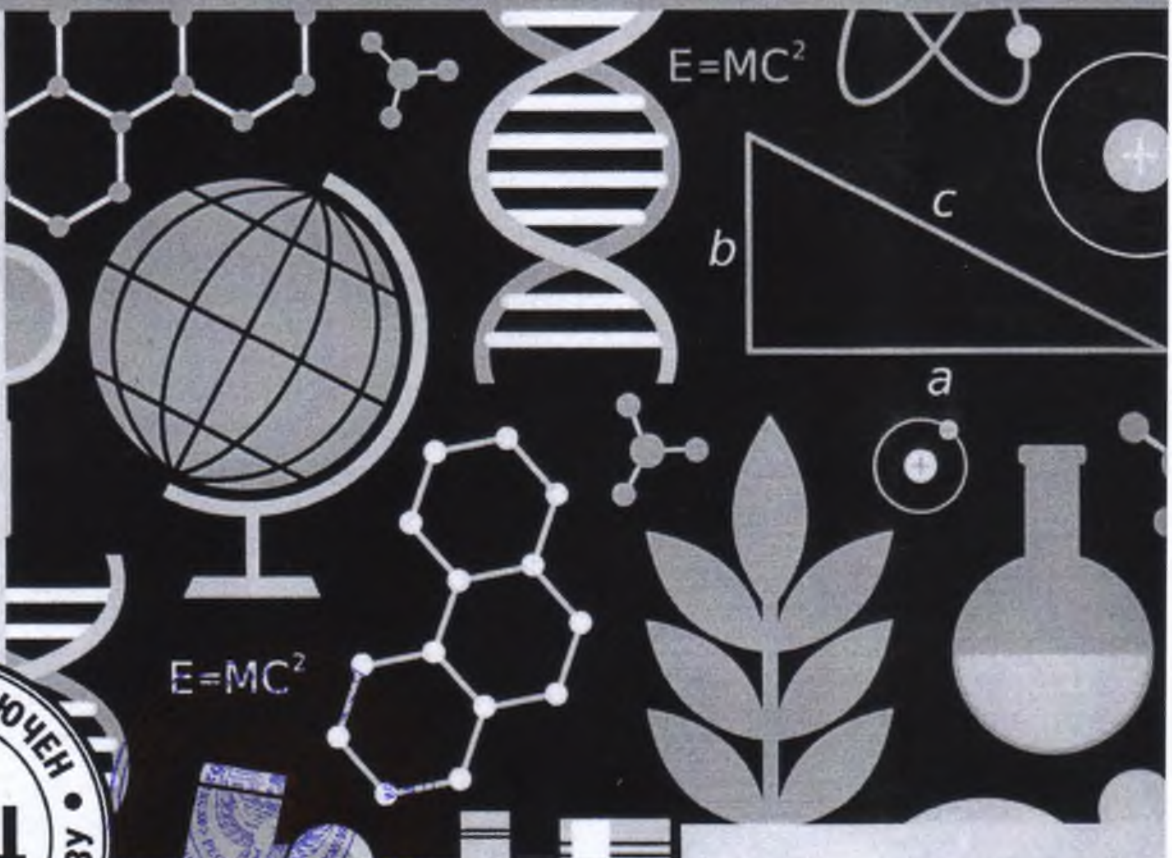
ISSN 2309-3560
9 772309 356546

СибАК
www.sibac.info

СБОРНИК СТАТЕЙ ПО МАТЕРИАЛАМ XLII МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

ЕСТЕСТВЕННЫЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ



СБОРНИК ВКЛЮЧЕН В НАУКОМЕТРИЧЕСКУЮ БАЗУ РИНЦ

Копия верна
Ученый секретарь
Байсубанов М.

