

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

эксперта Турсунова Дилмурата Абдиллажановича  
диссертационного совета К 01.17.554 при Ошском государственном  
университете, Жалал-Абадском государственном университете и Институте  
природных ресурсов Южного отделения Национальной академии наук  
Кыргызской Республики

по диссертации Мурзабаевой Айтбу Бусурманкуловны  
на тему «Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных  
уравнений с разделением множеств при вырождении», представленной на  
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по  
специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические  
системы и оптимальное управление

### 1. Соответствие работы специальности, по которой дано право диссертационному совету, принимать диссертации к защите

Представленная Мурзабаевой А.Б. кандидатская диссертация на тему  
«Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с  
разделением множеств при вырождении» соответствует специальности 01.01.02 –  
дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

### 2. Актуальность темы диссертации

Многие задачи физики, механики, электротехники, гидродинамики и т.д.  
описываются сингулярно возмущенными дифференциальными уравнениями.  
Исследованием таких классов уравнений занимались многие ученые. В развитие  
асимптотической теории сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений  
вклад внесли Л. Прандтль, К. О. Фридрихс, Ф.Х. Нагумо, К.Ф. Гаусс, Ван-дер-  
Поль, Ж. Лиувилл, П. А. Лагерстром, Дж. Лайтхилл, Дж. Грин, Г. Вентцель,  
Х.А. Крамерс, Л. Бриллоэн, А.Н. Крылов, А.Н. Тихонов, И.С. Градштейн, Н.  
Левинсон, М. Сибуйа, А.Б. Васильева, В.Г. Сушко, А.М. Ильин, А.Р. Данилин,  
В.П. Маслов, Л.С. Понтрягин, Н.Х. Розов, Е.Ф. Мищенко, А.А. Дородницын,  
В.Ф. Бутузов, М.Н. Вишик, Л.А. Люстерник, В. Вазов, Д.В. Аносов,  
М.И. Иманалиев, С.А. Ломов, Р.Р. Гадыльшин, Л.А. Калякин, Н.Н. Нефедов, А.Х.  
Найфе, W. Eckhaus, E.M. De Jager, J. Kevorkian, J.D. Cole, J. Grasman, P.P.N. De  
Groen, S. Kaplun, M.B. Федорюк, В. Н. Бобочко, К. Касымов, К. Алымкулов,  
П.С. Панков, М.К. Дауылбаев, С. Каримов, К.К. Какишов, А.С. Омуралиев,  
К.С. Алыбаев и др.

Несмотря на это, некоторые задачи остались мало исследованными,  
например, нелинейные сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения в  
которых соответствующее невозмущенное уравнение имеет не единственное  
решение. Подобные задачи в действительной области исследованы в работах  
А.Б. Васильевой, В.Ф. Бутузова, Н.Н. Нефедова и др. А Мурзабаевой А.Б.  
исследование ведется в действительной и комплексной плоскости с применением

методов линии уровня и стационарной фазы. Этим обосновывается актуальность диссертационной работы.

### **3. Научные результаты**

В диссертационной работе получены следующие новые результаты:

**Результат 1.** Разработан алгоритм, основанный на деление главных множеств для исследования сингулярно возмущенных обыкновенных уравнений с действительным или комплексным аргументом, которые при вырождении имеют несколько решений. [глава 3, §2.2]

**Результат 2.** Установлена взаимосвязь между частями главных множеств и множеством решений вырожденных уравнений, с введением понятия множества притяжений для решений вырожденных уравнений. Рассмотрены случаи, когда не для всех решений вырожденных уравнений, существуют множества притяжений. [глава 3, §2.2]

**Результат 3.** Для сингулярно возмущенных обыкновенных уравнений с действительным аргументом исследована взаимосвязь интервала притяжения и интервала устойчивости точки покоя присоединённой системы (по терминологии А.Н.Тихонова). [глава 3, §3.2]

**Результат 4.** Доказано, зависимость областей притяжений от начальных значений и возможность расширения областей притяжений. [глава 3, §3.5]

### **4. Степень обоснованности и достоверности каждого результата (научного положения), заключений и выводов соискателя, сформулированных в диссертации**

Все полученные основные научные результаты строго обоснованы, доказаны и апробированы на международных конференциях и семинарах.

### **5. Степень новизны каждого научного результата (положения), выводов и заключения соискателя, сформулированных в диссертации**

Полученные результаты являются новыми.

1. Ранее не исследованы сингулярно возмущенные обыкновенные уравнения с действительным или комплексным аргументом, который при вырождении имеет несколько решений, основанный на деление главных множеств.

2. Установлена взаимосвязь между частями главных множеств и множеством решений вырожденных уравнений, с введением понятия множества притяжений для решений вырожденных уравнений.

3. Рассмотрены случаи, когда не для всех решений вырожденных уравнений, существуют множества притяжений.

