«УТВЕРЖДАЮ»
Председатель диссертационного совета
К.01.17.554 при ОшГУ, и ИПР ЮО
НАН КР и ЖАГУ д.ф.-м.н., профессор
_________________ Г. Матиева
29.03 2019 года

ПРОТОКОЛ № 2

Расширенного заседания диссертационного совета К.01.17.554 при Ошском государственном университете, Институте природных ресурсов Южного отделения Национальной академии наук Кыргызской Республики и Жалал-Абадском государственном университете
от 29 марта 2019 года

ПРИСУТСТВОВАЛИ: Члены диссертационного совета К.01.17.554: профессор Матиева Г.М. (председатель), доктора физ.-мат. наук Сопуев А.С., Алыбаев К.С., Арапов Б.А., Арзиев Ж., Турсунов Д.А., кандидаты физ.-мат. наук Осконбаев М.Ч., Садыков Э, Бекешов Т.О. (учёный секретарь), Папиева Т.М.
Приглашенные: доктор физ.-мат. наук Алымкулов К., кандидат физ.-мат. наук, доц. Сопуев У.А. (ОшГУ), кандидат физ.-мат. наук Зулпукаров А.З. (КУУ).
Председатель заседания: д.ф.-м.н., профессор Матиева Г.
Ученый секретарь: к.ф.-м.н., доцент Бекешов Т.О.

ПОВЕСТКА ДНЯ:

1. Утверждение заключения экспертной комиссии диссертационного совета по диссертации соискателя Мурзабаевой Айтбү Бусурманкуловны на тему: «Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении»
2. Предварительная защита диссертации соискателя Мурзабаевой Айтбү Бусурманкуловны на тему: «Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор Алыбаев К.С.

СЛУШАЛИ:

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ:- Уважаемые члены диссертационного совета,на повестке дня утверждение заключения экспертной комиссии

диссертационного совета по диссертации соискателя Мурзабаевой Айтбү Бусурманкуловны на тему: «Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении» и при положительных заключениях предварительная защита диссертации соискателя Мурзабаевой Айтбү Бусурманкуловны на тему: «Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. На данный момент присутствует десять членов диссертационного совета, из них по профилю защищаемой диссертации 3 доктора наук: Алыбаев К.С., Сопуев А.С., Турсунов Д.А. Кворум есть. Каково ваше мнение на счет открытия сегодняшнего нашего заседания?
ГОЛОСА: - Поставить на голосование.
ПРЕДСЕДАТЕЛЬ: - Прошу проголосовать. Против? Воздержавшихся? - Нет. Спасибо.
Теперь переходим первому вопросу повестки дня, по данной диссертации назначена экспертная комиссия. Для ознакомления членов диссертационного совета с заключением экспертной комиссии, слово предоставляется ученому секретарю Турдумамату Орозматовичу Бекешову.

БЕКЕШОВ Т.О.: Уважаемый председатель, а также уважаемые члены диссертационного совета, уважаемые гости! Разрешите ознакомить вас с заключениями членов экспертной комисии.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ: читает заключение члена экспертной комиссии д.ф.м.н., проф. Асанова А.А. в котором работа оценена положительно и рекомендует к следующему этапу (текст заключения прилагается).

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ: Для оглашения заключения слово предоставляется профессору Д.А.Турсунову. Отзыв положительный и рекомендует к следующему этапу (текст заключения прилагается).

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ: предоставил слово члену экспертной комиссии к.ф.м. н. доц. Зулпукарову .А.З. Отзыв положительный и рекомендует к следующему этапу (текст заключения прилагается).

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ: Поскольку все эксперты дали положительные заключения и предлагали к следующему этапу то можно проводит предварительную защиту, т.е. переходим к второму вопросу.

2. На повестке дня предварительная защита диссертации соискателя Мурзабаевой Айтбү Бусурманкуловны на тему: «Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Слово предоставляется Мурзабаевой Айтбү Бусурманкуловне для изложения основного содержания диссертации. 15 минут в вашем распоряжении, пожалуйста.

Мурзабаева А.Б.: - Здравствуйте, уважаемая председатель, уважаемые члены диссертационного совета! Разрешите представить доклад кандидатской диссертации по теме: «Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении» (излагает основное содержание диссертационной работы с использованием слайдов в среде Microsoft Power Point с помощью проектора).

Актуальность темы. В диссертационной работе для обоснование актуальности темы диссертации приведен обзор результатов ранних исследований связанных с тематикой данной работы. Отмечено, что многие задачи квантовой физики, гидродинамики, электротехники, автоматического регулирования и управления, теории возмущений сводятся к исследованию сингулярно возмущенных уравнений.

Обзор работ показывает, ранее сингулярно возмущенные уравнения с действительными или комплексными аргументами исследованы в предположении, что вырожденные уравнения имеют единственное изолированное решение. Для систематического поиска новых эффектов и явлений в теории систем сингулярно возмущенных уравнений, множество решений вырожденных уравнений рассмотрено как точечное. При таком подходе решения вырожденных уравнений не выделялись. Исследования проведены для сингулярно возмущенных уравнений с действительным аргументом.

Сингулярно возмущенных уравнения действительным или комплексным аргументом с выделением решений вырожденных уравнений ранее не исследованы. Следовательно исследование сингулярно возмущенных уравнения (действительным или комплексным аргументом), вырожденные уравнения которых имеют несколько решений, с разделением решений вырожденных уравнений является актуальной задачей и решение данной проблемы составляет основное содержание данной работы.

Цели и задачи исследования. 1. Исследовать асимптотическое приближение решений заданных сингулярно возмущенных уравнения к решениям соответствующих вырожденных уравнений.

2. Разработать единый метод исследования сингулярно возмущенных уравнения, с действительным или комплексным аргументом, основанный на разделение главных множеств (так названы множества значений независимой переменной входящие в уравнение).

3. Определить понятия: разделение главных множеств; множества притяжений и других понятий связанных с ними.

4. Разработать метод деления главных множеств.

5. Доказать существование множеств и смежных множества притяжений для решений вырожденных уравнений (согласно принятых определений).

6. Определить границы областей притяжений для сингулярно возмущенных уравнений с комплексным аргументом.

Научная новизна работы: 1. Разработан единый метод исследования СВУ(R∨C) основанный на деление (ГМ).2. Установлена

131

взаимосвязь между частями (ГМ) и множеством решений (ВУ), с введением понятия множества притяжений для решений (ВУ). 3. Рассмотрены случаи, когда не для всех решений (ВУ), существуют множества притяжений; 4. Для СВУ(R) исследована взаимосвязь интервала притяжения и интервала устойчивости точки покоя присоединенной системы (по терминологии А.Н.Тихонова). 5. Доказано, зависимость областей притяжений от начальных значений и возможность расширения областей притяжений.6. Для доказательства существования областей притяжений, решения СВУ(С) представлены на некоторых линиях.7. Доказательство существование множеств притяжений осуществлена без привлечения условий устойчивости решений (ВУ).

Основными положениями диссертации, выносимыми на защиту, являются:

1. Для системного исследования СВУ теряющих единственность решений при вырождении разработан новый метод с введением понятий: главные множества, основные функции (ОФ), основные вектор функции (ОВФ), разделение (ГМ).
2. С использованием (ОФ) и (ОВФ) произведено разделение (ГМ).
3. Введено понятие множество притяжений решений (ВУ) разделяющее множество решений (ВУ).
4. Сформулированы наиболее общие условия существования множеств притяжений.
5. Расширение и определение границ областей притяжений.

Методы исследования. Разработан новый метод исследования СВУ(R$\vee$C) основанный на разделение главных множеств (ГМ) заданных уравнений, а также методы конформного отображения, последовательных приближений.

Теоретическая значимость и практическая ценность. В работе разработан новый метод исследования СВУ, которые при вырождении имеют несколько решений. Основу метода составляют введенные новые понятия разделение (ГМ), множества притяжения и связанные с ними понятия.

Впервые решения заданных СВУ представлены на некоторых линиях рассматриваемых областях и римановых поверхностях.

Результаты полученные в работе могут быть применены при исследовании процессов, которые имеют несколько стационарных решений и под действием возмущений (внутренние и внешние) происходит мгновенный переход от одного состояния к другому (как в случае течения жидкости с вязкостью). Такие процессы наблюдаются в квантовой физике, в теории возмущений, колебаний, теории автоматического регулирования, управления, электротехнике, радиотехнике, в теории механизмов и машин. Также результаты можно использовать при чтении лекционных курсов по теории теории сингулярных возмущений для студентов, магистров и аспирантов по направлениям «Математика», а также для решений других теоретических задач, связанных с СВУ.

