ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИНИН ЖАРЧЫСЫ

ВЕСТНИК ОШСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

2011

№1 — 2011

ISBN 9967-03-030-5

ISBN 9967-03-032-1

ТАБИГЫЙ ЖАНА МЕДИЦИНАЛЫК ИЛИМДЕР СЕРИЯСЫ
ГУМАНИТАРДЫК ИЛИМДЕР СЕРИЯСЫ
ЭКОНОМИКАЛЫК ИЛИМДЕР СЕРИЯСЫ

Задачи и упражнения.

1.Составить уравнения электролитической диссоциации следующих электролитов: $Ba(OH)_2$, : $Al(OH)_3$, : $Be(OH)_2$, $NiSO_4$, $CaCl_2$, HBr, H_2SiO_3, $KHCO_3$, $(PbOH)NO_3$, NaH_2PO_4, Na_2HPO_4. Какие из этих электролитов образуют катионы водорода?

2. Составьте формулы молекул веществ получающихся при взаимодействии катионов:Na^+, Cu^{2+}, Ba^{2+}, Fe^{2+}, $NiOH^+$, $FeOH^{2+}$, Al^{3+} с анионами: S^{2-}, SO_4^{2-}, HS^-, Cl^-, NO_2^- . назовите вещества.

3.Составьте молекулярные и ионные уравнения реакций между:

а) карбонатом кальция и азотной кислотой

б) азотной кислотой и гидрооксидом аммония.

Обратимы или необратимы эти реакции обмена?

1.Составьте молекулярное уравнение реакций, выражаемых ионными уравнениями:

а) $Zn^{2+} + S^{2-} \rightarrow ZnS$

б) $Zn^{2+} + 2OH^- \rightarrow Zn(OH)_2$

в) $H^+ + OH^- \rightarrow H_2O$

2.Степень диссоциации одноосновной кислоты в растворе с концентрацией 0,2 моль/л равна 0,15. Рассчитайте массу ионов водорода в растворе объемом 2 л.

Тесты:

1.Какие частицы являются анионами?

а) Fe^{3+}, б) NO_3^- , в) SO_4^{2-}, г)Mn^{2+}

2.Какие электролиты являются сильными?

а) HI, б) KOH , в) H_2S, г)$Ba(NO_3)_2$

3.Какая из следующих реакций выражается сокращенным ионным уравнением $H^+ + OH^- \rightarrow H_2O$

а) $HCl + Cu(OH)_2 \Leftrightarrow CuOHCl + H_2O$

б) $HBr + KOH \Leftrightarrow KBr + H_2O$

в) $HNO_3 + Fe(OH)_2 \Leftrightarrow Fe(NO_3)_2 + H_2O$

г) $H_2SO_3 + RbOH \Leftrightarrow RbHSO_3 + H_2O$

4. Какие электролиты в ионном уравнении следующей реакции записывают в виде ионов: $CaCO_3 + 2HI = CaI_2 + CO_2\uparrow + H_2O$

а) $CaCO_3$, б) HI, в) CaI_2 , г)CO_2

5.Какие вещества при диссоциации образуют ионы Mn^{2+}?

а) $KMnO_4$, б) $MnCl_2$, в) Na_2MnO_4 , г) MnO_2

6.Математическое выражение степени электролитической диссоциации можно записать так:

а) nN = a б) a= 100n/N , в) a= 100N/n , г) a= 100Nn

Выводы.

1.В данной работе показано, как можно пользоваться (составлением) блоками и как научиться составлять их. Нужны точные и крепкие знания.

2.Даны межпредметные связи и методические рекомендации в теме «Составление больших и малых блоков по теме «электролитическая диссоциация».

3.Показано, что использование блоков и умение составлять их позволяет учащимся усвоить эту тему и в дальнейшем пользоваться знаниями, которые приобрели.

4.Составление блоков по данной теме учит самостоятельности, умению выбирать правильные решения в данной проблеме, расширяет кругозор, учит правильно работать с текстом, перерабатывать более кратко полученную информацию.

Литература.

1. Зайцев О.С. Методика обучения химии. -М., 1989.
2. Программа для средних школ. Химия 8 – 11 кл. -Б., 1998.
3. Рудзитис Г.Е.., Фельдман Ф.Г. Учебник., Химия 9 класса. –Б., 1999.
4. Сагындыков. Химиянын негиздери. – Ош, 2006, 2008.
5. Сагындыков. Химияны окутуунун инновациялык технологиялары. –Ош. 2006.

УДК 517. 95

Юлдашев Т.К., Дыйканов Г.А., ОшГУ

О разрешимости смешанной задачи для нелинейного дифференциального уравнения шестого порядка

В данной работе изучается разрешимость смешанной задачи для одного типа нелинейного дифференциального уравнения шестого порядка. Применяется метод разделения переменных. Доказывается сходимость полученных рядов.

In this paper we study the solvability of mixed value problem for a nonlinear differential equation of the sixth order. By the method of separation variables we obtain the countable system of nonlinear integral equation. We use the method of successive approximations. It will be proved the convergence of obtained Fourier series.