4. Для сингулярно возмущенных обыкновенных уравнений с действительным аргументом исследована взаимосвязь интервала притяжения и интервала устойчивости точки покоя присоединённой системы (по терминологии А.Н.Тихонова)

5. Доказано, зависимость областей притяжений от начальных значений и возможность расширения областей притяжений.

6. Для доказательства существования областей притяжений, решения сингулярно возмущенных обыкновенных уравнений с комплексным аргументом представлены на некоторых линиях.

7. Доказаны существования множеств притяжений, без привлечения условий устойчивости решений вырожденных уравнений.

#### **6. Оценка внутреннего единства и направленности полученных результатов на решение соответствующей актуальной проблемы**

Диссертационная работа представляет собой законченное научное исследование, которое является актуальным в теории дифференциальных уравнений. Введены определения и получены обоснованные и взаимосвязанные новые научные результаты. Полученные результаты создают предпосылки для дальнейшего развития теории сингулярно возмущенных уравнений.

#### **7. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов**

В работе разработан новый метод исследования сингулярно возмущенных уравнений, которые при вырождении имеют несколько решений. Основу метода составляют введенные новые понятия разделение главных множеств, множества притяжения и связанные с ними понятия.

Результаты, полученные в работе, могут быть применены при исследовании процессов, которые имеют несколько стационарных состояний, а также процессов, где под действием возмущений (внутренние и внешние) происходит мгновенный переход от одного состояния к другому (как в случае течения жидкости с вязкостью). Такие процессы наблюдаются в квантовой физике, в теории возмущений, колебаний, теории автоматического регулирования, управления, электротехнике, радиотехнике и др.

#### **8. Подтверждение опубликования основных положений, результатов и выводов диссертации**

Основные результаты и выводы диссертации опубликованы в следующих публикациях автора:

1. Мурзабаева А.Б. Нарушение единственности решений вырожденного уравнения для сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] / А.Б. Мурзабаева // Известия КГТУ им.И.Раззакова. Материалы Международной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании», посвященной 75-летию академика А.Жайнакова. - Бишкек, 2016. – С.162-169
2. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения с аналитическими функциями при нарушении единственности решений вырожденного уравнения. [Текст] / А.Б. Мурзабаева // Инновации в науке: сб. статей по материалам LXIII Международной научно-практической конференции. №11(60). - Новосибирск: СиБАК, 2016. – С. 42-49.
3. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения при нарушении единственности решений вырожденного уравнения и условия устойчивости [Текст] / А.Б. Мурзабаева //

- Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLIX Между-народной научно-практической конференции. № 12 (47). - Новосибирск: СиБАК, 2016. – С. 77-85.
4. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения с неаналитическими правыми частями теряющие единственность при вырождении [Текст] / А.Б. Мурзабаева // Вестник ЖАГУ, 2017, № 1(34). – С. 27-33.
  5. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения с аналитическими функциями теряющие единственность при вырождении [Текст] / К.С.Алыбаев, А.Б. Мурзабаева // Итоги науки в теории и практике 2017: сб. научных трудов Евразийского Научного Объединения по материалам XXXIV международной научной конференции. № 12 (34). Москва, 2017. – С. 15-20.
  6. Мурзабаева А.Б. Системы сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями теряющие единственность при вырождении [Текст] / А.Б. Мурзабаева // Теоретические и практические вопросы современной науки: сб. научных трудов Евразийского Научного Объединения по материалам XLI международной научной конференции. № 7 (41). Москва, 2018. – С. 12-18.
  7. Мурзабаева А.Б. Построение областей притяжения при вырождении сингулярно возмущенных уравнений [Текст] / К.С.Алыбаев, А.Б. Мурзабаева // Международный научно-исследовательский журнал. № 9 (75). Екатеринбург, 2018. – С. 7-11.
  8. Мурзабаева А.Б. Построение размеченных множеств применением гармонических функций [Текст] / А.Б. Мурзабаева // Международный научно-исследовательский журнал. № 9 (75). Екатеринбург, 2018. – С. 32-36.
  9. Murzabaeva A.B. Singularly perturbed first-order equations in complex domains that lose their uniqueness under degeneracy. [Text] / K.S.Alybaev, A.B. Murzabaeva // In "International Conference on Analysis and Applied Mathematics" (ICAAM 2018), AIP Conference Proceedings Vol. no. 1997, American Institute of Physics.-2018.-P.020076-1-020076-5. Режим доступа: <https://doi.org/10.1063/1.5049070>.
  10. Мурзабаева А.Б. Представление решений сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений на линиях [Текст] / А.Б. Мурзабаева // Вестник ЖАГУ. № 4. Жалал-Абад, 2018. – С. 3-7.
  11. Мурзабаева А.Б. Исследование сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении [Текст] / А.Б. Мурзабаева // Вестник ЖАГУ. № 4. Жалал-Абад, 2018. – С. 7-15.
  12. Murzabaeva A.B. On some properties of level lines of harmonic functions. [Text] / K.B.Tampagarov, A.B.Murzabaeva. - P. 80. // Abstracts of V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Bulan-Sogottu, 5-7 June, 2014) / Ed. A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2014 –P. 80
  13. Murzabaeva A.B. Methods of asymptotical presentations of integrals containing large parameter. [Text] / A.B.Murzabaeva // Abstracts of V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Bulan-Sogottu, 5-7 June, 2014) / Ed. A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2014. – P. 125.
  14. Murzabaeva A.B. Boundary layer lines, regular and singular domains for singularly perturbed equations of the third order with analytical functions. [Text] / A.B. Murzabaeva // Abstracts of the Issyk-Kul International Mathematical Forum (Kyrgyzstan, Bozteri, 24-27 June, 2015) / Ed. by A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2015. – P. 42.
  15. Murzabaeva A.B. Violation of the uniqueness of the solutions of degenerate equations for singularly perturbed equations with analytical functions . [Text] / A.B. Murzabaeva // Abstracts of the V International Scientific Conference "Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics" devoted to the 85 anniversary of Academician M. Imanaliev / Ed. by Acad. A.Borubaev. - Bishkek, 2016. – P. .