Апробация работы.. Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих семинарах и конференциях.

- на научном семинаре математиков Южного региона Кыргызстана (под руководством член корр. НАН КР, профессора К. Алымкулова);

- на научном семинаре Жалал-Абадского государственного университета (под руководством д.ф.-м.н., проф. К.С. Алыбаева);

- на научно-методических семинарах кафедры «ПМ» Ошского технологического университета им.М.М.Адышева (г. Ош, Кыргызстан, 2008-2018 г.);

- на V конгрессе всемирного математического общества тюркоязычных стран (с. Булан-Соготту, Кыргызстан, июнь, 2014 г.) ;

- на Иссык-Кульском международном математическом форуме (с. Бозтери, Кыргызстан, июнь, 2015 г.) ;

- на V международной научной конференции «Асимптотические, топологические и компьютерные методы в математике», посвященной 85-летию академика М.И.Иманалиева (г. Бишкек, сентябрь, 2016 г.) ;

- на международной научной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании» посвященной 75-летию академика А. Жайнакова (г. Бишкек, Кыргызстан, октябрь, 2016 г.) ;

- на семинаре Ошского технологического университета «Научная сессия ОШТУ» (г.Ош, Кыргызстан, январь, 2016 г.)

- на международной научно-практической конференции «Инновации в науке» (г. Новосибирск, Россия, ноябрь, 2016 г.) ;

- на международной научно-практической конференции «Естественные и математические науки» (г. Новосибирск, Россия, декабрь, 2016 г.);

- на научно-практической конференции «Бекболотовские чтения» (г. Жалал-Абад, Кыргызстан, февраль, 2017 г.).

- на научно-практической конференции посвященной к дню науки (г. Жалал-Абад, Кыргызстан, ноябрь, 2017 г.)

- на международной научно-практической конференции «Итоги науки в теории и практике» (г. Москва, Россия, декабрь, 2017 г.);

- на международной научной конференции «II Борубаевские чтения» (Бишкек, март 2018) ;

- на международной научно-практической конференции посвящённой 95летие ЖАГУ(г.Жалал-Абад, Кыргызстан, апрель,2018 г.)

- на 8-международной конференции MADEA 8 «Математический анализ, дифференциальное уравнение и приложение», посвященной 80-летию академика А.М.Самойленко. (г.Бишкек-Чолпон-Ата, Кыргызстан, июнь, 2018 г) .

-на Международной научной конференции «International Conference on Analysis and Applied Mathematics» (ICAAM), (г. Лефкоса, СеверныйКипр, 2018).

- на международной научно-практической конференции «Теоретические и практические вопросы современной науки» (г. Москва, Россия, июль, 2018 г);

Кратко изложим основное содержание работы по главам.

Глава 1.Краткий обзор ранних исследований.

Глава 1 состоит из трех параграфов.

В первом параграфе изложены результаты исследований предельного перехода проведённые А.Н. Тихоновым, пограничных слоев полученные А.Б. Васильевой, М.И. Иманалиева и их учениками, а также «эффекты» и «явления» в теории СВУ(R) проведенные М.И. Иманалиевым, П.С.Панковым и Г.М. Кененбаевой.

В теории предельного перехода и пограничных слоев (ВУ) соответствующие заданным СВУ(R) имеют единственные положения равновесия. При исследовании релаксационных колебаний использована устойчивость решений (ВУ). Для получения новых «эффектов» и «явлений» множество решения (ВУ) рассматривается как точечное, без выделения отдельных решений (ВУ).

В данной работе каждое решение (ВУ) выделяется и доказывается существование множеств притяжений согласно принятых понятий.

§1.2содержит результаты исследований СВУ(С) полученные М.А.Шишковой, А.И. Нейштдатом,К.С.Алыбаевым, Г.М.Анарбаевой, Д.А. Турсуновым, М.А. Азимбаевым, К.Б.Тампагаровым. В перечисленных работах заданные СВУ(С) при вырождении также имеют единственные, изолированные решения.

СВУ(С) имеющие несколько решений при вырождении ранее не рассматривались.

В §1.3 приведены заключение по Главе 1.

Глава 2содержит **о**бщую постановку задачи и используемые вспомогательныематериалы и состоит из восьми параграфов.

В §2.1 изложенаобщая постановка задачи.

Основным объектом исследования данной работы являются системы СВУ(R $\vee$ C) состоящие из $n \geq 1$уравнений первого порядка

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = f\big(t, z(t,\varepsilon)\big) \quad (1)$$

с начальным условием

$$z(t_0,\varepsilon) = z^0(\varepsilon). \qquad (2)$$

Пусть $t \in \Delta \subset C$ и Δ - односвязная область,$t_0 \in \Delta$ и её внутренняя точка;

$$z(t,\varepsilon) = colon\big(z_1(t,\varepsilon), z_2(t,\varepsilon), \dots, z_n(t,\varepsilon)\big), n \in N;$$

$f(t,z) = colon\big(f_1(t,z), f_2(t,z), \dots, f_n(t,z)\big)$ - заданная комплекснозначная функция

(ВУ), соответствующие (1) имеет вид

$$f\big(t, \xi(t)\big) = 0. \qquad (3)$$

Предполагается, что система (3) имеет изолированные решения (корни) $\xi_j(t) (j = 1,2, \dots, k)$.

Определение 2.1.1. Если $\xi_j(t) \in Q(\Delta)$и

137

$\forall t \in \Delta \left(\xi_j(t) \neq \xi_m(t) \text{ при } j \neq m\right)$, то решения $\xi_j(t)$ и $\xi_m(t)$ называются изолированными в Δ.

Определение 2.1.2. Пусть 1.Существует область $\Delta_j \subset \Delta$ содержащая точку t_0.

2. $\forall t \in \Delta_j$ существует $z(t,\varepsilon)$ – решение задачи (1)-(2).
3. $\forall t \in \Delta_j \left(z(t,\varepsilon) \to \xi_j(t) \text{ по } \varepsilon\right)$.

При выполнении этих условий область Δ_j назовём областью притяжения решения $\xi_j(t)$.

Если $t \in [t_0, T]$- отрезок действительной оси, то вводятся определения:

Определение 2.1.3. Если $\xi_j(t) \in C^1([t_0,T])$ и $\forall t \in [t_0,T]$ $\left(\xi_j(t) \neq \xi_m(t) \text{ при } j \neq m\right)$, то решение $\xi_j(t)$ и $\xi_m(t)$ называются изолированными в $[t_0, T]$.

Определение 2.1.4. Пусть:1. Существует интервал $(t_0, t_j) \subset [t_0, T]$.

1. $\forall t \in (t_0, t_j)$ссуществует $z(t,\varepsilon)$ – решение задачи (1)- (2).
2. $\forall t \in (t_0, t_j)\left(z(t,\varepsilon) \to \xi_j(t) \text{ по } \varepsilon\right)$,

тогда (t_0, t_j) – назовём интервалом притяжения решения $\xi_j(t)$.

Далее область(интервал) притяжения обозначим $\Delta_j\left(\xi_j(t)\right)\left((t_0,t_j)\left(\xi_j(t)\right)\right)$.

Задача. При каких условиях на правые части уравнения (1) существуют области (интервалы) притяжения решений $\xi_j(t)$?

В §2.2 определены основные функции (ОФ), основные вектор функции (ОВФ) и разделение главных множеств (ГМ).

Если задана (СВУ) вида

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = a(t)z(t,\varepsilon) + \varepsilon b(t) + f\left(t, z(t,\varepsilon)\right), \tag{4}$$

то правая часть по t определяет некоторое множество Δ т.е считается $t \in \Delta$.

Определение 2.1.1. Функцию $a(t)$ назовём основной функцией (ОФ).

Пусть рассматривается система из нескольких уравнений первого порядка

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = A(t)z(t,\varepsilon) + \varepsilon b(t) + f\left(t, z(t,\varepsilon)\right) \tag{5}$$

где $A(t)$- квадратная матрица порядка $n \times n$;Соответствующая вырожденная система имеет изолированные решения $\xi_k(t)$- вектор-столбцы размерности $n (k = 1,2,\dots,m)$.

В (5) проведя замену неизвестной вектор-функции $z(t,\varepsilon) = \xi_k(t) - v_k(t,\varepsilon)$, где $v_k(t,\varepsilon)$ – новая неизвестная вектор- функция получим систему

$$\varepsilon v_k'(t,\varepsilon) = A_k(t)v_k(t,\varepsilon) + \varepsilon b_k(t) + f_k\left(t, v_k(t,\varepsilon)\right). \tag{6}$$

В (6) считаем $t \in \Delta$.