№ 5(40)

г. НОВОСИБИРСК, 2016

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЙ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА 111
Аширбаева Айжаркын Жоробековна
Мамазиаева Эльмира Амановна

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С НЕКЛАССИЧЕСКИМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ 124
Молдояров Уларбек Дуйшобекович

О ЗАДАЧЕ СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА 131
Молдояров Уларбек Дуйшобекович

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА 138
Саадалов Толонбай Ысманович

ДВУХСКОРОСТНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА БОЛЬЦМАНА-МАКСВЕЛЛА С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ 145
Омуров Таалайбек Дардайылович
Туганбаев Марат Мансурович
Талантбеков Аскар Талантбекович

ОСЦИЛЛЯЦИЯ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ С КОНЕЧНЫМИ РАЗНОСТЯМИ р-ПРОИЗВОЛЬНОГО НЕЧЕТНОГО ПОРЯДКОВ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ОПЕРАТОРОМ 162
Темиров Бекжан Кайыпбекович
Бараталиев Керим Бараталиевич
Сапарова Айнура Батыралиевна

Физика 172

Секция «Биомеханика» 172

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ТЕППИНГРАММ 172
Гавриленко Тарас Владимирович
Горбунов Дмитрий Владимирович
Самсонов Илья Николаевич
Курманов Ильяс Гайдарович

Список литературы:

1. Аширбаева А.Ж., Мамазиаева Э.А. Решение нелинейного операторно-дифференциального уравнения в частных производных второго порядка методом дополнительного аргумента // Вестник Кыргызско-Российского славянского университета. – Бишкек. – 2015. – Т. 15, Вып. 5. – С. 61–64.
2. Иманалиев М.И. Нелинейные интегро-дифференциальные уравнения с частными производными. – Бишкек: Илим, 1992. – 112 с.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С НЕКЛАССИЧЕСКИМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ

Молдояров Уларбек Дуйшобекович

ст. преподаватель кафедры ИТАС,
Ошский государственный университет,
Кыргызская Республика, г. Ош,
E-mail: ular_osh@list.ru

BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THIRD ORDER WITH NONCLASSICAL BOUNDARY CONDITIONS

Ularbek Moldoyarov

senior lecture, Chair of Information Technolog y
and Automatization System Osh State University,
Kyrgyzstan, Osh

АННОТАЦИЯ

Методом сжатых отображений доказана разрешимость краевой задачи для нелинейного уравнения в частных производных третьего порядка с неклассическим граничным условием.

ABSTRACT

The method of contraction mapping proved the solvability of boundary value problem for nonlinear partial differential equations of the third order with nonclassical boundary condition.

Копия верна
Ученый секретарь
ОшГУ
Байсубанов Н.

Ключевые слова: краевая задача, неклассическое граничное условие, нелинейное уравнение, принцип сжатых отображений, интегро-дифференциальное уравнение.

Keywords: boundary value problem, non-classical boundary condition, nonlinear equation, the contraction mapping principle, integral-differential equation.

Краевые задачи с неклассическими граничными условиями для параболического уравнения с двумя независимыми переменными рассмотрены в работах [2; 3; 8]. Такого рода условия встречаются при изучении диффузии частиц в турбулентной плазме [2], в процессах распространения тепла в стержне, когда задана сумма тепловой энергии [3; 8]. Различные нелокальные задачи с интегральными краевыми условиями рассмотрены также в работах [1; 4–7].

В работе рассматривается краевая задача для нелинейного уравнения в частных производных третьего порядка с неклассическим граничным условием.

В области $D = \{(x, y): 0 < x < \ell,\ 0 < y < h\}$ рассмотрим уравнение

$$u_{xxy}(x, y) = F(x, y, u(x, y), u_x(x, y), u_y(x, y), u_{xx}(x, y), u_{xy}(x, y)), \quad (1)$$

где: F – заданная функция.

Задача 1. Найти в D решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям

$$\int_0^{\chi(y)} T(x, y)u(x, y)dx = E(y), \quad u(\ell, y) = \phi(y), \quad 0 \le y \le h, \quad (2)$$

$$u(x, 0) = \tau(x),\ 0 \le x \le \ell, \quad (3)$$

где: $T(x, y),\ E(y),\ \phi(y),\ \tau(x),\ \chi(y)$ – заданные функции.

