_0^t\int_0^1\left(\theta_1(\psi-\ln\psi-1)+\frac{1}{2}vH^2\right)dxd\tau\right).$$

Аны (3.3.17) ге коюп жана Гронуолланын леммасын колдонуп төмөнкү баалоону табабыз

$$\int_0^1 \left\{ \frac{1}{2}u^2 + \frac{1}{2}\nu H^2 + \frac{1}{2}\nu E^2 + \theta_1(\psi - \ln\psi - 1) \right\} dx +$$

$$+\int_0^t\int_0^1 \left(\frac{u_x^2}{\nu\psi} + \frac{H_x^2}{\nu\psi} + \frac{\theta_1\psi_x^2}{\nu\psi^2} + \frac{E_x E^2 \nu}{\psi} \right) dx d\tau \le N_3, \quad \forall t \in [0,T], \tag{3.3.23}$$

(3.3.8) ден, (3.3.22), (3.3.23) тү эсепке алуу менен төмөнкү баалоого ээ болобуз

$$\int_0^1 \theta(x,t) dx \le N_4, \quad \forall t \in [0,T]. \tag{3.3.24}$$

(3.3.19) барабардыгы,

$$\nu = \nu_0 B^{-1}(x,t) \cdot Y^{-1}(x,t) \exp \int_0^t \left(\frac{\theta}{\nu} + \frac{1}{2}H^2 \right) d\tau$$

жана (3.3.20) изделүүчү функциялардын арасындагы бир жардамчы катышты

берет $\nu(x,t) = B^{-1}(x,t) \cdot Y^{-1}(x,t) \left(\nu_0(x) + \int_0^t \left(\theta + \frac{1}{2}\nu H^2 \right) B(x,\tau) \cdot Y(x,\tau) d\tau \right).$ (3.3.25)

(3.3.4), (3.3.6), (3.3.23) төн төмөнкү баалоолорду алабыз

$$0 < K_1^{-1} \le B(x,t) \le K_1, \quad 0 < K_2^{-1} \le Y(x,t) \le K_2, \quad \forall (x,t) \in Q. \tag{3.3.26}$$

(3.3.25) ти Ω боюнча (3.3.26) ны жана баштапкы берилгендерге коюлган шарттарды эсепке алуу менен интегралдайбыз

$$\int_0^1 \nu(x,t) dx \le C \left(1 + \int_0^t\int_0^1 \left(\theta + \frac{1}{2}\nu H^2 \right) d\tau \right).$$

(3.3.23), (3.3.24) тү пайдаланып төмөнкүгө ээ болобуз

$$\int_0^1 \nu(x,t) dx \le N_5, \quad \forall t \in [0,T]. \tag{3.3.27}$$

3.3.1- ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоолор орун алат*

$$m_\nu(t) \ge N_6, \quad \forall t \in [0,T]. \tag{3.3.28}$$

Далилдөө. (3.3.26) ны пайдаланып, (3.3.25) тен салыштырма көлөмдүн төмөн жагынан чектелгендигин алабыз. Лемма далилденди.

Температура үчүн чектик шарттарды жана (3.3.11) ди пайдаланып жардамчы функцияларды киргизебиз

$$\varphi(x,t) = \chi_0(t)(1-x) + \chi_1(t)x, \quad \eta(x,t) = \beta_1(t)(1-x) + \beta_2(t)x,$$

мында $\varphi(x,t)\in W_2^1(0,T;L_2(\Omega)),\ \varphi_x\in W_2^1(0,T),\ \varphi_t\in L_2(0,T;L_2(\Omega)),$ (3.3.29)

$$0<K_3^{-1}\le\eta(x,t)\le K_3,\ |\eta_x(x,t)|\le K_4,\ \varphi_t\in W_2^1(0,T;L_2(\Omega)).$$

3.3.2- ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат*

$$\int_0^t\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}\,dxdt\le N_7,\qquad \forall t\in[0,T]. \tag{3.3.30}$$

Далилдөө. (3.3.7) теңдемесин $(\theta_1-\varphi)$ ге көбөйтүп, анан Ω боюнча интегралдайбыз:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|\theta_1\|^2+\int_0^1\frac{1}{v}\left(\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\right)^2dx=\frac{d}{dt}\int_0^1\theta_1\varphi dx+\int_0^1\frac{1}{v}\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial x}dx-\int_0^1\theta_1\frac{\partial\varphi}{\partial t}dx. \tag{3.3.31}$$

(3.3.31) дин оң жагындагы интегралдарды Кошинин, Юнгдун барабарсыздыктарын жана (3.3.28) ди пайдалануу менен баалайбыз.

$$\left|\int_0^1\frac{1}{v}\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial x}dx\right|\le\left(\int_0^1\frac{1}{v}\left(\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\right)^2dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1\frac{1}{v}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2dx\right)^{1/2}\le\varepsilon\int_0^1\frac{1}{v}\left(\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\right)^2dx+C\varphi_x^2,$$

мында $0<\varepsilon<1$.

$$\left|\int_0^1\theta_1\frac{\partial\varphi}{\partial t}dx\right|\le C\left(\|\theta_1\|^2+\|\varphi_t\|^2\right).$$

Камтылуу теоремасын пайдаланып, төмөнкү интегралды баалайбыз

$$\int_0^1\theta_1\varphi dx\le M\left|\int_0^1\varphi dx\right|\le C,$$

анткени

$$\int_0^1\varphi(x,t)dx=\frac{1}{2}(\chi_0(t)+\chi_1(t))\le C\left(\|\chi_0(t)\|_{W_2^1(0,T)}+\|\chi_1(t)\|_{W_2^1(0,T)}\right)\le C.$$

(3.3.31) ди t боюнча интегралдап жана Гронуолланын леммасын колдонуп, (3.3.29) ду эсепке алуу менен төмөндөгүнү табабыз

$$\|\theta_1\|^2+\int_0^T\int_0^1\frac{1}{v}\left(\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\right)^2dx\le N_8.$$

Мындан, жана (3.3.8), (3.3.23) төрдөн лемманын ырасталышын алабыз. Лемма далилденди.

3.3.3. *Изделүүчү функциялардын туундулары үчүн баалоолор.* (3.1.22), (3.1.23) төргө окшош төмөнкү баалоолор келтирилип чыгарылат

$$\max_{0\le t\le T}\|E_x(t)\|^2+\int_0^T\int_0^1 E_x^3\,dxd\tau\le N_9,\quad M_E^2(t)\le N_{10},\ \forall t\in[0,T]. \qquad (3.3.32)$$

3.3.3- ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоолор орун алат*

$$\int_0^t\int_0^1\left(\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^{3/2}}+\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}+\frac{H_x^2}{v\psi^{1/2}}+\frac{E_xE^2v}{\psi^{1/2}}\right)dxd\tau\le N_{11},\qquad \forall t\in[0,T]. \qquad (3.3.33)$$

Далилдөө. (3.3.9) системасынын үчүнчү теңдемесин $\left(\frac{1}{\psi^{1/2}}-\frac{1}{\psi}\right)$ ге көбөйтүп анан Ω боюнча интегралдайбыз.

$$\int_0^1\left(\frac{1}{2}\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^{3/2}}+\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}+\frac{H_x^2}{v\psi^{1/2}}+\frac{E_xE^2v}{\psi^{1/2}}\right)dx=2\frac{d}{dt}\int_0^1\theta_1\left(\psi^{1/2}-\ln\psi^{1/2}-1\right)dx+$$

$$+\int_0^1\left(\frac{u_x^2}{v\psi}+\frac{H_x^2}{v\psi}+\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^2}+\frac{E_xE^2v}{\psi}\right)dx-\int_0^1\frac{\theta_1}{v}u_xdx+\int_0^1\frac{\theta_1\psi^{1/2}}{v}u_xdx. \qquad (3.3.34)$$

(3.3.34) түн оң жагындагы акыркы эки интегралды Кошинин, Юнгдун барабарсыздыктарын жана (3.3.8), (3.3.22) – (3.3.24), (3.3.27) лерди пайдаланып баалайбыз.

$$I_1\le\left|\int_0^1\frac{\theta_1}{v}u_xdx\right|\le\left(\int_0^1\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1\frac{\theta_1^2\psi^{1/2}}{v}dx\right)^{1/2}\le\varepsilon_1\int_0^1\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}dx+C.$$