Пусть матрица $A_k(t)$ при фиксированном k имеет различные собственные значения $a_{kj}(t) (j = 1,2,\dots,n)$.

Определение 2.2.2 Вектор-функцию $a_{k0}(t) = \left(a_{k1}(t),\dots,a_{kn}(t)\right)$ назовём основной вектор–функцией (ОВФ). Далее деление (ГМ) будет осуществлена с применением (ОФ) или (ОВФ), а выбор и соответствие выбора множествам притяжений будут подтверждены теоремами.

139

§2.3 содержит материалы касающиеся свойств линии уровня гармонических функций.
В §2.4 изложены способы деление областей с применением гармонических функций.

Пусть заданы функции $a_j(t)(j = 1,2,\dots,n)$ и выполняется условие

U 2.4.1 $a_j(t) \in Q(\Delta)$ и $\in \forall t \in \Delta \left(a_j(t) \neq 0\right)$.

Линия $\left(p_{0j1}\right) = \left\{t \in \Delta \middle| A_{j1}(t_1,t_2) = 0\right\}, (j = 1,2,\dots,n)$область Δ делит на части $\Delta_{j11}, \Delta_{j12}.A_j(t) = \int_{t_0}^{t} a_j(\tau)d\tau, ReA_j(t) = A_{j1}(t_1,t_2)$.
Принято соглашение

$$\left(\forall t \in \Delta_{j11}\left(A_{j1}(t_1,t_2) \leq 0\right) \wedge \forall t \in \Delta_{j12}\left(A_{j1}(t_1,t_2) \geq 0\right)\right) \qquad \text{(A1)}$$

Аналогично линия $\left(p_{0j2}\right)$область Δ делит на части $\Delta_{j21}, \Delta_{j22}$.Для этого случая возьмём

$$\left(\forall t \in \Delta_{j21}\left(A_{j2}(t_1,t_2) \leq 0\right) \wedge \forall t \in \Delta_{j22}\left(A_{j2}(t_1,t_2) \geq 0\right)\right). \qquad \text{(A2)}$$

С использованием линии уровней функций
$ReA_j(t) = A_{j1}(t_1,t_2)$, $\mathfrak{I}mA_j(t) = A_{j2}(t_1,t_2)$ определена область Δ_{j0} ,(рис.1) которая ограничена линиями уровней $\left(p_{j11}\right), \left(p_{j12}\right), \left(p_{j21}\right), \left(p_{j22}\right)$

$$\left(p_{j1k}\right) = \left\{t \in \Delta \mid ReA_j(t) == p_{j1k} - const\right\},$$
$$\left(p_{j2k}\right) = \left\{t \in \Delta \mid \mathfrak{I}mA_j(t) == p_{j2k} - const\right\}, (k = 1,2).$$

Точкаt_0 является внутренней точкой области Δ_{j0}.

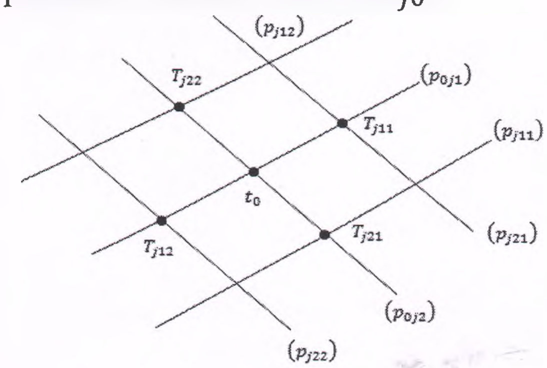

рис.1

Определение 2.2.1. Области Δ_{j0} назовём базовыми и обозначим $\Delta_{j0}(\mathrm{B})$.
Приведены примеры на базовых областей.

В §2.5 базовые области определенные в §2.4 с применением конформного отображения $w = A(t)$ (j - фиксированное) отображены в некоторый треугольник $\left(\mathcal{P}_{j0}\right)$ плоскости w.

§2.6 посвящен решению задачи о пересечении базовых областей определенных в §2.4.
Пусть определены базовые области $\Delta_{j0}(B)(j = 1,2,\dots,n)$.
Существует ли $\bigcap_j \Delta_{j0} = \Delta_0$, где $ReA_j(t) \leq 0$?
Каждая, отдельно взятая $\Delta_{j0}(B)$ имеет часть, где $ReA_j(t) = A_{j1}(t_1,t_2) \leq 0$.

Далее для таких случаев область Δ_0 обозначается $\Delta_0(B1)$.

Определение 2.6.1. Область Δ_0(B1) назовём базовой областью типа 1.

Рассматриваются функции $a_j(t)(j = 1,2)$, $t \in \Delta$ и для $a_j(t)$ выполняются условие U2.4.1 и соглашения (A1),(A2) .Существуют базовые области типа1 для функций $A_{j1}(t_1, t_2) = Re \int_{t_0}^{t} a_j(\tau) d\tau$которые обозначены Δ_{0j}(B1).

Ставится задача, при каких условиях существует $\bigcap_{j=1}^{2} \Delta_{0j}$ $(B1) = \Delta_{02}$? Введено обозначениеΔ_{02}(B2).

Определение 2.6.2. Область $\Delta_{02}(B2)$ назовём базовой областью типа 2.

Введены линии уровня $(p_{j1}) = \{t \in \Delta | A_{j1}(t_1, t_2) = p_{j1} - const\}$, $j = 1,2$ и составлены множества $\{(p_{j1})\}$.

Пусть выполняется условие

U2.6.1. Произвольные линии $(p_{11}) \in \{(p_{11})\}$ и $(p_{21}) \in \{(p_{21})\}$ пересекаются только в одной точке.

Согласно условия U2.6.1 область Δ разделяется на четыре части $\Delta_k(k = 1,2,3,4)$, причем существует только одна часть, где $A_{j1}(t_1, t_2) \leq 0(j = 1,2)$, а в оставшихся частях функции $A_{j1}(t_1, t_2)$, по совокупности имеют разные знаки. Часть, где $A_{j1}(t_1, t_2) \leq 0$ $(j = 1,2)$ обозначена Δ_1(рис.2).

Согласно определение 2.6.1 область Δ_1 является базовой областью типа 2.

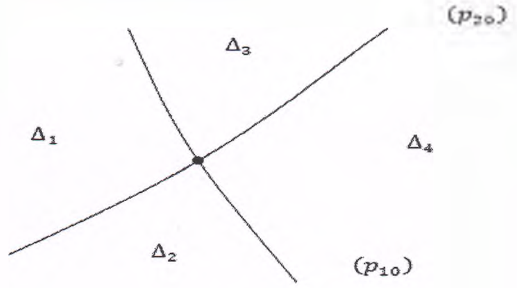

рис.2

Принято соглашение

$$\forall t \in \Delta_1(A_{j1}(t_1, t_2) \leq 0), \forall t \in \Delta_2(A_{11}(t_1, t_2) \leq 0, A_{21}(t_1, t_2) \geq 0),$$
$$\forall t \in \Delta_3(A_{11}(t_1, t_2) \geq 0, A_{21}(t_1, t_2) \leq 0), \qquad (A3)$$
$$\forall t \in \Delta_4(A_{j1}(t_1, t_2) \geq 0)$$

Для дальнейших исследований проведено деление областей Δ_k.Введены линии уровня

$$(p_{1\varepsilon}^{\pm}) = \{t \in \Delta \mid A_{11}(t_1, t_2) = \mp \varepsilon ln\varepsilon\},$$
$$(p_{2\varepsilon}^{\pm}) = \{t \in \Delta \mid A_{21}(t_1, t_2) = \mp \varepsilon ln\varepsilon\}.$$

Деление области Δ изображена на (рис.3).

