

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**Эксперта Зулпукарова Алтынбека Зулпукаровича
диссертационного совета К 01.17.554 при Ошском государственном
университете, Жалал-Абадском государственном университете и
Институте природных ресурсов Южного отделения Национальной
академии наук Кыргызской Республики
по диссертации Мурзабаевой Айтбу Бусурманкуловны
на тему «Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных
уравнений с разделением множеств при вырождении», представленной
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по
специальности 01.01.02- дифференциальные уравнения, динамические
системы и оптимальное управление**

Рассмотрев представленную Мурзабаевой Айтбу Бусурманкуловной диссертацию даю следующее заключение.

1. Соответствие работы специальности, по которой дано право диссертационному совету, принимать диссертации к защите

В представленной диссертации Мурзабаевой А.Б., основными объектами исследования являются сингулярно возмущенные обыкновенные дифференциальные уравнения, вырожденные уравнения (системы) которых имеют (системы) несколько решений, что вполне определяет соответствие работы профилю диссертационного совета.

Основными целями исследования являются:

1. Исследовать асимптотическое приближение решений заданных сингулярно возмущенных уравнений к решениям соответствующих вырожденных уравнений.
2. Разработать единый метод исследования сингулярно возмущенных уравнений с действительным или комплексным аргументом основанный на разделении главных множеств (множеств уравнений или систем).
3. Определить понятия: разделение главных множеств; множеств притяжений и других понятий связанных с ними.

4. Разработать метод деления главных множеств.
5. Доказать существование множеств и смежных множеств притяжений для решений вырожденных уравнений (согласно принятым определениям).
6. Определить границы областей притяжений для сингулярно возмущенных уравнений с комплексным аргументом.

Методы исследования: в работе применяется разработанный новый метод: который состоит из деления главных множеств и формулировки условий соответствия частей главных множеств и решений вырожденных уравнений и доказательства соответствия.

- конформное отображение областей, приводящие исследуемую задачу к наиболее простому виду;
- асимптотического представления интегралов, содержащих большой параметров;
- последовательных приближений для доказательства существования решений СВУ и множеств притяжений;
- сравнение рядов, при доказательстве равномерной сходимости последовательных приближений.

2. Актуальность темы диссертации

Для обоснования актуальности темы исследования в работе приведены различные процессы из квантовой физики, гидродинамики приводящиеся к исследованию сингулярно возмущенных уравнений с действительными или комплексными аргументами. В частности, кратко описаны ламинарные и турбулентные течения, которые описываются уравнением Орра-Зоммерфельда. В данном уравнении присутствуют параметры R - число Рейнольдса и α - чистота колебательных возмущений. Если $R \cdot \alpha$ - достаточно велика, то уравнение превращается в сингулярно возмущенное уравнение.

Далее приведен обзор ранних работ как-то связанных с тематикой данной работы.

Исследованием таких классов уравнений занимались Вазов, Рабенштейн, Линей, Лангер, Сибуйа. Асимптотическое разложение решений,

для таких классов уравнений, развиты в работах Алымкулова К., получившее название обобщенный метод погранфункций.

К работам, где исследованы решения сингулярно возмущенных уравнений с начальными и краевыми условиями, можно отнести работы Л.С.Понтрягина, Е.Ф.Мищенко, Н.Х.Розова, А.Н.Тихонова, А.Б.Васильевой, В.Ф. Бутузова, М.И. Иманалиева, К. Алымкулова, П.С. Панкова, К. Какишова, С. Каримова, К.С. Алыбаева, Г.М. Кененбаевой, Д.Турсунова, К.Б. Тампагарова, Г.М. Анарбаевой, М. Азимбаева.

С.Каримов, К.С. Алыбаев, Д.Турсунов, К.Б. Тампагаров, Г.М. Анарбаевой, М. Азимбаева исследовали решения сингулярно возмущенных уравнений в комплексных областях.

Решения сингулярно возмущенных уравнений с дополнительными условиями исследованы при условии, что вырожденное уравнение соответствующие заданными сингулярно возмущенным уравнениям, имеют единственные решения.