Решение задачи 1 будем искать в классе функций $U = \{u(x, y): u(x, y) \in\ \in C^1(\bar{D})\quad u_{xx}, u_{xy} \in C(\bar{D}), u_{xxy} \in C(D)\}$. Сделаем следующие предположения относительно заданных функций:

1) $\chi(y),\ E(y),\ \phi(y) \in C^1[0, h],\ \tau(x) \in C^2[0, \ell],\ 0 < \chi(y) \le \ell$;

2) $T(x, y), T_y(x, y) \in C(\bar{D}), \quad \int_0^{\chi(y)} (x - \ell)T(x, y)dx \ne 0$;

3) $F(x,y,u,p,q,z,s)\in C(D\times R^5)$, $\max\left|F(x,y,u,p,q,z,s)\right|\le H)$,

R^5 – пятимерное пространство переменных (u,p,q,z,s);

4) $$\begin{aligned}&\left|F(x,y,u,p,q,z,s)-F(x,y,\overline{u},\overline{p},\overline{q},\overline{z},\overline{s})\right|\le\\&\le L\left(\left|u-\overline{u}\right|+\left|p-\overline{p}\right|+\left|q-\overline{q}\right|+\left|z-\overline{z}\right|+\left|s-\overline{s}\right|\right)\end{aligned};$$

5) $$\int\limits_0^{\chi(0)}T(x,0)\tau(x)dx=E(0)\ ,\ \tau(\ell)=\phi(0).$$

Нетрудно заметить, что задача (1) – (3) эквивалентна интегро-дифференциальному уравнению

$$\begin{aligned}u(x,y)=u_0(x,y)&+\int\limits_0^x d\xi\int\limits_0^y T_1(x,\xi)F(\xi,\eta,u,u_\xi,u_\eta,u_{\xi\xi},u_{\xi\eta})d\eta+\\&+\int\limits_0^{\chi(y)}d\xi\int\limits_0^y T_2(x,y,\xi)F(\xi,\eta,u,u_\xi,u_\eta,u_{\xi\xi},u_{\xi\eta})d\eta+\\&+\int\limits_0^{\ell}d\xi\int\limits_0^y T_3(x,y,\xi)F(\xi,\eta,u,u_\xi,u_\eta,u_{\xi\xi},u_{\xi\eta})d\eta,\end{aligned}\tag{4}$$

$u_0(x,y)=\Phi(x,y)+(x-\ell)$

где: $$\left[E(y)-\int\limits_0^{\chi(y)}T(s,y)\Phi(s,y)ds\right]\left[\int\limits_0^{\chi(y)}(s-\ell)T(s,y)ds\right]^{-1},$$

$$\Phi(x,y)=\tau(x)+\phi(y)-\tau'(0)(x-\ell)-\tau(\ell),$$

$$T_1(x,\xi)=x-\xi,$$

$$T_2(x,y,\xi)=(\ell-x)\int\limits_\xi^{\chi(y)}(s-\xi)T(s,y)ds\left[\int\limits_0^{\chi(y)}(s-\ell)T(s,y)ds\right]^{-1},$$

$$T_3(x,y,\xi)=\xi-\ell-(x-\ell)\int\limits_0^{\chi(y)}(\ell-\xi)T(s,y)ds\left[\int\limits_0^{\chi(y)}(s-\ell)T(s,y)ds\right]^{-1}.$$

Непосредственной проверкой убеждаемся в том, что функция $u(x,y)$, определяемая из (4) удовлетворяет уравнению (1). Полагая $y=0$ в (4) и учитывая условия согласования 5) имеем, что $u(x,0)=u_0(x,0)=\tau(x)$. Полагая $x=\ell$ в (4) и с учетом равенства $T_2(\ell,y,\xi)=0,\ u_0(\ell,y)=\phi(y)$ имеем, что $u(\ell,y)=\phi(y)$. И наконец, умножим на $T(x,y)$ обе части уравнения (4) и интегрируем полученное равенство от 0 до $\chi(y)$. Тогда слагаемые, содержащие функцию F, взаимно уничтожаются. Если учесть, что $\int\limits_0^{\chi(y)} T(x,y)u_0(x,y)dx = E(y)$, то в правой части равенства остается, лишь $E(y)$. Тем самым доказывается выполнение первого условия (2).