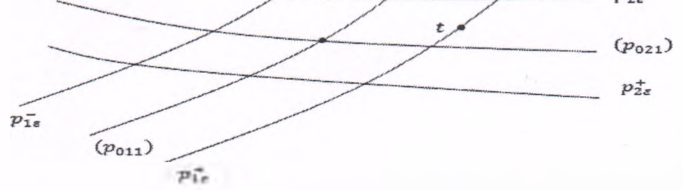

Рис.3

143

Часть Δ_1 ограниченная$(p_{1\varepsilon}^-)$ и $(p_{2\varepsilon}^-)$ обозначена$\Delta_{1\varepsilon}$;
часть Δ_2 ограниченная$(p_{1\varepsilon}^-)$ и $(p_{2\varepsilon}^+)$ обозначена$\Delta_{2\varepsilon}$;
часть Δ_3 ограниченная$(p_{1\varepsilon}^+)$ и $(p_{2\varepsilon}^-)$ обозначена$\Delta_{3\varepsilon}$;
часть Δ_4 ограниченная$(p_{1\varepsilon}^+)$ и $(p_{2\varepsilon}^+)$ обозначена$\Delta_{4\varepsilon}$;

В § 2.7 приведены различные определения кривых (по Жордану, Кантору, Урысону) и на кривой состоящих из нескольких спрямляемых кривых Жордана: $(p_1), (p_2), \dots, (p_n)$ решения СВУ первого порядка вида

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = a(t)z(t,\varepsilon) + f(t, z(t,\varepsilon), \varepsilon)$$

с начальным условием

$$z(t_0, \varepsilon) = z^0(\varepsilon).$$

где $t \in \Delta \subset C$ и $t_0 \in \Delta$ и её внутренняя точка; при условии
U 2.7.1 $a(t) \in Q(\Delta)$.
U 2.7.2 $f(t,z,\varepsilon) \in Q(H)$, где H – некоторое множество переменных (t,z) и $f(t,z,\varepsilon)$ непрерывна по ε;
представлена на каждом из частей $p_k (k = 1,2,3, \dots, n)$. Данное представление используется в главах 3 и 4.
§2.8 содержит заключение по главе 2.
Глава 3 и 4 являются доказательными частями диссертационной работы.

В главе 3 рассматриваются СВУ первого порядка и данная глава состоит из шести параграфов.
В §3.1рассматривается уравнение

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = f(t,z) = a(t)(z(t,\varepsilon) - b_1)(z(t,\varepsilon) - b_2), \tag{7}$$

где $t \in [0,T], b_j \in R_+ (j = 1,2)$ и $0 < b_1 < b_2, t_0 = 0$, с начальным условием

$$z(0,\varepsilon) = z^0\text{- const} \tag{8}$$

в предположении выполнения условий
U3.1.1 $a(t) \in C([0,T])$
U3.1.2 $a(t) < 0\ (0 \le t < t_0)$; $a(t_0) = 0$; $a(t) > 0\ (t_0 < t \le T)$.

Вырожденное уравнение имеет решения: $\xi_1 = b_1, \xi_2 = b_2$. (9)
Задача существование интервалов притяжений и его связь с интервалами устойчивости точки покоя решается следующей теоремой.

Теорема 3.1.1. Пусть рассматривается задаче (7)–(8) и выполняются условия U3.1.1, U3.1.2. Тогда для решений (9) существуют интервалы притяжения и некоторые интервалы притяжений содержат интервалы неустойчивости точек покоя.
Приведены примеры подтверждающие достоверность полученных результатов:

1. $a(t) = -\cos t, t \in R$.
2. $a(t) = \begin{cases} 2(t-1), 0 \le t \le 2; \\ 2(t-3), 2 \le t \le 4; \\ 2(t-5), 4 \le t \le 6. \end{cases}$

Далее рассматривается уравнение

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = f(t,z) = a(t)z(z - b_1)(z - b_2), \tag{10}$$

где $t \in [0,T]$, $b_j \in R_+$ и $b_1 < b_2$,

$$z(0,\varepsilon) = z^0\text{- const} \tag{11}$$

Предполагается выполнимость условийU3.1,U3.2. Заданное уравнение рассмотрим в множестве $\Omega = \{(t,z)|\ 0 \le t \le T, 0 < z\}$.

Вырожденное уравнение имеет решения:$\xi_1 = 0, \xi_2 = b_{1,}\xi_3 = b_2$. (12)

Множество Ω прямыми $z = b_1,\ z = b_2$ разделяется на три части:

$$\Omega_j = \left\{(t,z)|\ 0 \le t \le T, b_{j-1} < z < b_j\right\}, j = 1,2,3, \qquad b_0 = 0, b_3 = +\infty.$$

Следующая теорема выражает взаимосвязь областей влияния и интервалов притяжений.

Теорема 3.1.2. Пусть рассматривается задача (10)-(11) и для $a(t)$ выполняются условия U3.1.1, U3.1.2. Тогда для каждого из случаев $(0,z^0) \in \Omega_j$ существуют интервалы притяжений для одного из решений (12).

Приведены примеры

Пример 1. $a(t) = 2(t-1), t \in [0,3], t_0 = 0, b_1 = 1, b_2 = 2.$

Пример 2.

$a(t) = \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right], k \in Z_+$ -множество неотрицательных целых чисел, $t_0 = -\frac{\pi}{2}, b_1 = 1, b_2 = 2.$

§3.2 посвящен и следованию СВУБернулли вида

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = a(t)z(t,\varepsilon) + b(t)z^2(t,\varepsilon) \tag{13}$$

с начальным условием

$$z(t_0,\varepsilon) = z^0. \tag{14}$$

при действительных и комплексных значениях t.

§3.2 состоит из двух подпунктов. В подпункте 3.2.1 рассматривается уравнение Бернулли с действительным аргументом, в следующих случаях:

1.Пусть выполняются условия:

U3.2.1. $a(t), b(t) \in C^2[t_0,T] \wedge \forall t \in [t_0,T](b(t) \ne 0)$.

U3.2.2. $\forall t \in [t_0,T](a(t) < 0)$

(ВУ) соответствующие (13) имеет решения$\xi_1(t) \equiv 0,\ \xi_2(t) = -a(t)/b(t)$

Справедлива **Теорема 3.2.1.** Пусть рассматривается задача (13)-(14) и выполняются условия U3.2.1, U3.2.2. Тогда $(t_0,T]$- является интервалом притяжения для решения $\xi_1(t)$.

Решение $\xi_2(t)$ не имеет интервала притяжений.

2. Пусть выполняется условие U3.2.3. $\forall t \in [t_0,T](a(t) > 0)$.

Тогда справедлива **Теорема 3.2.2.** Пусть рассматривается задача (13) - (14) и выполняются условия U.3.2.1, U.3.2.3.Тогда $(t_0,T]$ - является интервалом притяжения для $\xi_2(t)$.

Решение$\xi_1(t)$ не имеет интервала притяжений.

3.Пусть выполняются условия

U3.2.4. $\forall t \in [t_0,T](a'(t) > 0) \wedge a(T_0) = 0\ (t_0 < T_0 < T)$

U3.2.5. $\exists!\ T_1(T_0 < T_1 < T) \wedge F(T_1) = 0$

Сформулированные условия обеспечивают существование смежных интервалов притяжений.

147

Теорема 3.2.3. Пусть рассматривается задача (13)-(14) и выполняются условия U.3.2.1, U.3.2.4, U.3.2.5.Тогда (t_0, T_1) - интервал притяжения для $\xi_1(t)$, а $(T_1, T]$- интервал притяжения для $\xi_2(t)$.

Приведены примеры для рассматриваемых случаев:

1. $a(t) \equiv -1, b(t) \in C^2[-1,1]$.
2. $a(t) = expt, b(t) \in C^2[0,1]$ и $\forall t \in [0,1](b(t) \neq 0)$.
3. $a(t) = 2t$, а $b(t) \in C^2[-1,2]$ и $\forall t \in [-1,2](b(t) \neq 0)$.

В 3.2.2 исследована уравнение Бернулли с комплексным аргументом при условии

U3.2.6. $a(t), b(t) \in Q(\Delta)$ и $\forall t \in \Delta\ (a(t) \neq 0, b(t) \neq 0)$.

(ВУ), имеет решения $\xi_1(t) \equiv 0,\ \xi_2(t) = -\frac{a(t)}{b(t)} \in Q(\Delta)$.

Для доказательства существования областей притяжений использованы построения §2.4 (для одной функции). Рассматриваются области $\Delta_{k\varepsilon}(k = 1,2)$.Справедлива

Теорема 3.2.1. (существование смежных областей притяжений). Пусть выполняются условия U3.2.6 и $\big(AK(k = 1,2)\big)$. Тогда $\forall t \in \Delta$ решение задачи (13)-(14) существует и $\Delta_{k\varepsilon}(k = 1,2)$ являются областями притяжения соответственно для решений $\xi_k(t)(k = 1,2)$.

Приведен пример. $a(t) \equiv a \in C \wedge a - const, b(t) \in Q(\Delta), t_0 \in \Delta \subset C$.