Для систематического поиска новых эффектов и явлений в теории систем сингулярно возмущенные уравнения было предложено рассматривать множество решений вырожденной системы сингулярно возмущенных уравнений с действительным аргументом как точечное, а для сингулярно возмущенных уравнений с комплексным аргументом исследования не проводились.

Как показывают примеры и обзор работ, исследование сингулярно возмущенные обыкновенные дифференциальные уравнения с действительным или комплексным аргументом, вырожденные уравнения, которые имеют двух или более решений, с разделением решений вырожденных уравнений является актуальной задачей,

Научные результаты

В диссертационной работе получены следующие новые результаты, основы которых заложены в указанных главах и параграфах:

1. Разработан единый метод исследования сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с действительным или комплексным аргументом, который при вырождении имеет несколько решений, основанный на делении главных множеств [глава 2, §2.4, §2.6]

2. Установлена взаимосвязь между частями главных множеств множества решений вырожденных уравнений, с введением понятия множества притяжений для решений вырожденных уравнений [глава 3, §3.2, глава 4, §4.2]

3. Рассмотрены случаи, когда не для всех решений вырожденное уравнение, существуют множества притяжений [глава 2, §2.2, глава 3, §3.3, §3.4, глава 4, §4.3].

4. Для сингулярно возмущенных уравнений с действительным аргументом, исследована взаимосвязь интервала притяжения и интервала устойчивости точки покоя присоединённой системы (по терминологии А.Н.Тихонова) [глава 3, §3.1].

5. Доказано, зависимость областей притяжений от начальных значений и возможность расширения областей притяжений [глава 3, §3.5].

6. Для доказательства существования областей притяжений, решения сингулярно возмущенных уравнений с комплексным аргументом представлены на некоторых линиях [глава 2, §2.7].

7. Доказательство существования множеств притяжений осуществлена без привлечения условий устойчивости решений вырожденных уравнений [глава 3, и глава 4].

4. Степень обоснованности и достоверности каждого результата (научного положения), заключений и выводов соискателя, сформулированных в диссертации

Все полученные основные научные результаты строго обоснованы, доказаны и апробированы на международных конференциях и семинарах.

5. Степень новизны каждого научного результата (положения), выводов и заключения соискателя, сформулированных в диссертации

Все полученные результаты являются новыми.

Степень новизны можно сформулировать так:

1. Ранее не рассматривались сингулярно возмущенные обыкновенные дифференциальные уравнения с действительным или комплексным аргументом, которые при вырождении имеют несколько решений.

2. Впервые установлена взаимосвязь между частями главных множеств и множеством решений вырожденного уравнения, с введением понятия множества притяжений для решений вырожденных уравнений, которые сформулированы в виде теорем и строго доказана.

3. Впервые доказано, что не для всех решений вырожденного уравнения, существуют множества притяжений.

4. Доказано, в некоторых случаях интервалы притяжения содержат интервалы неустойчивости точки покоя присоединённой системы (по терминологии А.Н.Тихонова)

5. Рассмотрена зависимость областей притяжений от начальных значений и возможные их расширения.

6. Впервые решения сингулярно возмущенных уравнений с комплексным аргументом представлены на некоторых линиях.

7. Существование множеств притяжений осуществлена без привлечения условий устойчивости решений вырожденных уравнений.

6. Оценка внутреннего единства и направленности полученных результатов на решение соответствующей актуальной проблемы

Диссертационная работа Мурзабаевой Айтбу Бусурманкуловны на тему «Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении», представляет собой законченное научное исследование, которое является актуальным в теории дифференциальных уравнений. Введены новые определения и получены обоснованные и взаимосвязанные новые научные результаты. Полученные результаты создают предпосылки для дальнейшего развития теории сингулярно возмущенных уравнений.

7. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов

Результаты полученные в работе могут быть применены при исследовании процессов, которые имеют несколько стационарных состояний, и под действием возмущений (внутренние и внешние) происходит мгновенный переход от одного состояния к другому (как в случае течения жидкости с вязкостью). Такие процессы наблюдаются в квантовой физике, в теории возмущений, колебаний, теории автоматического регулирования, управления, электротехнике, радиотехнике, в теории механизмов и машин.

Также результаты диссертации можно использовать для разработки новых асимптотических методов в теории сингулярно возмущенных уравнений.

8. Подтверждение опубликования основных положений, результатов и выводов диссертации

Основные результаты и выводы диссертации опубликованы в следующих публикациях автора:

1. Мурзабаева А.Б. Нарушение единственности решений вырожденного уравнения для сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] / А.Б. Мурзабаева // Известия КГТУ им.И.Раззакова. Материалы Международной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании», посвященной 75-летию академика А.Жайнакова. - Бишкек, 2016. – С.162-169
2. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения с аналитическими функциями при нарушении единственности решений вырожденного уравнения. [Текст] / А.Б. Мурзабаева // Инновации в науке: сб. статей по материалам LXIII Международной научно-практической конференции. №11(60). - Новосибирск: СиБАК, 2016. – С. 42-49.
3. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения при нарушении единственности решений вырожденного уравнения и условия

- устойчивости[Текст] /А.Б. Мурзабаева // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLIX Международной научно-практической конференции. № 12 (47). - Новосибирск: СиБАК, 2016. – С. 77-85.
4. Мурзабаева А.Б.Сингулярно возмущенные уравнения с неаналитическими правыми частями теряющие единственность при вырождении [Текст]/ А.Б. Мурзабаева //Вестник ЖАГУ, 2017, № 1(34). – С. 27-33.
 5. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения с аналитическими функциями теряющие единственность при вырождении [Текст] /К.С.Алыбаев, А.Б. Мурзабаева // Итоги науки в теории и практике 2017: сб. научных трудов Евразийского Научного Объединения по материалам XXXIV международной научной конференции. № 12 (34). Москва, 2017. – С. 15-20.
 6. Мурзабаева А.Б. Системы сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями теряющие единственность при вырождении[Текст] /А.Б.Мурзабаева// Теоретические и практические вопросы современной науки: сб. научных трудов Евразийского Научного Объединения по материалам XLI международной научной конференции. № 7 (41). Москва, 2018. – С. 12-18.
 7. Мурзабаева А.Б. Построение областей притяжения при вырождении сингулярно возмущенных уравнений[Текст] /К.С.Алыбаев, А.Б. Мурзабаева // Международный научно-исследовательский журнал. № 9 (75). Екатеринбург, 2018. – С. 7-11.
 8. Мурзабаева А.Б. Построение размеченных множеств применением гармонических функций[Текст] / А.Б. Мурзабаева // Международный научно-исследовательский журнал. № 9 (75). Екатеринбург, 2018. – С. 32-36.
 9. Murzabaeva A.B. Singularly perturbed first-order equations in complex domains that lose their uniqueness under degeneracy. [Text] /K.S.Alybaev, A.B. Murzabaeva //In “International Conference on Analysis and Applied

Mathematics” (ICAAM 2018), AIP Conference Proceedings Vol. no. 1997, American Institute of Physics.-2018.-P.020076-1-020076-5.Режимдоступа:<https://doi.org/10.1063/1.5049070>.