Найдя производные u_x, u_y, u_{xx}, u_{xy} из (4) имеем

$$
\begin{aligned}
u_x(x,y) = u_{0x}(x,y) &+ \int\limits_0^x d\xi \int\limits_0^y F(\xi,\eta,u,u_\xi,u_\eta,u_{\xi\xi},u_{\xi\eta})d\eta + \\
&+ \int\limits_0^{\chi(y)} d\xi \int\limits_0^y T_{2x}(x,y,\xi)F(\xi,\eta,u,u_\xi,u_\eta,u_{\xi\xi},u_{\xi\eta})d\eta + \\
&+ \int\limits_0^\ell d\xi \int\limits_0^y T_{3x}(x,y,\xi)F(\xi,\eta,u,u_\xi,u_\eta,u_{\xi\xi},u_{\xi\eta})d\eta,
\end{aligned} \tag{5}
$$

$$
\begin{aligned}
u_y(x,y) &= u_{0y}(x,y) + \int\limits_0^x T_1(x,\xi)F(\xi,y,u,u_\xi,u_y,u_{\xi\xi},u_{\xi y})d\xi + \\
&+ \int\limits_0^{\chi(y)} T_2(x,y,\xi)F(\xi,y,u,u_\xi,u_y,u_{\xi\xi},u_{\xi y})d\xi + \\
&+ \int\limits_0^\ell T_3(x,y,\xi)F(\xi,y,u,u_\xi,u_y,u_{\xi\xi},u_{\xi y})d\xi, \\
&+ \int\limits_0^{\chi(y)} d\xi \int\limits_0^y T_{2y}(x,y,\xi)F(\xi,\eta,u,u_\xi,u_\eta,u_{\xi\xi},u_{\xi\eta})d\eta + \\
&+ \int\limits_0^\ell d\xi \int\limits_0^y T_{3y}(x,y,\xi)F(\xi,\eta,u,u_\xi,u_\eta,u_{\xi\xi},u_{\xi\eta})d\eta,
\end{aligned} \tag{6}
$$

$$
u_{xx}(x,y) = u_{0xx}(x,y) + \int\limits_0^y F(x,\eta,u,u_x,u_\eta,u_{xx},u_{x\eta})d\eta; \tag{7}
$$

$$
\begin{aligned}
u_{xy}(x,y) &= u_{0xy}(x,y) + \int_0^x F(\xi, y, u, u_\xi, u_y, u_{\xi\xi}, u_{\xi y})d\xi + \\
&+ \int_0^{\chi(y)} T_{2x}(x,y,\xi) F(\xi, y, u, u_\xi, u_y, u_{\xi\xi}, u_{\xi y})d\xi + \\
&+ \int_0^{\ell} T_{3x}(x,y,\xi) F(\xi, y, u, u_\xi, u_y, u_{\xi\xi}, u_{\xi y})d\xi + \\
&+ \int_0^{\chi(y)} d\xi \int_0^y T_{2xy}(x,y,\xi) F(\xi, \eta, u, u_\xi, u_\eta, u_{\xi\xi}, u_{\xi\eta})d\eta + \\
&+ \int_0^{\ell} d\xi \int_0^y T_{3xy}(x,y,\xi) F(\xi, \eta, u, u_\xi, u_\eta, u_{\xi\xi}, u_{\xi\eta})d\eta.
\end{aligned} \tag{8}
$$