В §3.3 исследована СВУ типа Риккати

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = a(t)z(t,\varepsilon) + \varepsilon b(t) + c(t)z^2(t,\varepsilon) \tag{15}$$

с начальным условием

$$z(t_0,\varepsilon) = z^0(\varepsilon) \tag{16}$$

где $t \in \Delta \subset C, t_0 \in \Delta$ и её внутренняя точка.

Пусть выполняется условие U3.3.1. $a(t) \in Q(\Delta)$ и $\forall t \in \Delta\ (a(t) \neq 0)$.

Для доказательства существования областей притяжения использованы построения проведённые в § 2.4. Если учесть построения проведённые в § 2.4, то базовая область $\Omega_{10}(B)$ состоит из двух частей. Эти части обозначим $\Delta_{111}(B)$ и $\Delta_{112}(B)$.

По определению и согласовании (A1)

$$\big(\forall(t_1,t_2) \in \Delta_{111}(B)(A_{11}(t_1,t_2) \leq 0) \wedge \forall(t_1,t_2) \in \Delta_{112}(B)(A_{11}(t_1,t_2) \geq 0)\big)$$

1. Рассматривается решение $\xi_1(t) \equiv 0$ и считается$|z^0(\varepsilon)| \leq M_0\varepsilon$.(17)

Теорема 3.3.1. Пусть выполняются условия U3.3.1, U3.3.2. Тогда существует решение задачи (15), (17ё) в $\Delta_{111}(B)$ и область $\Delta_{111}(B)$ является областью притяжения решения $\xi_1(t) \equiv 0$.

Доказательство теоремы 3.3.1 проведена используя конформное отображение областей (§2.5).

2. Далее рассматривается решение $\xi_2(t)$.

Справедлива **Теорема 3.3.2.** Пусть выполняются условия U3.3.1, U3.3.2. Тогда существует решение (15) удовлетворяющее условию $|z^0 - \xi_2(t_0)| \leq M\varepsilon$ и область $\Delta_{112}(B)$ является областью притяжения решения $\xi_2(t)$.

В §3.4 исследована СВУ первого порядка

$$\varepsilon\, z'(t,\varepsilon) = f\big(t, z(t,\varepsilon)\big), \qquad (18)$$

с начальным условием

$$z(t_0,\varepsilon) = z^0(\varepsilon) \qquad (19)$$

для$t \in \Delta, t_0 \in \Delta$; предполагая, что (ВУ) имеет изолированные решения $\xi_j(t), (j = 1,2,\ldots,n) \in Q(\Delta)$ и выполняется условие

U3.4.1 Пусть $f(t,z) \in Q(H), H$–некоторая область переменных (t,z).

В (18) производится замена $z\,(t,\varepsilon) = u_j(t,\varepsilon) + \xi_j\,(t)$и получается уравнение

$$\varepsilon u_j'(t,\varepsilon) = a_j(t)u_j(t,\varepsilon) + \varepsilon b_j(t) + g_j(t, u_j(t,\varepsilon)) \qquad (20)$$

$f_z'(t,\xi_j) \equiv a_j(t),\ \ \frac{1}{2!} f_z''(t,\xi_j)u_j^2 + \cdots .. \equiv g_j(t,u_j), -\xi'_j(t) \equiv b_j(t)$.

U3.4.2Пусть $\forall (t,z) \in H\ \left(\left|g_l(t,\tilde{u}_j) - g_j(t,\tilde{u}_j)\right| \le M_0\left|\tilde{u}_j - \tilde{\tilde{u}}_j\right| max\{|\tilde{u}_j|, |\tilde{\tilde{u}}_j|\}\right)$.

U3.4.3$\forall t \in \Delta (a_j(t) \neq 0)$.

$$u_j(t_0,\varepsilon) = u_j^0(\varepsilon), \quad \left|u_j^0(\varepsilon)\right| \le M_1\varepsilon. \qquad (21)$$

Доказана **Теорема 3.4.1.** Пусть выполняются условия U3.4.1,U3.4.2, U3.4.3.Тогда для каждого $\xi_j(t)$ существует:

1. Решение $z_j(t,\varepsilon)$уравнения (18) удовлетворяющее условию
$$z_j(t_0,\varepsilon) = z_j^0(\varepsilon), \ \left|z_j^0(\varepsilon) - \xi_j(t_o)\right| \le M_2\varepsilon.$$
2. Область $\Delta_j \subset \Delta$ и $\forall\, t \in \Delta_j\big(z_j(t,\varepsilon) \longrightarrow \xi_j(t)\ \text{по}\ \varepsilon\big)$.

В данном параграфе на примерах доказана, общая часть областей притяжений $\Delta_j\left(z_j(t,\varepsilon)\right)$ могут быть: плоской областью, простой дугой(линией),точкой.

В §3.5 доказана зависимость областей притяжений от начальных значений и возможные расширение смежных областей притяжений.

Рассматривается уравнение

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = a(t)z(t,\varepsilon) + z^2(t,\varepsilon) + \varepsilon f\big(t, z(t,\varepsilon)\big), \qquad (22)$$

с начальным условием

$$z(\tilde{t}_0,\varepsilon) = \tilde{z}^0(\varepsilon), |\tilde{z}^0(\varepsilon)| \le M_0\varepsilon, \qquad (23)$$

где $t \in \Delta \subset C, \tilde{t}_0 \in \Delta$ и её внутренняя точка

Пусть выполняются условия:

U3.5.1 $\forall t \in \Delta\ (a(t) \neq 0)$ и $a(t) \in Q(\Delta)$

U3.5.2 $f(t,z) \in Q(H), H$- некоторая область переменных t, z и

$$\forall \Big((t,\tilde{z}),(t,\tilde{\tilde{z}})\Big)\left(\left|f(t,\tilde{z}) - f(t,\tilde{\tilde{z}})\right| \le M\left|\tilde{z} - \tilde{\tilde{z}}\right|\right).$$

Вырожденное уравнение имеет решения $\xi_1(t) \equiv 0, \xi_2(t) = -a(t)$.

Взяв произвольную, внутреннюю точку $t_0 \in \Delta$, не совпадающую с точкой $\bar{t}_0$ определяется функция

$$A(t) = \int_{t_0}^{t} a(\tau)\, d\tau.$$

$A(t)$ в точке t_0 имеет простой нуль, следовательно линия уровня $(p_{10}) = \{t \in \Delta | ReA(t) = 0\}$ область Δ на части Δ_1, Δ_2, при этом можно взять

$$\forall t \in \Delta_1(ReA(t) \ge 0) \wedge \forall t \in \Delta_2(ReA(t) \le 0).$$

151

Если воспользоваться результатами теорем 3.3.1-3.3.2 то область Δ_1 является областью притяжения решения $\xi_2(t)$ при условии $|z(t_0,\varepsilon)-a(t_0)| \le M_0\varepsilon$, а область Δ_2, областью притяжения решения $\xi_1(t)$ при $|z(t_0,\varepsilon)| \le M_0\varepsilon$.

В данном параграфе исследована зависимость существование областей притяжений от начальных значений $\tilde{t}_0$.

Пусть $\tilde{t}_0 \in \Delta_1$и $A_0(t) = \int_{\tilde{t}_0}^{t} a(\tau)\, d\tau$. Тогда $A_0(t) = A(t) - A(\tilde{t}_0)$.

Рассматривается линия уровня

$(\tilde{p}_1) = \{t \in \Delta_1 | ReA(t) = ReA(\tilde{t}_0) = \tilde{p}_1 - const > 0\}$ (рис.4).

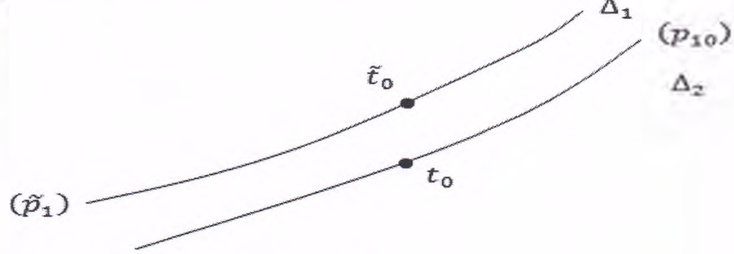

Рис.4

Следующие теоремы выражают зависимость областей притяжений от начальных значений.

Теорема 3.5.1. Пусть выполняются условия U3.5.1, U3.5.2. Тогда: 1. Существует область Δ_{11} состоящая из частей Δ_1 и Δ_2; Решение задачи (22), (23) определенное в Δ_{11}. 2. Область Δ_{11} является областью притяжения решения $\xi_1(t)$.