(3.3.34) түн оң жагындагы акыркы интегралды баалаш үчүн сан огун эки аймакка ажыратабыз $\Omega=\sigma_1(t)\cup\sigma_2(t)$, мында

$$\sigma_1(t)=\left\{x\in\Omega: v(x,t)\ge\frac{N_4N_5M}{m}\right\},\ \sigma_2(t)=\left\{x\in\Omega: N_6\le v(x,t)<\frac{N_4N_5M}{m}\right\}.$$

Эгерде $\frac{N_4N_5M}{m}\le N_6$ болсо, анда Ω аймагы $\sigma_1(t)$ аймагы менен дал келээрин байкайбыз.

$$\int_0^1\frac{\theta_1\psi^{1/2}}{v}u_x\,dx=\int_{\sigma_1(t)}\frac{\theta_1\psi^{1/2}}{v}u_x\,dx+\int_{\sigma_2(t)}\frac{\theta_1\psi^{1/2}}{v}u_x\,dx=I_2+I_3.$$

Ар бир $I_k\ (k=2,3)$ ны баалайбыз

$$I_2\le\frac{M^{1/2}}{m_v^{1/2}}\left(\int\limits_{\sigma_1(t)}\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int\limits_{\sigma_1(t)}\theta dx\right)^{1/2}\max_{x\in\sigma_1(t)}\psi^{1/4}(x,t)\le$$

$$\le\frac{M^{1/2}N_4^{1/2}}{m_v^{1/2}}\left(\int\limits_{\sigma_1(t)}\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}dx\right)^{1/2}\max_{x\in\sigma_1(t)}\psi^{1/4}(x,t),$$

мында

$$\max_{x\in\sigma_1(t)}\psi^{1/4}(x,t)\le C+\frac{1}{4}\int_0^1\left|\frac{\psi_x}{\psi^{3/4}}\right|dx\le C+\frac{N_5^{1/2}}{4m^{1/2}}\left(\int_0^1\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^{3/2}}dx\right)^{1/2}.$$

Анда,

$$I_2\le\frac{M^{1/2}N_4^{1/2}}{m_v^{1/2}}\left(\int\limits_{\sigma_1(t)}\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left(C+\frac{N_5^{1/2}}{4m^{1/2}}\left(\int_0^1\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^{3/2}}dx\right)^{1/2}\right)\le$$

$$\le C\left(\int\limits_{\sigma_1(t)}\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}dx\right)^{1/2}+\frac{1}{4}\left(\int\limits_{\sigma_1(t)}\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^{3/2}}dx\right)^{1/2}\le$$

$$\le\left(\varepsilon_2+\frac{1}{8}\right)\int_0^1\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}dx+\frac{1}{8}\int_0^1\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^{3/2}}dx+C.$$

Эми $\sigma_2(t)$ аймагын карайбыз

$$I_3\le\frac{M^{1/2}N_4^{1/2}}{m_v^{1/2}}\left(\int\limits_{\sigma_2(t)}\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}dx\right)^{1/2}\max_{x\in\sigma_2(t)}\psi^{1/4}(x,t).$$

Бул жерде

$$\max_{x\in\sigma_2(t)}\psi^{1/4}(x,t)\le C+\frac{1}{4}\int_0^1\left|\frac{\psi_x}{\psi^{3/4}}\right|dx\le$$

$$\le C+\frac{1}{4m^{1/2}}\left(\int_0^1\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^2}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1 v\psi^{1/2}dx\right)^{1/2}\le C\left(1+\int_0^1\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^2}dx\right).$$

Анда,

$$I_3\le C\left(\int_0^1\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left(1+\left(\int_0^1\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^2}dx\right)^{1/2}\right)\le\varepsilon_3\int\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}dx+C\left(\int_0^1\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^2}dx+1\right).$$

I_k үчүн баалоолорду (3.3.34) кө коёбуз.

$$\int_0^1\left(\frac{3}{8}\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^{3/2}}+\left(\frac{7}{8}-\varepsilon_1-\varepsilon_2-\varepsilon_3\right)\frac{u_x^2}{v\psi^{1/2}}+\frac{H_x^2}{v\psi^{1/2}}+\frac{E_xE^2v}{\psi^{1/2}}\right)dx\le$$

$$\le 2\frac{d}{dt}\int_0^1 \theta_1\left(\psi^{1/2}-\ln\psi^{1/2}-1\right)dx+C\int_0^1\left(\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^2}+\frac{u_x^2}{v\psi}+\frac{H_x^2}{v\psi}+\frac{E_xE^2v}{\psi}\right)dx+C.$$

Каалагандай ε_i оң сандарын $\sum_{i=1}^{3}\varepsilon_i<\frac{3}{4}$ боло тургандай кылып тандайбыз. Алынган барабарсыздыкты t боюнча интегралдайбыз.

$$\int_0^1 \theta_1\left(\psi^{1/2}-\ln\psi^{1/2}-1\right)dx\le C\int_0^1 \theta_1(\psi-\ln\psi-1)dx$$

экендигин байкайбыз.

(3.3.23) тү эске алуу менен (3.3.33) тү алабыз. Лемма далилденди.

3.3.4-ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоолор орун алат*

$$M_v(t)\le N_{12},\quad \forall t\in[0,T]. \tag{3.3.35}$$

Далилдөө. Төмөнкү катыштан

$$M_\theta^{1/2}(t)\le N_4^{1/2}+\frac{1}{2}\int_0^1\left|\frac{\theta_x}{\theta^{1/2}}\right|dx\le N_4^{1/2}+\frac{1}{2}\left(\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1\theta dx\right)^{1/2}M_v^{1/2}(t)$$

жана (3.3.24) төн төмөнкү баалоону алабыз

$$M_\theta(t)\le CA(t)M_v(t)+C,\qquad \text{мында } A(t)=\int_0^1\frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx. \tag{3.3.36}$$

$M_H^2(t)$ ны баалайбыз

$$M_H^2(t)\le 2\int_0^1|HH_x|\,dx\le 2\left(\int_0^1\frac{H_x^2}{v\psi^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1 vH^2dx\right)^{1/2}M_\psi^{1/4}(t)\le$$

$$\le 2\left(\int_0^1\frac{H_x^2}{v\psi^{1/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1 vH^2dx\right)^{1/2}\left(C+\frac{1}{4}\left(\int_0^1\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^{3/2}}dx\right)^{1/2}\left(\int_0^1\frac{v}{\theta_1}dx\right)^{1/2}\right).$$

(3.3.7), (3.3.23), (3.3.27) лерди жана Кошинин барабарсыздыгын пайдаланып, төмөнкү баалоону алабыз

$$M_H^2(t)\le C\left(\int_0^1\frac{\theta_1\psi_x^2}{v\psi^{3/2}}dx+\int_0^1\frac{H_x^2}{v\psi^{1/2}}dx+1\right). \tag{3.3.37}$$

(3.3.33) тү эсепке алуу менен (3.3.37) ден төмөнкүгө төмөнкүгө ээ болобуз

$$\int_0^t M_H^2(\tau)d\tau\le N_{13},\quad \forall t\in[0,T]. \tag{3.3.38}$$

(3.3.25) көрүнүшү жана (3.3.26), (3.3.36) баалоолору төмөнкү барабарсыздыкты беришет

$$M_V(t)\le C\left[1+\int_0^t\left(A(\tau)+M_H^2(\tau)\right)M_V(\tau)d\tau\right].$$

Ага Гронуолланын леммасын колдонуп, (3.3.30), (3.3.38) баалоолорун эсепке алуу менен салыштырма көлөмдүн жогору жагынан чектелгендигин алабыз. Лемма далилденди.

(3.3.30), (3.3.35), (3.3.36) лардан төмөнкү баалоону алабыз

$$\int_0^t M_\theta(\tau)d\tau\le N_{14}, \qquad \forall t\in[0,T]. \qquad (3.3.39)$$

3.1.4 бөлүмүндөгүдөй эле ой жүгүртүп, изделүүчү функциялар үчүн калган априордук баалоолорду келтирип чыгарууга болот. Ошону менен теореманын далилдениши үчүн зарыл болгон бардык априордук баалоолорду келтирип чыгардык. Чечимдин жалгыздыгы 3.1.7 бөлүмүндө окшош мүмкүн болгон эки чечимдин айырмасы үчүн бир тектүү теңдемени түзүү менен далилденет.

3.3.1-теорема далилденди.