16. Мурзабаева А.Б. Системы сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений в комплексных областях, теряющие единственность при вырождении [Текст] / А.Б. Мурзабаева // II Борубаевские чтения. Бишкек, 2018. – С. 28.
17. Murzabaeva A.B. Systems of singularly perturbed ordinary differential equations of type Bernoulli. [Text] / K.S. Alybaev, A.B. Murzabaeva // Abstracts of the «Mathematical Analysis, Differential Equations & Applications» International conference MADEA-8 (Kyrgyz Republic, Issyk-Kul, 17-23 June, 2018) / Ed. by A.M. Samoylenko. – Bishkek: Kyrgyz-Turkish Manas University, 2018. – P. 26-27.

Следует отметить, что статья под номером 9 цитируется в базах Scopus и Web of Science, а также имеет doi номер. В общем, по статьям Мурзабаева А.Б. набрала более 200 баллов.

#### **9. Соответствие автореферата содержанию диссертации**

Автореферат на двух языках полностью соответствует содержанию диссертации, поставленным в ней целям, задачам исследования и полученным результатам. Автореферат имеет идентичное резюме на кыргызском, русском и английском языках.

#### **10. Обоснованность предложения о назначения ведущей организации, официальных оппонентов**

Эксперт предлагает по данной диссертации назначить:

В качестве ведущей организации Институт теоретической и прикладной математики Национальной Академии Наук Кыргызской Республики, г. Бишкек, проспект Чуй 265 А, где работают доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление;

В качестве официальных оппонентов

Арипов Мирсаид Мирсиддинович – д.ф.-м.н. (по автореферату специальность – 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и компьютерного анализа Национального университета им. М. Улукбека, Республика Узбекистан.

Наиболее близкие работы к теме диссертации

1) Aripov M.M., Matyakubov A.S. Self-similar solutions of a cross-diffusion parabolic system with variable density: explicit estimates and asymptotic behaviour. Наносистемы: физика, химия, математика. 2017. Т. 8. № 1. С. 5-12.

2) Mersaid Aripov, Shakhlo A. Sadullaeva, “To properties of solutions to reaction-diffusion equation with double nonlinearity with distributed parameters”, *Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ.*, 6:2 (2013), 157–167.

3) М. М. Арипов, Д. Ш. Эшматов, “Асимптотические представления решений одного класса нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка”, *Дифференц. уравнения*, 32:6 (1996), 723–730.

Зулпукаров Алтынбек Зулпуарович – к.ф.-м.н. (по автореферату специальность – 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), доцент Кыргызско-Узбекского университета.

Наиболее близкие работы:

1) Зулпукаров А.З., Алымкулов К. Равномерная асимптотика решения краевой задачи сингулярно возмущенного уравнения второго порядка со слабой особенностью // Доклады Академии наук. 2004. Т. 398. № 5. С. 583-586.

2) Асанов А., Зулпукаров А.З., Алымкулов К. Асимптотика решения краевой задачи бисингулярно возмущенного линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка // Вестник Кыргызско-Российского славянского университета. 2010. Т. 10. № 9. С. 147-149.

Рассмотрев представленные документы, рекомендую диссертационному совету К 01.17.554 при Ошском государственном университете, Жалал-Абадском государственном университете и Институте природных ресурсов Южного отделения Национальной академии наук Кыргызской Республики принять диссертацию Мурзабаевой Айтбу Бусурманкуловны на тему «Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Эксперт, доктор физико-математических наук,  
профессор

D.S

Турсунов Д.А.

Подпись профессора Турсунова Д.А. заверяю  
ученый секретарь диссертационного совета К 01.17.554



Бекешов Т.О.