- 10.Мурзабаева А.Б. Представление решений сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений на линиях[Текст] / А.Б. Мурзабаева //Вестник ЖАГУ. № 4. Жалал-Абад, 2018. – С. 3-7.
- 11.Мурзабаева А.Б. Исследование сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении [Текст] / А.Б. Мурзабаева //Вестник ЖАГУ. № 4. Жалал-Абад, 2018. –С. 7-15.
- 12.Murzabaeva A.B. On some properties of level lines of harmonic functions. [Text]/ К.В.Тампагаров ,А.В.Мурзабаева. - P. 80. // Abstracts of V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Bulan-Sogottu, 5-7 June, 2014) / Ed. A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2014–P. 80
- 13.Murzabaeva A.B. Methods of asymptotical presentations of integrals containing large parameter. [Text]/А.В.Мурзабаева // Abstracts of V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Bulan-Sogottu, 5-7 June, 2014) / Ed. A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2014. – P. 125.
- 14.Murzabaeva A.B. Boundary layer lines, regular and singular domains for singularly perturbed equations of the third order with analytical functions. [Text] / А.В. Мурзабаева // Abstracts of the Issyk-Kul International Mathematical Forum (Kyrgyzstan, Bozteri, 24-27 June, 2015) / Ed. by A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2015. – P. 42.
- 15.Murzabaeva A.B. Violation of the uniqueness of the solutions of degenerate equations for singularly perturbed equations with analytical functions . [Text]/ А.В. Мурзабаева // Abstracts of the V International Scientific Conference “Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics” devoted to the 85 anniversary of Academician M. Imanaliev / Ed. by Acad. A.Borubaev. - Bishkek, 2016. – P. .

16. Мурзабаева А.Б. Системы сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений в комплексных областях, теряющие единственность при вырождении [Текст] / А.Б. Мурзабаева // П Борубаевские чтения. Бишкек, 2018. – С. 28.
17. Murzabaeva A.B. Systems of singularly perturbed ordinary differential equations of type Bernoulli. [Text] / K.S. Alybaev, A.B. Murzabaeva // Abstracts of the «Mathematical Analysis, Differential Equations & Applications» International conference MADEA-8 (Kyrgyz Republic, Issyk-Kul, 17-23 June, 2018) / Ed. by A.M. Samoylenko. – Bishkek: Kyrgyz-Turkish Manas University, 2018. – P. 26-27.

9. Соответствие автореферата содержанию диссертации

Автореферат на двух языках полностью соответствует содержанию диссертации, поставленным в ней целям, задачам исследования и полученным результатам. Автореферат имеет идентичное резюме на кыргызском, русском и английском языках.

10. Обоснованность предложения о назначения ведущей организации, официальных оппонентов

Эксперт предлагает по данной диссертации назначить:

В качестве ведущей организации Институт теоретической и прикладной математики Национальной Академии Наук Кыргызской Республики, г. Бишкек, проспект Чуй 265 А, где работают доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление;

В качестве официальных оппонентов:

– доктора физико-математических наук, профессора, заведующий кафедрой прикладной математики и компьютерного анализа Национального университета им. М. Улукбека, Республика Узбекистан Арипова Мирсаида Мирсиддиновича (по автореферату специальность 01.01.02. - «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»), который имеет труды близкие к проблеме исследования:

1. Aripov M.M., Matyakubov A.S. SELF-SIMILAR SOLUTIONS OF A CROSS-DIFFUSION PARABOLIC SYSTEM WITH VARIABLE DENSITY: EXPLICIT ESTIMATES AND ASYMPTOTIC BEHAVIOUR. Наносистемы: физика, химия, математика. 2017. Т. 8. № 1. С. 5-12.
2. Mersaid Aripov, Shakhlo A. Sadullaeva, "To properties of solutions to reaction-diffusion equation with double nonlinearity with distributed parameters", Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ., 6:2 (2013), 157-167
3. М. М. Арипов, Д. Ш. Эшматов, "Асимптотические представления решений одного класса нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка", Дифференц. уравнения, 32:6 (1996), 723-730

- д.ф.-м.н., профессора Турсунов Дилмурат (по автореферату специальность – 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), который имеет труды, близкие к проблеме исследования:

Рассмотрев представленную работу, рекомендую диссертационному совету К 01.17.554 при Ошском государственном университете, Жалал-Абадском государственном университете и Институте природных ресурсов южного отделения Национальной академии наук Кыргызской республики принять диссертацию Мурзабаевой А.Б. к защите.

Эксперт, к.ф.-м.н., доцент:

Зулпукаров А.З.