Эскертүү. Теңдемелердин (3.3.1) системасы үчүн (3.3.3) баштапкы берилиштерине жана төмөнкү чектик шарттарга ээ болгон баштапкы чектик маселе $\Omega=(0,1)$ аймагында да бир маанилүү чечимге ээ болот:

1. Жылуулук агымы берилген

$$u|_{x=0}=u|_{x=1}=H|_{x=0}=H|_{x=1}=0, \qquad E|_{x=0}=\left.\frac{\partial E}{\partial x}\right|_{x=0}=0,$$

$$\left.\frac{\lambda}{v}\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=0}=q_0(t), \quad \left.\frac{\lambda}{v}\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=1}=q_1(t),$$

$$q_i(t)\in W_2^1(0,T), \ q_0(t)\le 0, \ q_1(0)\ge 0, \ i=0,1, \ q_0^2(t)+q_1^2(t)\ne 0.$$

2. Температура үчүн үчүнчү түрдөгү шарттар берилген

$$u|_{x=0}=u|_{x=1}=H|_{x=0}=H|_{x=1}=0, \qquad E|_{x=0}=\left.\frac{\partial E}{\partial x}\right|_{x=0}=0,$$

$$\left.\frac{\lambda}{v}\frac{\partial\theta}{\partial x}-k_0(t)\theta\right|_{x=0}=\sigma_0(t), \quad \left.\frac{\lambda}{v}\frac{\partial\theta}{\partial x}+k_1(t)\theta\right|_{x=1}=-\sigma_1(t),$$

§ 3.4. МАГНИТТИК ЭЛЕКТРОГАЗОДИНАМИКАНЫН ТЕҢДЕМЕЛЕРИ ҮЧҮН КОШИ МАСЕЛЕСИ

3.4.1. Маселенин коюлушу жана негизги жыйынтык. Магниттик ЭГД нын тендемелер системасы массалык лагранждык координаталарда төмөндөгүдөй көрүнүшкө ээ:

$$\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=0, \qquad \mathrm{v}=\frac{1}{\rho},$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{\mathrm{v}}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial p}{\partial x}-\mu_e H\frac{\partial H}{\partial x}+\varepsilon E\frac{\partial E}{\partial x}, \quad p=r\frac{\theta}{\mathrm{v}},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda}{\mathrm{v}}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)-p\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\mu}{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\frac{\mu_e\mu_H}{\mathrm{v}}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+b\varepsilon \mathrm{v}E^2\frac{\partial E}{\partial x}, \qquad (3.4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{v}H=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu_H}{\mathrm{v}}\frac{\partial H}{\partial x}\right),$$

$$\frac{\partial E}{\partial t}=-bE\frac{\partial E}{\partial x}.$$

Убакыттын баштапкы $t=0$ моментинде v,u,θ,H,E функцияларынын маанилери белгилүү деп эсептейли:

$$(u,\mathrm{v},\theta,E,H)\big|_{t=0}=(u_0(x),\mathrm{v}_0(x),\theta_0(x),E_0(x),H_0(x)), \quad |x|<\infty, \qquad (3.4.2)$$

жана $(\mathrm{v}_0,u_0,\theta_0,H_0,E_0)$ – үзгүлтүксүз, $0<m_0\le(\mathrm{v}_0,\theta_0)\le M_0<\infty$ ошондой эле чексиздикте чектүү пределдерге ээ болушат:

$$\lim_{|x|\to\infty}u_0(x)=0, \qquad \lim_{|x|\to\infty}E_0(x)=0, \qquad \lim_{|x|\to\infty}H_0(x)=0,$$

$$\lim_{|x|\to\infty}\mathrm{v}_0(x)=\mathrm{v}_\infty=1, \qquad \lim_{|x|\to\infty}\theta_0(x)=\theta_\infty=1. \qquad (3.4.3)$$

(жалпылыкты бузбай туруп v_∞, θ_∞ ларды бирге барабар деп кабыл алууга болот)

3.4.1-ТЕОРЕМА. *Айталы (3.4.2) баштапкы берилгендери жылмакайлуулук касиетине ээ болушсун:* $(\mathrm{v}_0-1,u_0,\theta_0-1,H_0,E_0)\in W_2^1(R)$.

Анда каалагандай чектүү T, $0<T<\infty$ *бийиктиктүү* $\Pi=R\times(0,T)$, $R=(-\infty,\infty)$ *тилкесинде (3.4.1),(3.4.2) маселесинин берилген теңдемелерди жана баштапкы* *шарттарды дээрлик бардык жерде канааттандырган жалгыз жалпыланган чечими жашайт, жана*

$$\left(\mathrm{v}(t), E(t)\right) \in L_\infty(0,T;W_2^1(R)), \quad (\mathrm{v}_t, u_t, \theta_t, H_t, E_t) \in L_2(\Pi),$$

$$\left(u(t), \theta(t), H(t)\right) \in L_\infty(0,T;W_2^1(R)) \cap L_2(0,T;W_2^2(R)) \quad \Pi = R \times (0,T), \; R = (-\infty, \infty),$$

$\mathrm{v}(x,t),\ \theta(x,t)$ *– такай оң, чектелген функциялар, болот.*

3.4.2. Априордук баалоолор. Жалпылыкты чектебей туруп (2.4.1) системасындагы бардык оң турактууларды бирге барабар деп кабыл алабыз. (3.4.1) – (3.4.3) маселесинин чечими жашайт деп эсептейли.

(3.4.1) системасынын теңдемелеринен жана маселенин берилиштерине коюлган чектөөлөрдөн $\mathrm{v}(x,t),\ \theta(x,t)$ оң функциялар экендигин байкоого болот. [91] ден төмөнкүгө ээ болобуз

$$E \ge 0, \quad E_x \ge 0, \quad \forall (x,t) \in Q. \tag{3.4.4}$$

3.4.1-ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат:*

$$U(t) + \int_0^t W(\tau)\,d\tau \le N_1, \quad \forall t \in [0,T], \tag{3.4.5}$$

мында $$U(t) = \int \left\{ \frac{1}{2}u^2 + \frac{1}{2}\mathrm{v}H^2 + \frac{1}{2}\mathrm{v}E^2 + (\mathrm{v} - \ln \mathrm{v} - 1) + (\theta - \ln\theta - 1) \right\} dx,$$

$$W(t) = \int \left\{ \frac{u_x^2}{\mathrm{v}\theta} + \frac{H_x^2}{\mathrm{v}\theta} + \frac{\theta_x^2}{\mathrm{v}\theta^2} + \frac{\mathrm{v}E^2E_x}{\theta} \right\} dx$$

x *боюнча интегралдар* $-\infty$ *ден* ∞ *чейинки пределдерде алынат.*

Далилдөө. (3.4.1) системасынын биринчи теңдемесин $\left(\frac{1}{2}E^2 + 1 - \frac{1}{\mathrm{v}}\right)$ ге, экинчисин u га , үчүнчүсүн $\left(1 - \frac{1}{\theta}\right)$ ге, төртүнчүсүн Hка, бешинсисин $E\mathrm{v}$ га көбөйтөбүз. Андан кийин кошобуз.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{v} - \ln\mathrm{v} - 1) + \frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}(\theta - \ln\theta - 1) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\mathrm{v}E^2\right) =$$

$$=u_x+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{uu_x}{\mathrm{v}}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(u\frac{\theta}{\mathrm{v}}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{H^2}{2}u\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u}{2}E^2\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\theta_x}{\mathrm{v}}-\frac{\theta_x}{\mathrm{v}\theta}\right)-\frac{\theta_x^2}{\mathrm{v}\theta^2}-\frac{u_x^2}{\mathrm{v}\theta}-\frac{H_x^2}{\mathrm{v}\theta}-\frac{\mathrm{v}E^2E_x}{\theta}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mathrm{v}}HH_x\right).$$

Алынган барабардыкты $\Pi=R\times(0,T)$, $R=(-\infty,\infty)$ боюнча интегралдайбыз

$$\int\left\{\frac{1}{2}u^2+\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2+\frac{1}{2}\mathrm{v}E^2+(\mathrm{v}-\ln\mathrm{v}-1)+(\theta-\ln\theta-1)\right\}dx+$$

$$+\int_0^t\int\left[\frac{u_x^2}{\mathrm{v}\theta}+\frac{H_x^2}{\mathrm{v}\theta}+\frac{\theta_x^2}{\mathrm{v}\theta^2}+\frac{E_xE^2\mathrm{v}}{\theta}\right]dxd\tau=$$

$$=\int\left\{\frac{1}{2}u_0^2+\frac{1}{2}\mathrm{v}_0H_0^2+\frac{1}{2}\mathrm{v}_0E_0^2+(\mathrm{v}_0-\ln\mathrm{v}_0-1)+(\theta_0-\ln\theta_0-1)\right\}dx.$$

Теореманын шарттарын эске алып, (3.4.5) баалоосун келтирип чыгарабыз. 3.4.1-лемма далилденди.