Теорема 3.5.2. Пусть выполняются условия U3.5.1, U3.5.2. Тогда: 1. Существует решение задачи (22), (23) определенное в Δ_{12}. 2. Область Δ_{12} является областью притяжения решения $\xi_2(t)$ и состоит из части Δ_2 и Δ_1.

В теореме 3.5.2 взято $\tilde{t}_0 \in \Delta_2$ (рис.5)

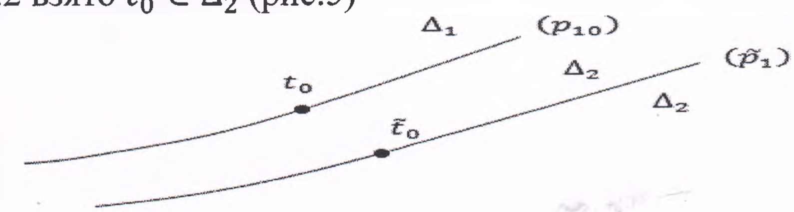

Рис.5

Из доказанных теорем вытекает возможные расширения областей притяжения. К примеру в теореме 3.5.1 двигая линию уровня $(\tilde{p}_1)$ «вглубь» области Δ_1 получим расширение области притяжения Δ_{11} ,причем границы Δ_{11} упираются к границе области Δ (если Δ ограничено) или уходят в бесконечность (если Δ неограничено). Аналогичное имеет место для Δ_{12}.

Приведен пример $a(t) \equiv a - const \in C, t_0 = 0, a = a_1 + ia_2, 0 < a_1, 0 < a_2$.

В §3.6 приведены заключения по главе 3.

Глава 4 посвящена исследованию систем из нескольких уравнений первого порядка и состоит из пяти параграфов.

В §4.1 доказано зависимость решений вырожденной системы от количества решений уравнений, входящих в вырожденную систему. В частности вырожденная система, системы СВУ вида

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = A(t)z(t,\varepsilon) + b(t)z^2(t,\varepsilon) + \varepsilon f(t, z(t,\varepsilon)), \qquad (24)$$

153

с начальным условием

$$z(t_0, \varepsilon) = z^0(\varepsilon), \tag{25}$$

где $z(t,\varepsilon) = colon\big(z_1(t,\varepsilon), z_2(t,\varepsilon), \dots, z_n(t,\varepsilon)\big)$,

$A(t) = diag\big(a_1(t), a_2(t)\big)$, $\quad b(t) = colon\big(b_1(t), b_2(t), \dots, b_n(t)\big)$

$z^2(t,\varepsilon) = colon\big(z_1^2(t,\varepsilon), z_2^2(t,\varepsilon), \dots, z_n^2(t,\varepsilon)\big)$,

имеет $2^n (n \in N)$ решений.

В §4.2 рассматривается система вида

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = A(t)z(t,\varepsilon) + b(t)z^2(t,\varepsilon) \tag{26}$$

с начальным условием

$$z(t_0,\varepsilon) = z^0 - \text{const} \tag{27}$$

где $z(t,\varepsilon) = colon\big(z_1(t,\varepsilon), z_2(t,\varepsilon)\big)$,

$A(t) = diag\big(a_1(t), a_2(t)\big)$, $\quad b(t) = colon\big(b_1(t), b_2(t)\big)$

$z^2(t,\varepsilon) = colon\big(z_1^2(t,\varepsilon), z_2^2(t,\varepsilon)\big)$, $z^0 = colon(z_1^0, z_2^0)$.

Вырожденная система имеет решения

$\xi^1(t) = colon(0;0), \xi^2(t) = colon\big(0; -a_2(t)/b_2(t)\big)$,

$\xi^3(t) = colon(-a_1(t)/b_1(t), 0)$,

$\xi^4(t) = colon\big(-a_1(t)/b_1(t), -a_2(t)/b_2(t)\big)$.

Данный параграф содержит два подпункта.

В подпункте 4.2.1 система (26) исследована при действительных значениях t и предполагается выполнения условий: U.4.2.1 $\forall t \in [t_0, T](a_k(t) \neq 0)$.

U.4.2.2 $a_k(t), b_k(t) \in C^2([t_0, T])$.

Доказаны

Теорема 4.2.1. Пусть $\forall t \in [t_0, T](a_k(t) > 0)$ и выполняется U.4.2.2. Тогда $(t_0, T]\big(\xi^4(t)\big)$.

Теорема 4.2.2. Пусть $\forall t \in [t_0, T](a_k(t) < 0)$ и выполняется U4.2.2. Тогда $(t_0, T]\big(\xi^1(t)\big)$.

Теорема 4.2.3. Пусть $\forall t \in [t_0, T](a_1(t) > 0, a_2(t) < 0)$ и выполняется U4.2.2. Тогда $(t_0, T]\big(\xi^3(t)\big)$.

Теорема 4.2.4. Пусть $\forall t \in [t_0, T](a_1(t) < 0, a_2(t) > 0)$ и выполняется U4.2.2. Тогда $(t_0, T]\big(\xi^2(t)\big)$.

Теорема 4.2.5.(существование смежных интервалов притяжений).

Пусть $\forall t \in [t_0, T_0)(a_1(t) < 0)$, $a_1(T_0) = 0, \forall t \in (T_0, T]$

$(a_1(t) > 0) \exists!\ T_1(T_0 < T_1 < T \ \wedge A_1(T_1) = 0)$,

$\forall t \in (t_0, T](a_2(t) > 0)$

и выполняется U4.2.2. Тогда $(t_0, T_1)\big(\xi^2(t)\big), (T_1, T]\big(\xi^4(t)\big)$.

В подпункте 4.2.2 система (26) исследована при комплексных значениях t, в предположении

U4.2.3. $a_j(t), b_j(t) \in Q(\Delta) \wedge \forall t \in \Delta(a_j(t) \neq 0, b_j(t) \neq 0)$.

Справедливы: **Лемма 1**. В каждом из частей $\Delta_{k\varepsilon}(k = 1,2,3,4)(exp\frac{1}{\varepsilon}A_{j1}(\tau_1) \to 0$ по $\varepsilon)$ или $\left(exp\frac{-1}{\varepsilon}A_{j1} \to 0 \text{ по } \varepsilon\right)$ $(j = 1,2)$.

и **Теорема 4.2.6**.(существование смежных областей притяжений). Пусть выполняются условия U2.6.1 и U4.2.3. Тогда существуют: 1.Решение задачи (26)-(27). 2. Области притяжения $\Delta_{k\varepsilon}\left(\xi^k(t)\right)(k=1,2,3,4)$.

Области $\Delta_{k\varepsilon}$ определены в §2.6, $ReA_{j1}(t)=ReA_j(t)=Re\int_{t_0}^{t}a_j(\tau)d\tau$.

§4.3 посвящена исследованию системы из двух уравнений первого порядка

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon)=A(t)z(t,\varepsilon)+b(t)z^2(t,\varepsilon)+\varepsilon g\big(t,z(t,\varepsilon)\big), \qquad (28)$$

с начальным условием

$$z(t_0,\varepsilon)=z^0(\varepsilon) \qquad (29)$$

$t\in\Delta$, $t_0\in\Delta$ и её внутренняя точка; $z(t,\varepsilon)=colon\big(z_1(t,\varepsilon),z_2(t,\varepsilon)\big)$,

$A(t)=diag\big(a_1(t),a_2(t)\big)$; $b(t)=diag\big(b_1(t),b_2(t)\big)$; $z^0=colon(z_1^0,z_2^0)$;

$z^2(t,\varepsilon)=\mathrm{colon}\big(z_1^2(t,\varepsilon),z_2^2(t,\varepsilon)\big)$; $g(t,z)=colon\big(g_1(t,z),g_2(t,z)\big)$;

Предположим выполнения следующих условий:

U4.3.1. $a_j(t),b_j(t)\in Q(\Delta)$.

U4.3.2. $\forall t\in\Delta\big(a_j(t)\neq 0,\ \ b(t)\ \neq 0\big)$(j=1,2).

U4.3.3. $g(t,z)\in Q(H)$и $\forall((t,\tilde z),(t,\tilde{\tilde z}))\in H\big(\|g(t,\tilde z)-g(t,\tilde{\tilde z})\|\le M_j\|\tilde z-\tilde{\tilde z}\|\big)$,где $H=\{(t,z)|t\in\Delta,\|z-\xi_j\|\le M_0\}$.