Введем вектор функцию $g(x,y) = (g_1, g_2, g_3, g_4, g_5)$, где $g_1 = u(x,y)$, $g_2 = u_x(x,y), g_3 = u_y(x,y), g_4 = u_{xx}(x,y)$, $g_5 = u_{xy}(x,y)$ и оператор $A = (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5)$, компоненты которого определяется следующим образом

$$
\begin{aligned}
A_i g &= g_{0i} + \int_0^x K_{i1} F(\xi, y, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5)d\xi + \\
&+ \int_0^y K_{i2} F(x, \eta, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5)d\eta + \\
&+ \int_0^{\chi(y)} K_{i3} F(\xi, y, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5)d\xi + \\
&+ \int_0^{\ell} K_{i4} F(\xi, y, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5)d\xi + \\
&+ \int_0^x d\xi \int_0^y K_{i5} F(\xi, \eta, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5)d\eta + \\
&+ \int_0^{\chi(y)} d\xi \int_0^y K_{i6} F(\xi, \eta, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5)d\eta + \\
&+ \int_0^{\ell} d\xi \int_0^y K_{i7} F(\xi, \eta, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5)d\eta, \quad i = \overline{1,5}.
\end{aligned} \tag{9}
$$

Здесь

$$K_{i1}=0,\ K_{i2}=0,\ K_{i3}=0,\ K_{i4}=0\ (i=1,2),\ K_{15}=T_1(x,\xi),\ K_{16}=T_2(x,y,\xi),$$
$$K_{17}=T_3(x,y,\xi), K_{25}=1, K_{26}=T_{2x}(x,y,\xi), K_{27}=$$
$$=T_{3x}(x,y,\xi), K_{31}=T_1(x,\xi),\ K_{32}=0,$$
$$K_{33}=T_2(x,y,\xi),\ \ K_{34}=T_3(x,y,\xi),\ K_{35}=$$
$$=0,\ K_{36}=T_{2y}(x,y,\xi), K_{37}=T_{3y}(x,y,\xi),$$
$$K_{41}=0,\ \ K_{42}=1,\ \ K_{43}=0,\ K_{44}=0,\ K_{45}=$$
$$=0, K_{46}=0, K_{47}=0, K_{51}=1, K_{52}=0,$$
$$K_{53}=T_{2x}(x,y,\xi),\ K_{54}=T_{3x}(x,y,\xi), K_{55}=$$
$$=0, K_{56}=T_{2xy}(x,y,\xi), K_{57}=T_{3xy}(x,y,\xi),$$
$$g_{01}=u_0(x,y),\ \ g_{02}=u_{0x}(x,y),\ g_{03}=$$
$$=u_{0y}(x,y),\ g_{04}=u_{0xx}(x,y), g_{05}=u_{0xy}(x,y).$$

Тогда система уравнений (4)-(8) запишется в виде одного векторного уравнения

$$g=Ag\ . \tag{10}$$

Покажем, что для этого уравнения в области D имеет место принцип сжатых отображений. Пусть оператор A осуществляет сжатое отображение шара $S(g_o,M)=\{g:\|g-g_o\|\le M\}$, где M некоторое заданное число, в себя.

Норму g определим равенством $\|g\|=\max\limits_{1\le i\le 5}\max\limits_{(x,y)\in\bar{D}}|g_i(x,y)|$. Пусть $\max\limits_{i=\overline{1,5},\ j=\overline{1,7}}|K_{ij}|\le N$. Для элементов g, принадлежащих шару $S(g_o,M)$ имеет место оценка $\|g\|\le\|g_0\|+M=K$. Пусть $g\in S(g_0,M)$. Тогда $Ag\in C(D)$ и, кроме того, для всех $(x,y)\in\bar{D}$ справедливы неравенства $|A_i\,g-g_{0i}|\le q,\ i=\overline{1,5}$, где $q=NH(3\ell+3\ell h+h)$. Отсюда следует, что $\|A\,g-g_0\|\le q$. Поэтому, если

$$q\le M\ , \tag{11}$$

то $\forall g \in S(g_0, M)$ имеем $\|Ag - g_0\| \le M$. Следовательно $Ag \in S(g_0, M)$. Это означает, что при выполнении условия (11) оператор А отображает шар $S(g_0, M)$ в себя.