R сан огун жана тиешелеш түрдө Π тилкесин $N=0,\pm1,\pm2,..$ болгон учурда чектүү кесиндилерге жана тик бурчтуктарга бөлөбүз:

$$R=\bigcup_{N=-\infty}^{\infty}\Omega_N,\quad \Pi=\bigcup_{N=-\infty}^{\infty}Q_N,\quad \Omega_N=\{x|\ N<x<N+1\},\ Q_N=\Omega_N\times(0,T).$$

Ушундай тик бурчтуктардын ичинен бирөөсүн каалагандай тартипте алабыз. (3.4.5) те $(\mathrm{v}-\ln\mathrm{v}-1),(\theta-\ln\theta-1)$ функциялары $\mathrm{v}>0,\ \theta>0$ болгон учурда терс эмес болушкандыктан, төмөндөгүдөй болот

$$U_N(t)+\int_0^t W_N(\tau)\,d\tau\le N_1, \tag{3.4.6}$$

мында интегралдар U_N жана W_N дердин аныктамасында Ω_N боюнча алынат.

(3.4.6) дан төмөнкү баалоолор келип чыгат

$$\int_N^{N+1}\mathrm{v}(x,t)dx\le N_2,\quad \int_N^{N+1}\theta(x,t)dx\le N_3,\quad \forall t\in[0,T]. \tag{3.4.7}$$

(3.4.7) ден каалагандай $t\in[0,T]$ үчүн ар бир Ω_N аймагында

$$C_1^{-1}\le\mathrm{v}(a(t),t)\le C_1,\ C_2^{-1}\le\theta(a_1(t),t)\le C_2\ . \tag{3.4.8}$$

боло тургандай

$$d(t)=a_N(t)\in[N,N+1],\ \ a_1(t)=a_{1N}(t)\in[N,N+1]$$

чекиттеринин жашай тургандыгы келип чыгат.

(3.4.1) системасынын электрдик талаасынын чыңалуусунун теңдемесин E ге көбөйтөбүз

$$\frac{1}{2}\frac{\partial E^2}{\partial t}+\frac{1}{3}\frac{\partial E^3}{\partial x}=0. \qquad (3.4.9)$$

$\Pi=R\times(0,T)$ боюнча интегралдаоодон кийин, теореманын шарттарынан төмөнкү баалоону алабыз

$$\int E^2(x,t)dx\le N_4. \qquad (3.4.10)$$

(3.4.9) теңдемесин x боюнча $-\infty$ ден каалагандай $x\in R$ ге чейин, андан кийин t боюнча интегралдайбыз. (3.4.10) ду пайдаланып төмөнкүнү табабыз

$$\int_0^t E^3(x,\tau)\,d\tau\le N_5.$$

Гельдердин барабарсыздыгын колдонуп төмөнкүнү алабыз

$$\int_0^t E^2(x,\tau)\,d\tau\le N_6, \qquad \forall t\in[0,T]. \qquad (3.4.11)$$

(3.1.11) ди келтирип чыгарганга окшош ой жүгүртүп, Q_N тик бурчтуктарынын ар биринде изделген функциялардын арасындагы жардамчы катышты алабыз.

$$\mathrm{v}(x,t)=I^{-1}(t)B^{-1}(x,t)[\mathrm{v}_0(x)+\int_0^t\left(\theta+\frac{1}{2}\mathrm{v}H^2\right)(x,\tau)I(\tau)B(x,\tau)d\tau], \qquad (3.4.12)$$

мында $$B(x,t)=\exp\left\{\int_{a(t)}^x(u_0(\xi)-u(\xi,t))d\xi+\int_0^t\frac{E^2}{2}(x,\tau)d\tau\right\},$$

$$I(t)=\mathrm{v}_0(a(t))\exp\left\{\int_0^t\left(\frac{\theta}{\mathrm{v}}+\frac{1}{2}H^2-\frac{1}{2}E^2\right)(a(t),\tau)d\tau\right\}.$$

(3.1.12), (3.1.13) төргө окшош төмөнкү баалоолорду алабыз

$$0<C_3^{-1}\le B(x,t)\le C_3, \qquad 0<C_4^{-1}\le I(t)\le C_4, \qquad \forall(x,t)\in Q_N. \qquad (3.4.13)$$

Айталы $h(x,t)$ – үзгүлтүксүз функция болсун. Мындай белгилөө киргизебиз

$$M_h(t)=\max_{|x|<\infty} h(x,t), \quad m_h(t)=\min_{|x|<\infty} h(x,t).$$

3.4.2-ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоолор орун алат*

$$m_{\mathrm{v}}(t)\geq N_7, \quad m_\theta(t)\geq N_8, \quad \forall t\in[0,T].$$

Далилдөө. (3.4.12), (3.4.13) төн салыштырма көлөмдүн төмөн жагынан чектелгендигин келтирип чыгарабыз. Температуранын такай оң болушу (3.4.1) системасынын жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемесинен келип чыгат. 3.4.2-лемма далилденди.

3.4.3-ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо орун алат*

$$\int_0^t\int\left(\frac{\theta_x^2}{\mathrm{v}\theta^{3/2}}+\frac{u_x^2}{\mathrm{v}\theta^{1/2}}+\frac{H_x^2}{\mathrm{v}\theta^{1/2}}+\frac{\mathrm{v}E^2E_x}{\theta^{1/2}}\right)dxdt\leq N_9. \quad \forall t\in[0,T]. \tag{3.4.14}$$

Далилдөө. [79] дан белгилүү болгондой төмөнкү барабарсыздык орун алат:

$$\frac{|\theta^{1/2}-1|}{\sqrt{\theta-\ln\theta-1}}<C_5, \qquad \forall(x,t)\in\Pi. \tag{3.4.15}$$

(3.4.1) системасынын үчүнчү теңдемесин $\left(\dfrac{1}{\theta^{1/2}}-\dfrac{1}{\theta}\right)$ га көбөйтөбүз жана R боюнча интегралдайбыз.

$$\int\left(\frac{1}{2}\frac{\theta_x^2}{\mathrm{v}\theta^{3/2}}+\frac{u_x^2}{\mathrm{v}\theta^{1/2}}+\frac{H_x^2}{\mathrm{v}\theta^{1/2}}+\frac{\mathrm{v}E^2E_x}{\theta^{1/2}}\right)dx=2\frac{d}{dt}\int\left(\theta^{1/2}-\ln\theta^{1/2}-1\right)dx+$$

$$+\int\left\{\frac{u_x^2}{\mathrm{v}\theta}+\frac{H_x^2}{\mathrm{v}\theta}+\frac{\theta_x^2}{\mathrm{v}\theta^2}+\frac{\mathrm{v}E^2E_x}{\theta}\right\}dx+\int\frac{\theta^{1/2}-1}{\mathrm{v}}u_x\,dx. \tag{3.4.16}$$

(3.4.16) нын оң жагындагы акыркы интегралды баалайбыз. Ал үчүн сан огун эки аймакка $R=\sigma_1(t)\cup\sigma_2(t)$ бөлөбүз, мында

$$\sigma_1(t)=\{x\in R:\mathrm{v}(x,t)\geq C_5^2\,N_1N_2\},\ \sigma_2(t)=\{x\in R:N_7\leq\mathrm{v}(x,t)<C_5^2N_1N_2\}$$

Эгерде $C_5^2 N_1 N_2 \le N_7$, болсо, анда R сан огу $\sigma_1(t)$ аймагы менен дал келерин байкайбыз.

$$\int \frac{\theta^{1/2}-1}{v} u_x\,dx = \int_{\sigma_1(t)} \frac{\theta^{1/2}-1}{v} u_x\,dx + \int_{\sigma_2(t)} \frac{\theta^{1/2}-1}{v} u_x\,dx = I_1 + I_2.$$

Ар бир $I_k\ (k=1,2)$ ны баалайбыз.

$$I_1 = \int_{\sigma_1(t)} \frac{\theta^{1/2}-1}{\sqrt{\theta-\ln\theta-1}} \sqrt{\theta-\ln\theta-1}\,\frac{\theta^{1/4}}{\theta^{1/4}}\frac{u_x}{v}\,dx \le$$

$$\le C_5 \frac{M_\theta^{1/4}(t)}{\min\limits_{\sigma_1(t)} v^{1/2}(x,t)} \left(\int(\theta-\ln\theta-1)dx\right)^{1/2} \left(\int \frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx\right)^{1/2} \le \frac{M_\theta^{1/4}(t)}{N_2^{1/2}} \left(\int \frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx\right)^{1/2}.$$