$\xi_1(t)=colon\ (0;0),\xi_2(t)=colon(0;-a_2(t)/b_2(t)),\xi_3(t)=0,\ \ \xi_4(t)=0.$

Введены линии уровня функций $A_{j1}(t_1,t_2)$, $(j=1,2)$

$$ReA_j(t)=Re\int_{t_0}^{t}a_j(\tau)d\tau=ReA_{j1}(t_1,t_2),$$

$\big(p_{j1}\big)=\{t\in\Delta|A_{j1}(t_1,t_2)=p_{j1}-const\}$, $j=1,2$ и составлены множества $\{(p_{j1})\}$.

Пусть выполняется условие

U4.3.4 Произвольные линии $(p_{11})\in\{(p_{11})\}$ и $(p_{21})\in\{(p_{21})\}$ пересекаются только в одной точке.

Согласно U4.3.4 линии $\big(p_{j0}\big)$ область Δ делят на части Δ_k(k=1,2,3,4).

Доказаны:

Лемма 2. Пусть выполняются условие U4.3.4 и (A3). Тогда $A_{11}(t_1,t_2)$ строго монотонна вдоль(p_{21}), а $A_{21}(t_1,t_2)$ строго монотонна вдоль (p_{11}).

Теорема.4.3.1.(существование смежных областей притяжений). Пусть выполняются условия U4.3.1-U4.3.4 и (A3). Тогда для каждого решения $\xi_j(t)$ существует решение $z(t,\varepsilon)$ задачи(28)–(29) удовлетворяющее условия $\|z(t,\varepsilon)-\xi_j(t)\|\le M_2\varepsilon$ и области $\Delta_{j1}(B2)\subset\Delta_j(j=1,2,3,4)$, которые являются областями притяжения соответственно для решений $\xi_j(t)(j=1,2,3,4)$.

Приведены примеры иллюстрирующие полученных результатов.

1. $a_1(t)=1,b_1(t)=1$, $a_2(t)=1$, $b_2(t)=1.$

2. $a_1(t) = 1, b_1(t) = 1$, $a_2(t) = -1$, $b_2(t) = -1$.
3. $a_1(t) = 2t, b_1(t) = 1$, $a_2(t) = 2(t-1)$, $b_2(t) = 1$.

ВЫВОДЫ

В данной работе рассмотрены СВУ(R∨C) имеющие несколько решений при вырождении. Ставится задача исследования асимптотического приближения решений заданных СВУ(R∨C) к решениям вырожденных уравнений. Для решения поставленной задачи проводится обзор ранних исследований. Обзор содержит теорию: пограничного слоя, начатого А.Н. Тихоновым в 50-х годах прошлого столетия и далее развитых в работах А.Б.Васильевой, М.И.Иманалиева и многих других авторов; релаксационных колебаний развитых в работах Л.С.Понтрягина, Е.Ф. Мищенко, Н.Х. Розова и их учеников; а также приведены основные результаты из теории методики поиска новых эффектов и явлений в теории сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений полученные М.И.Иманалиевым, П.С.Панковым и Г.М.Кененбаевой, К.А.Касымова и других. В частности упомянуты явления внутреннего, вращающегося слоя, углубляющегося пограничных слоев; начального скачка, всплеска.

Также в обзор включены исследования СВУ(С) с аналитическими функциями на явление задержки решения в окрестности решения(одного) вырожденного уравнения, авторов М.А.Шишковой, С.К.Каримова, Нейштадта, К.С.Алыбаева и других. Приведены результаты исследований СВУ(С) на существование погранслойных линий, регулярных и сингулярных областей полученные К.Б. Тампагаровым.

Проведенный обзор показал, что асимптотическое поведение решений СВУ(R) в основном исследованы, когда вырожденные уравнения имеют единственное решение или множество решений вырожденного уравнения рассмотрена как точечное, без выделения отдельных решений и определения соответствующих интервалов притяжений.

Исследования СВУ(С), когда вырожденные уравнения имеют несколько решений ранее не проводились.

Для решения поставленной задачи введены новые понятия: главные множества, основные функции (ОФ), основные вектор функции (ОВФ), множества притяжения, с использованием введенных новых и других понятий связанных с ними разработан метод разделения (ГМ).

Разделение (ГМ) состоит из двух составляющих: деление множеств на части и выбор частей. Деления (ГМ), произведены с использованием (ОФ) и (ОВФ).

Используя деление (ГМ) и выбором частей доказано существование множеств притяжений.

Для СВУ(С) доказательство областей притяжений осуществлена представлением решений на некоторых линиях.

Рассмотрены случаи когда множества притяжений существуют не для всех решений (ВУ).

Сформулированы наиболее общие условия существования множеств притяжений. Доказательство существование множеств притяжений проведены без привлечения устойчивости решений вырожденных уравнений. Исследованы возможности расширения областей притяжений для решений СВУ(С).

Во всех теоремах сформулированных и доказанных в данной работе отсутствуют «единственность решений». Для некоторых СВУ решение представляется в явном виде, а для других классов СВУ сформилированы более сильные требования, чем условие Липшица, которые по существу обеспечивают единственность решений. Следовательно на доказательство единственности решений не уделено внимание.

Остались не исследованными случаи, когда: линия делящая область на части имеет точек ветвления; (ОФ) и (ОВФ) имеют особенности; системы состоящие из четырех и более СВУ первого порядка.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Мурзабаева А.Б. Нарушение единственности решений вырожденного уравнения для сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями[Текст]/ А.Б. Мурзабаева //Известия КГТУ им.И.Раззакова. Материалы Международной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании», посвященной 75-летию академика А.Жайнакова. - Бишкек, 2016. - С.162-169
2. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения с аналитическими функциями при нарушении единственности решений вырожденного уравнения . [Текст] /А.Б. Мурзабаева //Инновации в науке: сб. статей по материалам LXIII Международной научно-практической конференции. №11(60). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 42-49.
3. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения при нарушении единственности решений вырожденного уравнения и условия устойчивости[Текст] /А.Б. Мурзабаева // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLIX Международной научно-практической конференции. № 12 (47). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 77-85.
4. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения с неаналитическими правыми частями теряющие единственность при вырождении [Текст]/ А.Б. Мурзабаева //Вестник ЖАГУ, 2017, № 1(34). - С. 27-33.
5. Мурзабаева А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения с аналитическими функциями теряющие единственность при вырождении [Текст] /К.С.Алыбаев, А.Б. Мурзабаева // Итоги науки в теории и практике 2017: сб. научных трудов Евразийского Научного Объединения по материалам XXXIV международной научной конференции. № 12 (34). Москва, 2017. - С. 15-20.

6. Мурзабаева А.Б. Системы сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями теряющие единственность при вырождении[Текст] /А.Б.Мурзабаева// Теоретические и практические вопросы современной науки: сб. научных трудов Евразийского Научного Объединения по материалам XLI международной научной конференции. № 7 (41). Москва, 2018. - С. 12-18.
7. Мурзабаева А.Б. Построение областей притяжения при вырождении сингулярно возмущенных уравнений[Текст] /К.С.Алыбаев, А.Б. Мурзабаева // Международный научно-исследовательский журнал. № 9 (75). Екатеринбург, 2018. - С. 7-11.
8. Мурзабаева А.Б. Построение размеченных множеств применением гармонических функций[Текст] / А.Б. Мурзабаева // Международный научно-исследовательский журнал. № 9 (75). Екатеринбург, 2018. - С. 32-36.
9. Murzabaeva A.B. Singularly perturbed first-order equations in complex domains that lose their uniqueness under degeneracy. [Text] /K.S.Alybaev, A.B. Murzabaeva //In "International Conference on Analysis and Applied Mathematics" (ICAAM 2018), AIP Conference Proceedings Vol. no. 1997,

American Institute of Physics.-2018.-P.020076-1-020076-5.Режимдоступа:https://doi.org/10.1063/1.5049070.

10. Мурзабаева А.Б. Представление решений сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений на линиях[Текст] / А.Б. Мурзабаева //Вестник ЖАГУ. № 4. Жалал-Абад, 2018. - С. 3-7.
11. Мурзабаева А.Б. Исследование сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении [Текст] / А.Б. Мурзабаева //Вестник ЖАГУ. № 4. Жалал-Абад, 2018. - С. 7-15.

Сделаны доклады на международных конференциях с публикацией тезисов.