Пусть $\forall g^{(1)}, g^{(2)} \in S(g_0, M)$. Тогда используя условия 4) из (9) получаем $\left|A_i g^{(1)} - A_i g^{(2)}\right| \le d\left\|g^{(1)} - g^{(2)}\right\|$, где $d = LN(3\ell + 3\ell h + h)$. Следовательно $\left\|Ag^{(1)} - Ag^{(2)}\right\| \le d\left\|g^{(1)} - g^{(2)}\right\|$. Отсюда заключаем, что если

$$d < 1 \tag{12}$$

то, оператор A в силу (11), (12) осуществляет сжатое отображение шара $S(g_0, M)$ в себя. Тогда в силу теоремы С. Банаха в шаре $S(g_0, M)$ существует и притом только одна неподвижная точка отображения, т.е. существует только одно решение уравнения (10).

Определив в шаре $S(g_0, M)$ решение уравнения (10) методом последовательных приближений, мы однозначно построим решение системы уравнений (4) – (8), и тем самым решение задачи 1.

Теорема. Если выполняются условия 1) – 5) и (11), (12), то задача 1 имеет единственное решение, принадлежащее классу U .

Список литературы:

1. Жестков С.В. О задаче Гурса с интегральными краевыми условиями // Украинский математический журнал. – 1990. Т. 42, № 1. – С. 132–135.
2. Ионкин Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим граничным условием // Дифференциальные уравнения. – 1977. Т. 13, № 2. – С. 294–304.
3. Камынин Л.И. Об одной краевой задаче теории теплопроводности с неклассическими граничными условиями // Журнал выч. матем. и матем. физики. – 1064, Т. 4. № 6. – С. 1006–1024.
4. Карсанова Ж.Т., Нахушева Ф.М. Об одной нелокальной краевой задаче для псевдопараболического уравнения третьего порядка // Владикавказский математический журнал. – 2002. Т. 4. Вып. 2. – С. 31–37.
5. Керефов А.А., Плотникова Е.В. Нелокальные задачи для одного уравнения третьего порядка // Владикавказский математический журнал. – 2002. Т. 4. Вып. 2. – С. 51–60.

6. Напсо А.Ф., Канчукоев В.З. Нелокальная задача с внутренним условием для нагруженного псевдопараболического уравнения // Владикавказский математический журнал. – 2002. Т. 4. Вып. 2. – С. 44–49.
7. Пулькина Л.С., Климова Е.Н. Нелокальная краевая задача для нелинейного уравнения колебаний струны // Мат. моделирование и краевые задачи: Тр. третьей всерос. научн. конф. Ч. 3: Дифференциальные уравнения и краевые задачи. – Самара: СамГТУ, 2006. – С. 192–195.
8. Cannon J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy // Quart. Appl. Math. – 1963. T. 21, № 2. – P. 155–160.

О ЗАДАЧЕ СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Молдояров Уларбек Дуйшобекович
ст. преподаватель кафедры ИТАС,
Ошский государственный университет,
Кыргызская Республика, г. Ош,
E-mail: ular_osh@list.ru

ABOUT THE CONJUGATION PROBLEM FOR PSEUDOPOROBOLIC THIRD ORDER EQUATION

Ularbek Moldoyarov
senior lecture, Chair of Information Technology and Automatization System Osh State University,
Kyrgyzstan, Osh

АННОТАЦИЯ

Методом функции Грина и Римана доказана разрешимость задачи сопряжения для псевдопараболических уравнений третьего порядка, когда линия изменения типа уравнений является характеристической линией.

Копия верна
Ученый секретарь ОшГУ
Байсубанов М.