$\Omega_N = [N, N+1]$ кесиндисин карайбыз. $a_1(t),\ x \in \Omega_N$ чекиттерин алабыз, (3.4.8) ди эске алып.

$$\theta^{1/4}(x,t) = \theta^{1/4}(a_1(t),t) + \frac{1}{4}\int_N^{N+1} \frac{\theta_x}{\theta^{3/4}}\,dx \le C_2^{1/4} + \frac{1}{4}\left(\int_N^{N+1} \frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2} \left(\int_N^{N+1} v\,dx\right)^{1/2}.$$

Мындан (2.4.7) ни пайдаланып төмөндөгүнү алабыз

$$\max_{\Omega_N} \theta^{1/4}(x,t) \le C_2^{1/4} + \frac{1}{4} N_2^{1/2} \left(\int \frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx\right)^{1/2}. \qquad (3.4.17)$$

I_1 ге кайтып жана $0<\delta<1$ менен Кошинин жана Юнгдун барабарсыздыктарын колдонуп төмөнкүгө ээ болобуз

$$I_1 \le \left(\delta + \frac{1}{8}\right)\int \frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx + \frac{1}{8}\int \frac{\theta_x^2}{v\theta^{3/2}}dx + C_6.$$

Эми $\sigma_2(t)$ аймагын карайбыз. Коши, Юнг барабарсыздыктарын жана (3.4.7) ни колдонобуз.

$$\max_{\sigma_2(t)\cap\Omega_N} \theta^{1/4} \le C_2^{1/4} + \left(\int_N^{N+1} \frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2} \left(\int_N^{N+1} v\theta^{1/2}dx\right)^{1/2} \le C_7\left[1 + \left(\int_N^{N+1} \frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx\right)^{1/2}\right].$$

$$I_2 \le \frac{C_5 N_1^{1/2}}{N_7^{1/2}} \max_{\sigma_2(t)} \theta^{1/4}(x,t) \left(\int \frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx\right)^{1/2} \le \delta\int \frac{u_x^2}{v\theta^{1/2}}dx + C_\delta\left[\int \frac{\theta_x^2}{v\theta^2}dx + 1\right].$$

Мына бул барабарсыздыктын туура экендиги [78] ден бедгилүү.

$$\int \left(\theta^{1/2} - \ln\theta^{1/2} - 1 \right) dx \leq C_8 \int \left(\theta - \ln\theta - 1 \right) dx.$$

I_k үчүн баалоолорду (3.4.16) га коёбуз. Алынган барабарсыздыкты t боюнча интегралдайбыз. Айрым өзгөртүп түзүүлөрдөн кийин, $\delta < \frac{7}{16}$ ны тандоо менен жана теореманын шарттарын ошондой эле (3.4.5) баалоосун эске алып (3.4.14) тү келтирип чыгарабыз. 3.4.3-лемма далилденди.

3.4.4-ЛЕММА. *Теореманын шарттары аткарылган учурда төмөнкү баалоо туура болот*

$$M_{\mathrm{v}}(t) \leq N_{10}, \quad \forall t \in [0, T].$$

Далилдөө. [28] ге окшош мына бул баалоолор келтирилип чыгарылат:

$$M_\theta(t) \leq C_\varepsilon A(t) M_{\mathrm{v}}(t) + C_9, \qquad A(t) = \int \frac{\theta_x^2}{\mathrm{v}\theta^2} dx.$$

$$M_H^2(t) \leq C_{11} \left[\int \frac{\theta_x^2}{\mathrm{v}\theta^{3/2}} dx + \int \frac{H_x^2}{\mathrm{v}\theta^{1/2}} dx + 1 \right].$$

$$M_{\mathrm{v}}(t) \leq C_{12} \left[1 + \int_0^t \left(A(\tau) + M_H^2(\tau) \right) M_{\mathrm{v}}(\tau) d\tau \right].$$

Гронуолланын леммасын колдонуу, (3.4.5), (3.4.14) төрдү эске алуу менен салыштырма көлөмдүн жогору жагынан чектелгендигин берет. 3.4.4 – лемма далилденди.

Ушуга окшош ой жүгүртүү менен теореманы далилдөө үчүн зарыл болгон калган бардык априордук баалоолорду алууга болот. Жалгыздык стандарттык усул – мүмкүн болгон эки чечимдин айырмасы үчүн бир тектүү теңдемени түзүү менен көрсөтүлөт. Теорема толугу менен далилденди.

Эскертүү. (3.2.1) теңдемелер системасы үчүн (3.4.2), (3.4.3) баштапкы берилиштери менен болгон Коши маселеси, жылуулук өткөрүмдүүлүк коэффициенти температурадан $\lambda(\theta, \mathrm{v}) = \chi\theta$ же салыштырма көлөмдөн $\lambda(\theta, \mathrm{v}) = \chi\mathrm{v}, \ \chi = const > 0$ көз каранды болгон учурларда да бир маанилүү чечилет.

3-**Бап боюнча корутунду**

Бул бапта магниттик жана электрдик талааларды эске алуу менен илешкээк кысылуучу газдын чектелбеген аймактагы стационардык эмес бир ченемдүү кыймылы каралды. Баштапкы чектик маселелердин убакыт боюнча «бүтүндөй» бир маанилүү чечилиши далилденди. Өткөрүмдүү жана өткөрүмдүү эмес чек араларга, жылуулук өткөрүмдүүлүктүн туруктуу жана өзгөрмө коэффициентине ээ болгон маселелер, бир тектүү эмес (температура боюнча) чектик маселелер изилденди. Локалдык чечимди убакыттын бүткүл $(0,T),\ 0<T<\infty$ аралыгына улантууга мүмкүнчүлүк берүүчү глобалдык априордук баалоолор келтирилип чыгарылды.

ТЫЯНАКТАР

Бул диссертациялык иште газ динамикасынын сызыктуу эмес теңдемелери изилденди. Ар түрдүү моделдик маселелердин бир маанилүү чечилиш көйгөйү иликтенди.

Изилденген теңдемелердин системалары сызыктуу эмес жана курама типке ээ. Ушуга байланыштуу ар бир конкреттүү маселеге жекече ыкма жасоо зарылдыгы пайда болду. Негизги көңүл глобалдык априордук баалоолорду келтирип чыгарууга бурулду:

– Ортосунда химиялык реакция болуп өтүүчү газдардын эки компоненттүү аралашмасынын чектелбеген аймакта бир ченемдүү стационардык эмес агымын баяндоочу Коши маселесинин изделүүчү функциялар чексиздикте ар түрдүү пределдерге ээ болушкан учурда убакыт боюнча «бүтүндөй» бир маанилүү чечилиши далилденген.

– Контакттык үзүлүүгө ээ болгон жана чөйрөнүн көзөнөктүүлүгүн эсепке алуу менен газдардын чектелбеген аймакта болгон кыймылынын кубулуучу жана кубулбоочу теңдемелеринин жалпыланган чечимдеринин жашашы жана жалгыздыгы далилденген.

– Илешкээк жана кысылуучу газдын магниттик жана электрдик талааларды эсепке алуу менен чектелбеген аймакта болгон бир ченемдүү стационардык эмес кыймылын баяндоочу чектик маселелердин убакыт боюнча «бүтүндөй» бир маанилүү чечилиши далилденген.

– Өткөрүмдүү жана өткөрүмдүү эмес чек араларга (илешкээк газдын чектелген аймак боюнча агып өтүүсү), ошондой эле турактуу жана өзгөрмө жылуулук өткөрүмдүүлүк коэффициентине ээ болгон, андан башка бир тектүү эмес (температура боюнча) чектик маселелердин чектелген жана чектелбеген аймактарда «бүтүндөй» бир маанилүү чечилиши далилденген.

Алынган бардык жыйынтыктар жаңы болуп саналат.