12. Murzabaeva A.B. On some properties of level lines of harmonic functions. [Text]/ K.B.Tampagarov ,A.B.Murzabaeva. - P. 80. // Abstracts of V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Bulan-Sogottu, 5-7 June, 2014) / Ed. A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2014 -P. 80
13. Murzabaeva A.B. Methods of asymptotical presentations of integrals containing large parameter. [Text]/A.B.Murzabaeva // Abstracts of V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Bulan-Sogottu, 5-7 June, 2014) / Ed. A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2014. - P. 125.
14. Murzabaeva A.B. Boundary layer lines, regular and singular domains for singularly perturbed equations of the third order with analytical functions. [Text] / A.B. Murzabaeva // Abstracts of the Issyk-Kul International Mathematical Forum (Kyrgyzstan, Bozteri, 24-27 June, 2015) / Ed. by A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2015. – P. 42.

16

15. Murzabaeva A.B. Violation of the uniqueness of the solutions of degenerate equations for singularly perturbed equations with analytical functions . [Text]/ A.B. Murzabaeva // Abstracts of the V International Scientific Conference “Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics” devoted to the 85 anniversary of Academician M. Imanaliev / Ed. by Acad. A.Borubaev. - Bishkek, 2016. – P..
16. Мурзабаева А.Б. Системы сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений в комплексных областях, теряющие единственность при вырождении [Текст] / А.Б. Мурзабаева //II Борубаевские чтения. Бишкек, 2018.-С28.
17. Murzabaeva A.B.Systems of singularly perturbed ordinary differential equations of type Bernoulli. [Text] /K.S.Alybaev, A.B. Murzabaeva // Abstracts of the «Mathematical Analysis, Differential Equations & Applications» International conference MADEA-8 (Kyrgyz Republic, Issyk-Kul, 17-23 June, 2018) / Ed. by A.M.Samoylenko. – Bishkek: Kyrgyz-Turkish Manas University, 2018. – P. 26-27.

МУРЗАБАЕВА А.Б. – Спасибо за внимание!

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ: - У вас все, Айтбу Бусуроманкуловна? У кого имеются вопросы?

ОСКОНБАЕВ М.: Чем вызвана переход от ламинарного состояния к турбулентному?

ОТВЕТ: Переход от ламинарного состояния в турбулентное происходит внезапно, когда скорость течения возрастает или вязкость жидкости уменьшается.

ОСКОНБАЕВ М.: Второй вопрос. В уравнении Орра –Зоммерфельда какие параметры характеризуют переход от ламинарного состояния к турбулентному ?

ОТВЕТ: В данном уравнении присуствуют параметры $R, \alpha. R-$ число Рейнольдса, а α – частота колебательных возмущений. Если $R \cdot \alpha$ – достаточно большое число происходит переход от ламинарного состояния к турбулентному.

ТУРСУНОВ Д.А.: Как понять смысл высказывания: “Решения вырожденной системы зависят от количества решений уравнений входящих в данную систему”.

ОТВЕТ: Каждое уравнение входящее в вырожденную систему имеют по несколько решений и из этих решений составляется решения вырожденной системы. В работе приведен пример, когда каждое уравнение имеет по два решения, а в итоге вырожденная система имеет 2^nрешений $(n \in N)$.

ТУРСУНОВ Д.А.: Второй вопрос. В §3.1 приведен пример разрывной функции (пример 2). Это не приведётк противоречию к доказанным теоремам?

165

ОТВЕТ: На этом примере показано, что сформулированное в §3.1 условие U3.1.1 можно ослабить т.е Теорема 3.1.1 остаётся верной для случаев, когда $a(t)$ имеет конечное число точек разрывов первого рода. Условие 3.1.1 наложено только для облегчения доказательства данной теоремы.

АЛЫМКУЛОВ К.: Вами исследованы случаи, когда линии уровня гармонических функций содержат точки ветвления?

ОТВЕТ:Такие случаи нами не исследованы.

АЛЫМКУЛОВ К.: Второй вопрос. В работе, Вы используете условие устойчивости решений вырожденных уравнений?

ОТВЕТ:В отличии от ранних работ в нашей работе условие устойчивости не используются.

АЛЫМКУЛОВ К.: Третий вопрос. Каким способом происходит деление главного множества?

ОТВЕТ:Если $t \in R$, то деление происходит с использованием монотонности, знака основной функции; если $t \in C$, то деление производится при помощи линии уровней некоторых гармонических функций порождаемых основными функциями.

АРАПОВ Б.А.: В квантовой физике под внутренними и внешними воздействиями также происходят переход от одного состояния к другому. Такие случаи можно описать уравнениями, которые исследованы в вашей работе?

ОТВЕТ: Такие состояния могут быть описаны сингулярно возмущенными уравнениями. Для исследования таких классов уравнений физики Вентцель, Крамерс, Бриллюэн создали метод ВКБ.

БЕКЕШОВ Т.О.: В формуле (4) функция $a(t)$ и функция $a_j(t)$ в определении 2.1.1 взаимосвязаны.

ОТВЕТ: Произошла опечатка, индекса j не должна быть.

БЕКЕШОВ Т.О.: Второй вопрос. В чём различие базовых областей типа 1 и 2?

ОТВЕТ: Базовая область типа 1 определена для одной основной функции, а базовая область типа 2 определена для двух основных функций, которые составляют некоторую основную вектор – функцию.

ВЫСТУПИЛИ:

АЛЫМКУЛОВ К.- д.ф.-м.н., профессор, член-корреспондент НАН КР.

- Актуальность темы диссертации Мурзабаевой А.Б. не вызывает сомнения. Автором проделана огромная работа. Рассмотрены сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения с разделением множеств при вырождении. Считаю, что работу А.Б. Мурзабаевой нужно рекомендовать к защите. Диссертационная работа отвечает всем требованиям, предүявляемым ВАК КР к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

АРАПОВ Б.А. - д.ф.-м.н., профессор

- В диссертационной работе Мурзабаевой А.Б. доказано, зависимость областей притяжений от начальных значений и возможность расширения областей притяжений. Исследованы сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения с действительными и комплексными аргументами, которые при вырождении имеют несколько решений. Я тоже считаю, что диссертационная работа Мурзабаевой А.Б. отвечает всем требованиям, предъявляемым ВАК КР к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, и рекомендуется к публичной защите на заседании диссертационного совета.

ТУРСУНОВ Д.А.- д.ф.-м.н., профессор

- Я тоже считаю, что диссертационная работа Мурзабаевой А.Б. отвечает всем требованиям, предъявляемым ВАК КР к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, и рекомендуется к публичной защите на заседании диссертационного совета.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ: Теперь необходимо по предложениям членов экспертной комиссии назначить ведущую организацию, оппонентов и дату защиты. Тогда слово Ученому секретарю для оглашения рекомендации членов экспертной комиссии по этим вопросам.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ: Уважаемые члены диссертационного совета, двое из членов экспертной комиссии предлагают в качестве оппонентов д.ф.-м.н., профессора М.М. Арипова и д.ф.-м.н., профессора Д.А.Турсунова, а Д.А.Турсунов предлагает д.ф.-м.н., профессора М.М. Арипова и к.ф.- м.н., доцента А.З. Зулпукарова . Относительно ведущей организации мнения членов экспертной комиссии совпадают: Институт Математики НАН КР.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ: Тогда уклоняемся к большинству и определим дату защиты. Разрешите поставить на голосование следующие решения. Объявлено открытое голосование по следующему постановлению.

ПОСТАНОВЛЕНИЕ:

1.Утвердить заключение экспертной комиссии по рассмотрению диссертационной работы.

2. Утвердить ведущей организацией Институт математики Национальной Академии Наук КР и официальных оппонентовв доктора физико-математических наук, профессора, заведующий кафедрой прикладной математики и компьютерного анализа Национального университета им. М. Улукбека, Республика Узбекистан Арипова Мерсаида Мирисиддиковича , доктора физико-математических наук, профессора Турсунова Дилмурата Абдиллажановича.

3. Допустить к защите диссертацию Мурзабаевой Айтбү Бусурманкуловны на тему: «Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении», представленной на

соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

4. Разрешить Мурзабаевой А.Б. выпуск автореферата и размещения объвления сайте ВАК КР о защите диссертации.
5. Установить дату заседания Диссертационного Совета по защите диссертации Мурзабаевой Айтбү Бусурманкуловны на тему: «Исследование сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с разделением множеств при вырождении», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление на 17 мая 2019 года.

Результаты голосования - «за» - 10, против и воздержавшихся нету.

Постановление принято единогласно.

Председатель диссертационного совета,
д.ф.-м.н., профессор: Матиева Г.М.

Ученый секретарь диссертационного совета,
к.ф.-м.н., доцент: Бекешов Т.О.

29.03.2019 г.

171