АДАБИЯТТАР

1. Антонцев, С.Н. Математические вопросы динамики неоднородных жидкостей. [Текст] / С.Н. Антонцев, А.В Кажихов Новосибирск: Изд-во НГУ, 1973. - 121с.
2. Антонцев, С.Н. Краевые задачи мех. неоднор. жидкостей. [Текст] / С.Н. Антонцев, А.В. Кажихов, В.Н. Монахов. Новосибирск: Наука, 1983. - 319с.
3. Бай, Ши - и. Магнитная газодинамика и динамика плазмы. [Текст] / Бай Ши - и. М.: Мир, 1964. – 301с.
4. Белов, С.Я. О задаче протекания для системы уравнений одномерного движения вязкого теплопроводного газа [Текст] / С.Я. Белов Динамика сплошной среды. - Новосибирск, 1982. - Вып. 56. – С. 21-43.
5. Бортников, Ю.С. Электрогазодинамика. [Текст] / Ю.С. Бортников, И.Б. Рубашев. М.: Атомиздат, 1971. – 167 с.
6. Вайгант, В.А. Неоднородные граничные задачи для уравнений вязкого теплопроводного газа [Текст]/ В.А. Вайгант Мат. проблемы механики сплошных сред. - 1990. -Новосибирск. – С. 321.
7. Вайгант, В.А. О существований глобальных решений двумерных уравнений Навье-Стокса сжимаемой вязкой жидкости [Текст]/ В.А. Вайгант, А.В. Кажихов Сиб. мат. журн. - 1995. - Т. 36, -№ 6. – С. 1283-1316.
8. Вайсман, А.М Динамическая модель движения жидкости в пористой среде [Текст]/ А.М. Вайсман, М.А. Гольдштак Изв.АН СССР. Сер. мех. жидкости и газа. - 1978. № 6, – С.89-95.
9. Ватажин, А.Б. Электрогазодинамические течения. [Текст]/ А.Б. Ватажин, В.И. Грабовский, В.А. Лихтер, В.И. Шульгин - М.: Наука, 1983. – 344 с.
10. Верещегин, И.П. Основы электрогазодинамики дисперсионных систем. [Текст]/ И.П. Верещегин, В.И. Левитов, Г.З. Мирзабекян, М.М. Пашин М.: Энергия, 1974. – 480 с.
11. Вольперт, А.И. О задаче Коши для составных систем нелинейных дифференциальных уравнений [Текст]/ А.И. Вольперт, С.И. Худяев -Мат. сб. - 1972. - Т. 87, -№ 4. – С. 504-528.

12. Гиршфельдер, Дж. Молекулярная теория газов и жидкостей. [Текст]/ Дж. Гиршфельдер, Ч. Кертисс, Р Берд - М.: ИЛ. - 1961. - 263с.
13. Искендерова, Д.А. О стабилизации решений начально-краевой задачи для уравнений нестационарного течения реагирующей смеси газов [Текст]/ К.Б. Есекеев, М.Ж. Есекеева, Д.А. Искендерова. Вестн. Казахск. гос. нац. ун-та. Сер. мат. мех. информатики. - 1996. - № 4. – С. 49-55.
14. Искендерова, Д.А. О задаче Коши для уравнений нестационарного течения реагирующей смеси газов [Текст]/ К.Б. Есекеев, М.Ж. Есекеева, Д.А. Искендерова. Там же. - 1997. - № 7. – С.178-180.
15. Искендерова, Д.А. Задача Коши для уравнений вязкого теплопроводного газа с вырождающейся плотностью [Текст]/ Д.А. Искендерова, Ш.С. Смагулов -Вест. выч. мат. и мат. физ. - 1993. - Т. 33, -№ 8. – С. 1251–1259.
16. Искендерова, Д.А. Движение с контактным разрывом в реагирующей смеси газов [Текст]/ Д.А. Искендерова Докл. Мин. Науки - Акад. наук Республики Казахстан. - 1998. - № 1. – С. 49-54.
17. Искендерова Д.А. Задача Коши для уравнений течения реагирующей смеси газов // Вестн. Казк. ГНУ. Сер. мат. мех. инф. – 1998. – № 9. – С.77–92.
18. Искендерова, Д.А. Корректность задачи течения реагирующей смеси газов в магнитном поле [Текст]/ Д.А. Искендерова Там же. - 1998. - № 11. – С. 40-52.
19. Искендерова, Д.А. Задача о течении реагирующей смеси газов с вырождающейся плотностью [Текст]/ Д.А. Искендерова. Вестн. Казахск. гос. нац. ун-та. Сер. мат., мех. информ. - 1999. - № 1 (15). – С. 17-23.
20. Искендерова, Д.А. Начально-краевая задача для уравнений магнитной газовой динамики с вырождающейся плотностью [Текст]/ Д.А. Искендерова Дифф. уравнения - 2000. Т. 36, -№ 6. – С.765-773.
21. Искендерова, Д.А. Задача Коши для уравнений двухкомпонентной смеси газов [Текст]/ Д.А. Искендерова Пробл.математики и информатики в XXI веке: Тр. Междунар. науч. конф. / Вестн. Кыргызск. гос. нац. ун-та. Сер.3. Естественно-техн.науки. - 2000. - Вып. 4. – С. 200-205.

22. Искендерова, Д.А. Задача Коши для вырождающихся уравнений реагирующей смеси газов [Текст]/ Д.А. Искендерова Вестн. Мин. образования и науки, НАН Республики Казахстан. - 2001. - № 2. – С. 46-54.
23. Искендерова, Д.А. Об одной модели двухкомпонентной смеси газов с вырождающейся плотностью [Текст]/ Д.А. Искендерова Вестн. Казахск. гос. нац. ун-та. Сер. мат., мех. , информатики. - 2001. - № 2 (25). - С. 80-85.
24. Искендерова, Д.А. Локальная разрешимость краевой задачи для урав. магн. газ. дин. [Текст]/ Д.А. Искендерова Там же. - 2001. - № 3 (26) – С. 56-61.
25. Искендерова, Д.А. Локальная разрешимость задачи Коши для урав. магн. газ. динам. [Текст]/ Д.А. Искендерова Там же. - 2001. - № 3 (26) – С. 62–67.
26. Искендерова, Д.А. Локальная разрешимость вырождающихся уравнений магнитной газовой динамики [Текст]/ Д.А. Искендерова Изв. НАН Кыргызской Республики. - 2001. - № 1-2. – С. 11–17.
27. Искендерова, Д.А. О задаче Коши для одной модели магнитной газовой динамики [Текст]/ Д.А. Искендерова Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. - Бишкек: Илим, 2001. - Вып. 30. – С.226-231.
28. Искендерова, Д.А. Задача с неоднородными граничными условиями для уравнений реагирующей смеси газов [Текст]/ Д.А. Искендерова Проблемы математического моделирования и информационных технологий: Док. Междунар. науч. конф. - 2001. – С.140-144.
29. Искендерова, Д.А. Задача Коши для вырождающихся урав. магн. газ. дин. /[Текст]/ Д.А. Искендерова, С.Тажикбаева Математ. журнал. Ин-т матем-ки и мат. моделирования МОН РК. - Алмата. 2012, т.12, № 4(46). – С. 67-79.
30. Искендерова, Д.А. Разрешимость уравнений реагирующей смеси газов в неограниченной области [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Труды VI сов. Рос.-Казах. раб. гр. по выч. и инф. техн. - Алматы. 2009.– С. 183-190.
31. Искендерова, Д.А. Movement of reacting gas mixture with contact discontinuity [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Reports of the third cong. of the world math. society of Turkic countries. – Almaty. 2009. Volume 1.-С.308-315.

32. Искендерова, Д.А. Об одной задаче Коши для вырождающихся уравнений реагирующей смеси газов. [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Вестник Кырг. гос. ун-та им. Арабаева - 2010. № 4.–С. 260-267.
33. Искендерова, Д.А. Задача Коши для уравнений реагирующей смеси газов в пористой среде. [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Вестник Кырг.-Российск. Славянск. ун-та. - 2010. Т.10. -№ 9. –С.163-166.
34. Искендерова, Д.А. Задача Коши для модели реагирующей смеси газов в пористой среде. [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Вестник Казахск. нац. ун-та. - 2011. -№ 1 (68). –С. 57-63.
35. Искендерова, Д.А. Movement of reacting gas mixture with contact discontinuity in porous medium. [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Вестник Евразийск. нац. ун-та. Астана - 2011. -№ 2 (81). - С.28-35.
36. Искендерова, Д.А. Локальная разрешимость краевой задачи для уравнений реагирующей смеси газов. [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Вестник Ошского гос. универстита. - 2015. -№1 -С. 192-198.
37. Искендерова, Д.А. Разрешимость одной модели магнитной электрогазодинамики. [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Приволжский научный вестник. -2016. –С. 8-15.
38. Искендерова, Д.А. Problem with inhomogeneous boundary values for the equations of mag. electrogazdinamik. [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Third Inter. conf. on anal. and Applied Math. - Almaty 2016.–P.144.
39. Искендерова, Д.А. Неоднородная задача для урав. магн. газовой дин. с учетом электр. поля. [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Известия КГТУ им. И.Раззакова. - Бишкек, 2016. -№ 3 (39), часть 1, – С. 108-116.
40. Искендерова, Д.А. Краевая задача для уравнений магнитной газовой динамики с учетом электрического поля. [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Инновации в науке. - СибАК. 2016. – С. 22-35.
41. Искендерова, Д.А. Разрешимость неоднородной задачи для урав. магн. электрогазодинамики [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. Проб. современной науки и образования. – Иваново, РФ, 2017- № 8 (90) – С. 6-12.

42.Искендерова, Д.А. Разрешимость модели магнитной электрогазодинамики в неограниченной области [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. // Наука и образование: новое время - Чебоксары, РФ, 2017 -№ 5. –С. 8-12.
43.Искендерова, Д.А. Задача Коши для урав. магн. газовой динам. с учет. электр. поля [Текст]/ Д.А. Искендерова, А.М. Токторбаев. // Актуальные проблемы современной науки - Спутник+, М. РФ, 2017 -№ 6. –С.17-22.
44.Канель, Я.И. Об одной модельной системе уравнений одномерного движ. газа [Текст]/ Я.И. Канель, Диф.урав. - 1968. - Т.4, -№ 4. – С. 721-734.
45.Канель, Я.И. О задаче Коши для уравнений газовой динамики с вязкостью [Текст]/ Я.И. Канель, Сиб. мат. журн. - 1979. - Т.20, -№ 2. – С. 293-306.
46.Кажихов, А.В. О стабилизации решений начально - краевой задачи для уравнений баротропной вязкой жидкости [Текст]/ А.В. Кажихов, Дифференц. уравнения. - 1979. - Т.15, № 4. – С. 662-667.
47.Кажихов, А.В. К теории краевых задач для уравнений одномерного нестационарного движения вязкого теплопроводного газа. Динам. сплошной среды. [Текст]/ А.В. Кажихов, - Новосибирск, 1981. - Вып.50. – С. 37-62.
48.Кажихов, А.В. О задаче Коши для уравнений вязкого газа [Текст]/ А.В. Кажихов, Сиб. мат. журн. - 1982. - Т. 23, -№ 1. – С. 60-64.
49.Кажихов, А.В., Корректность начально-краевой задачи для модельной системы урав. многокомпонентной смеси [Текст]/ А.В. Кажихов, А.Н. Петров. Динам. сплошной среды. - Новосибирск, 1978. - Вып. 35. – С. 61-73.
50.Кажихов, А.В. Корректность и приближенные методы для модели магнитной газовой динамики [Текст]/ А.В. Кажихов, Ш.С. Смагулов. Изв. АН КазССР. Сер. физ. - мат. - 1986. - № 6. - С. 82-84.
51.Кобельков, Г.М. О методах решения уравнений Навье-Стокса [Текст]/ Г.М. Кобельков Докл. АН СССР. - 1978. -Т. 243, -№ 4. – С. 843-846.
52.Конысбаев, Ж.Е. О корректности начально-краевой задачи магнитной газодинамики с вырождающейся плотностью [Текст]/ Ж.Е. Конысбаев, Изв. АН КазССР. Сер. физ.- мат. - 1988. - № 1. – С. 63-68.

53. Копылова, Н.Т. Стабилизация решений нестационарной задачи электрогазодинамики в случае вязкого теплопроводного газа [Текст]/ Н.Т. Копылова, Мат. структуры и моделирование. - 2004, вып.13, -С. 53-61.
54. Кошанов, Б.Д. Глобальная разрешимость краевых задач для уравнений движения МГД с цилиндрической и сферической симметрией [Текст]/ Б.Д. Кошанов, Г.Д. Сматова, Т.Б. Утеев. Сиб. жур. чист. и прикл. матем., Новосибирск. - 2016. - Т. 16, -№ 2. – С. 41-49.
55. Кошанов, Б.Д. Глобальная разрешимость уравнений движения МГД с цилиндрической и сферической симметрией [Текст]/ Б.Д. Кошанов, Тез. Докл. Международной научной конференции "Дифференциальные уравнения и математическое моделир.". - Улан-Удэ, 2015. – С. 162-163.
56. Крайко, А.Н. Механика многофазных сред. В кн.: «Итоги науки и техники». Серия «Гидромеханика», [Текст]/ А.Н. Крайко, Р.Н. Нигматулин, В.К. Стариков, Л.Е. Стерник т.6 1972. –С. 93.
57. Кузнецов, Б.Г. О скорости сходимости решений одной системы уравнений с малым параметром к решениям уравнений Навье-Стокса [Текст]/ Б.Г. Кузнецов, Ш. Смагулов. Мат. модели течений жидкости. - Новосибирск: Ин-т теор. и прикл. механики СО АН СССР, 1978. – С. 158-175.
58. Ладыженская, О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. [Текст]/ Ладыженская О.А.- М.: Наука, 1970. - 288с.
59. Ладыженская, О.А. О сходящихся разностных схемах для уравнений Навье-Стокса [Текст]/ О.А. Ладыженская, В.Я. Ривкинд. Численные методы механики сплошной среды. - 1971. - Т. 2, № 1. – С. 55-73.
60. Ладыженская, О.А. Линейные и квазилинейные уравнения элиптического типа. [Текст]/ О.А. Ладыженская, Н.Н. Уральцева - М.: Наука, 1964. - 538с.
61. Ладыженская, О.А. Линей и квазилин. урав. парабол. типа. [Текст]/ О.А. Ладыженская, В.А. Солонников, Н.Н. Уральцева - М.: Наука, 1967. - 736с.
62. Ладыженская, О.А. Шестая проблема тысячелетия: уравнения Навье–Стокса, существование и гладкость [Текст]/ О.А. Ладыженская, Успехи математических наук. - 2003. - Т. 58, № 2 (350). – С. 45 - 78.

63. Лионс, Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. [Текст]/ Ж.Л. Лионс, - М.: Мир,1972. – 587с.
64. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа. [Текст]/ Л.Г. Лойцянский, – М.: Наука, 1987. – 904 с.
65. Нигматуллин, Р.И. Динамика многофазных сред [Текст]/ Р.И. Нигматуллин, Т.1. -с 464 с. Т. 2. - с 360 с. М.: Наука, 1970. – 904 с.
66. Осколков, А.П. Об одной квазилинейной параболической системе с малым параметром, аппроксимирующей систему уравнений Навье-Стокса [Текст]/ А.П. Осколков, Записки науч. семинаров ЛОМИ / Мат. ин-т им. В.А.Стеклова. Ленингр.отд-ние. - 1971. - Т.21. – С.79-103.
67. Осколков, А.П. О некоторых сходящихся разностных схемах для уравнений Навье-Стокса [Текст]/ А.П. Осколков, Тр. мат. ин-та им. В.А.Стеклова АН СССР. – 1973. – Т.12. – С.164–172.
68. Отелбаев, М. Существование сильного реш. урав. Навье-Стокса [Текст]/ М. Отелбаев, Мат. жур. (Алматы), - Алмата-2013. - Т. 13, № 4 (50). - С. 5 - 104.
69. Отелбаев, М. Примеры не сильно разрешимых в целом урав. типа Навье–Стокса [Текст]/ М. Отелбаев Мат. заметки. - 2011. - Т. 89, № 5. – С. 771 - 779.
70. Петров, А.Н. Корректность начально-краевых задач для одномерных урав. взаимопроникающего движения совершенных газов [Текст]/ А.Н. Петров, Динамика сплошной среды. - Новосибирск, 1982. - Вып. 56. – С.105-121.
71. Петров А.Н. Краевые задачи для урав. одном. нестац. течения реагирующей смеси газов [Текст]/ А.Н. Петров, там же. - 1993. - Вып.107. – С.112-123.
72. Рождественский, Б.Л., Сис. квазилинейных урав. и их применения к газовой динам. [Текст]/ Б.Л. Рождественский, Н.Н. Яненко. - М.: Наука, 1978. – 667с.
73. Рысбаев, Б.Р., Смагулов Ш.С. О сходящихся разностных схемах для уравнений вязкого газа [Текст]/ Б.Р. Рысбаев, Ш.С. Смагулов. Докл.АН СССР. - 1988. - Т.287, № 3. – С. 558-559.
74. Седов, Л.И. Механика сплошной среды: [Текст]/ Л.И Седов, В 2 т. - М.: Наука, 1973. - Т.1. – 536с.

75. Смагулов, Ш.С. О корректности некоторых задач для уравнений магнитной гидродинамики [Текст]/ Ш.С. Смагулов, Мат. модели течений жидкости. – Новосибирск: Ин-т теор. и прикл. мех. СО АН СССР, 1978. - С. 257–266.
76. Смагулов, Ш. Об одном варианте аппроксимации уравнений Навье-Стокса [Текст]/ Смагулов, Ш.С. Дифференц. уравнения в частных производных. - Новосибирск: Наука, 1980. – С.57-62.
77. Смагулов, Ш.С. О корректности начально-краевой задачи для урав. вязкого теплопроводного газа с вырожд. плотностью [Текст]/ Ш.С. Смагулов, Ж.Е. Конысбаев, Динамика сплошной среды. - 1989. - Вып. 93, 94. – С.119-130.
78. Смагулов, Ш.С. Движение с контактным разрывом в неограниченной области. [Текст]/ Ш.С. Смагулов, Б.Т. Жумагулов, Д.А. Искендерова - Алматы, 1992. – 27с. – (Препринт / Инж. Акад. Республики Казахстан; № 2).
79. Смагулов, Ш.С. Задачи Коши для уравнений магнитной газовой динамики [Текст]/ Ш.С. Смагулов, А.А. Дурмагамбетов, Д.А. Искендерова Дифференц. уравнения. - 1993. - Т.29, № 2. – С. 337-348.
80. Смагулов, Ш.С. Математ. вопросы модели магнитной газовой динамики. [Текст]/ Ш.С. Смагулов, Д.А. Искендерова - Алматы: Гылым, 1997. – 166с.
81. Соболев, С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. [Текст]/ С.Л. Соболев, – М.: Наука, 1988. – 333с.
82. Соболевский, П.Е. Об одной ε - аппроксимации уравнений Навье-Стокса. [Текст]/ П.Е.Соболевский, В.В. Васильев - Новосибирск, 1997. – 20с. - (Препринт / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т математики; № 055(02).5).
83. Солонников, В.А. Оценки решений нестационарной системы Навье-Стокса [Текст]/ П.Е.Соболевский, Там же. - 1973. - Т.7. – С. 152-231.
84. Солонников, В.А. О разрешимости начально-краевой зад. для урав. движ. вязкой сжимаемой жид. [Текст]/ П.Е. Соболевский, Зап. науч. сем. ЛОМИ / Мат. ин-т им. В.А.Стеклова. Ленингр.отд-ние. – 1976. - Т.56. – С. 128-142.
85. Токторбаев, А.М. Разрешимость одной модели реагирующей смеси газов. [Текст]/ А.М. Токторбаев Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. - Бишкек, 2010, Серия 5 Выпуск 4 С. 29-34.

86. Токторбаев, А.М. Локальная разрешимость задачи Коши для уравнений реагирующей смеси газов. [Текст]/ А.М. Токторбаев Вестник ОшГУ №3-2012 выпуск III –С.142-147.
87. Токторбаев, А.М. Существование обощенного решения задачи Коши для вырождающихся урав. реагирующей смеси газов. [Текст]/ А.М. Токторбаев. Вестник КазНУ им. Аль-Фараби. Алматы. 2009 -№ 2 (61) –С. 79-88.
88. Тунгатаров, Н.Н. Оценки на производные решения разностной схемы для модели движения вязкого теплопроводного газа в электрическом поле [Текст]/ Н.Н. Тунгатаров, Л.М. Даирбаева. Вестник КазГУ. – Алмата, 2000. - № 4 (23). – С. 98-110.
89. Тунгатаров, Н.Н. Сходимость и устойчивость разностной схемы для модели движения вязкого теплопроводного газа в электрическом поле [Текст]/ Н.Н. Тунгатаров, Там же. - Алмата, 2000. - № 4(23). – С. 111-122.
90. Тупчиев, В.А. О разрешимости в целом задачи Коши для системы урав. газ. динамики, описыв. баротропное пространств. течение [Текст]/ В.А. Тупчиев, Журн. выч. мат. и мат.физ - 1996. - Т. 36, № 7. - С. 161-173.
91. Файзуллина, Н.Т. О разрешимости краевой задачи для уравнений электрогазодинамики [Текст]/ Н.Т. Файзуллина, Динамика сплошной среды. - Новосибирск, 1989. – Вып.91. – С. 135–148.
92. Файзуллина, Н.Т. Корректность краевой задачи электрогазодинамики для модели вязкого теплопроводного газа [Текст]/ Н.Т. Файзуллина, Там же. – 1990. - Вып. 97. – С. 124-145.
93. Файзуллина, Н.Т. Оглобальной разрешимости и стабилизации решений краевой задачи электрогазодинамики для уравнений баротропного газа [Текст]/ Н.Т. Файзуллина, Корректные краевые задачи для неклассических уравнений. - Новосибирск,1990. – С. 44-51.
94. Хартман, Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. [Текст]/ Ф, Хартман, – М.: Мир, 1970. – 720с.

95.Шелухин, В.В. Однозначная разрешимость задачи о движении поршня в вязком газе [Текст]/ В.В. Шелухин Динамика сплошной среды. – Новосибирск, 1977. - Вып. 31. – С. 132-150.
96.Шелухин, В.В. Движение с контактным разрывом в вязком теплопроводном газе [Текст]/ В.В. Шелухин Там же. - 1982. - Вып. 57. – С. 131-152.
97.Шелухин, В.В. Об одном сдвиговом течении вязкой сжимаемой жидкости [Текст]/ В.В. Шелухин Пр. мех. и тех. физика. - 1996. - Т. 37, № 4. – С. 50-56.
98.Яненко, Н.Н. On the approximation of the Navier-Stocks Equation for an Incompressible Fluid Evolutionary – Ture Equation. Numerical method in Fluid Din. [Текст]/ Н.Н. Яненко, Б.Г. Кузнецов, Ш. Смагулов - М.: Mir, 1985. – 30p.
99.Koshanov, B.D. On solvability of boundary value problem of magnetic gas dynamics with cylindric and spherical symmetries [Текст]/ B.D. Koshanov, G.D, Smatova AIP Conference Proceedings. - 2016. – P. 152.
100. Hopf, E. Ein allgemeiner Endlichkeitsatz der Hydrodynamic [Текст]/ E. Hopf Math. Ann. - 1941. - Vol.117. – P. 764-775.
101. Itaya, N. The existence and uniqueness of the solution of the equations describing compressible viscous fluid flow [Текст]/ N. Itaya // Proc. Jap. Acad. – 1970. - Vol.46, N 4. – P. 379-382.
102. Itaya, N. On the temporally global problem of the generalized Burgers equation [Текст]/ N. Itaya // J. math. Kyoto Univ. - 1974. - Vol.14, N 1. – P. 129-177.
103. Lerey, J. Etude de diverses equations, integrales non-lineceire et de quelques problemes que posent l’Hydrodynamique [Текст]/ J. Lerey, // J. math. pures et appl. - 1933. - T.35, N 12. – P. 1-82.
104. Lerey, J. Sur le mouvement d’un liquide visqueux emplissant l’espase [Текст]/ J. Lerey // Acta math. - 1934. - Vol.63. – P. 193-248.
105. Matsumura, A. Ihe initial value problem for the eguations of motion of viscous and heat-conductive gases [Текст]/ A. Matsumura, T. Nishida // J. math. Kyoto Univ. - 1980. - Vol. 20, N 1. – P. 67-104.

106. Matsumura, A. Initial - boundary value problem for the equations of motion of compressible viscous fluids [Текст]/ A. Matsumura, T. Nishida // Contemp. math. - 1983. - N 17. – P. 109 - 116.

107. Nash, J. Ze problem de Cauchy pour les equations diff. d’un fluide general [Текст]/ J. Nash // Bull. Soc. Math. France. - 1962. - T. 90, N 4. – P. 487-497.

108. Serrin, J. On the uniqueness of compressible fluid motions [Текст]/ J. Serrin // Arch. ration. mech. and anal. - 1959. - Vol. 3, N 3. – P. 271-299.

109. Smagulov, Sh. The Cauchy problem for the equations of magneto-gas dynamics [Текст]/ Sh. Smagulov, A.A. Durmagambetov, J.A. Iskenderova // Different. Equations. - New York, 1993. - Vol.29, No. 2. – P.278-288.

110. Tani, A. On the first initial - boundary value prob. of the gener. Burgers eq. [Текст]/ A. Tani // Publ. Res. Inst. math. Sci. -1974. - Vol.10, N 1. – P. 209-233.

111. Tani, A. On the first initial - boundary value problem of compressible viscous fluid motion [Текст]/ Tani // Ibid. - 1977. - Vol.13, N 1. – P. 193-253.

112. Temam, R. Une meth. d’appraximation de la solution des eq. de Navier-Stocks [Текст]/ R. Temam // Bull.Soc. Math. France. – 1968. – T. 96. – C. 115–152.