В области D рассматривается уравнение

Кочурмо анык
Окмо катчысы, ф.и.к

Мурзалиева А.А.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(t,x)+f(t,x,u(t,x)) \qquad (1)$$

с условиями

$$u(t,x)_{|t=0}=\varphi_1(x),\quad u_t(t,x)_{|t=0}=\varphi_2(x),\ u_{tt}(t,x)_{|t=0}=\varphi_3(x); \qquad (2)$$

$$u(t,x)_{|x=0}=u(t,x)_{|x=l}=u_{xx}(t,x)_{|x=0}=u_{xx}(t,x)_{|x=l}=$$
$$=u_{xxxx}(t,x)_{|x=0}=u_{xxxx}(t,x)_{|x=l}=0, \qquad (3)$$

где $f(t,x,u(t,x))\in C(D\times R)$, $\varphi_i(x)\in C(\Omega_l)$,

$\varphi_i(x)_{|x=0}=\varphi_i(x)_{|x=l}=\varphi_i''(x)_{|x=0}=\varphi_i''(x)_{|x=l}=\varphi_i^{(IV)}(x)_{|x=0}=$
$=\varphi_i^{(IV)}(x)_{|x=l}=0,\ i=\overline{1,3}$, $D\equiv\Omega_T\times\Omega_l$, $\Omega_T\equiv(0,T)$, $\Omega_l\equiv(0,l)$,
$0<l<\infty,\ 0<T<\infty.$

Решение данной задачи ищем в виде следующего ряда Фурье $[1]$:

$$u(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n(t)\cdot b_n(x),\quad (t,x)\in D, \qquad (4)$$

где функции $b_n(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\lambda_n x$, $\lambda_n=\frac{n\pi}{l}$, $n=1,2,\ldots$, удовлетворяют граничным условиям:
$b_n(0)=b_n(l)=b_n''(0)=b_n''(l)=b_n^{(IV)}(0)=b_n^{(IV)}(l)=0.$

Следовательно, функция, определенная с помощью ряда (4), формально удовлетворяет условиям [3]. Подставляя ряд (4) в уравнение (1), получим следующую счетную систему нелинейных дифференциальных уравнений:

$$a_n'''(t)+\lambda_n^2 a_n''(t)+\lambda_n^2 a_n'(t)+\lambda_n^4 a_n(t)==\frac{1}{\lambda_n^2}\int_0^l f(t,x,\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu(t)\cdot b_\nu(x))b_n(x)dx, \qquad (5)$$

где $a_n(t)=\int_0^l u(t,x)b_n(x)dx$.

Решая систему (5) методом вариации произвольных постоянных, получим следующую счетную систему нелинейных интегральных уравнений (ССНИУ):

$$a_n(t)=C_{1n}e^{-\lambda_n^2 t}+C_{2n}\cos\lambda_n t+C_{3n}\sin\lambda_n t+$$
$$+\frac{1}{\lambda_n^2}\int_0^t\int_0^l f(s,x,\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu(s)\cdot b_\nu(x))b_n(x)G_n(t,s)dx\,ds,\ t\in\Omega_T, \qquad (6)$$

где

$$G_n(t,s)=\mu_n\left[e^{-\lambda_n^2(t-s)}+\lambda_n\sin\lambda_n(t-s)-\cos\lambda_n(t-s)\right], \qquad (7)$$
$$\mu_n=\left[\lambda_n^2(1+\lambda_n^2)\right]^{-1}$$

Отметим, что функции $G_n(t,s)$ удовлетворяют уравнению

$$G_n'''(t,s)+\lambda_n^2 G_n''(t,s)+\lambda_n^2 G_n'(t,s)+\lambda_n^4 G_n(t,s)=0.$$

Условие (2) запишем в виде

$$a_n(0)=\varphi_{1n},\ a_n'(0)=\varphi_{2n},\ a_n''(0)=\varphi_{3n}, \qquad (8)$$

где $\varphi_{in}=\int_0^l\varphi_i(x)b_n(x)dx$, $i=\overline{1,3}$, $x\in\Omega_l$.

Используя условий (8), из ССНИУ (6) получим

$$C_{1n}=\frac{\lambda_n^2\varphi_{1n}+\varphi_{3n}}{\lambda_n^2+\lambda_n^4}. \qquad (9)$$

Кочурмо анык.
Окмоя кончосы, ф.и.к.

$$C_{2n} = \frac{\lambda_n^4 \varphi_{1n} - \varphi_{3n}}{\lambda_n^2 + \lambda_n^4}, \qquad (10)$$

$$C_{3n} = \frac{\lambda_n^2 \varphi_{1n} + (1+\lambda_n^2)\varphi_{2n} + \varphi_{3n}}{\lambda_n^3 + \lambda_n^5} \qquad (11)$$

Подставляя значения (9)-(11) в (6), получим следующую ССНИУ:

$$a_n(t) = \psi_n(t) + \frac{1}{\lambda_n^2}\int_0^t\int_0^l f\left(s,x,\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu(s)\cdot b_\nu(x)\right) b_n(x) G_n(t,s)\,dx\,ds,\ t\in\Omega_T, \qquad (12)$$

где $G_n(t,s)$ определяется из (7) и

$$\psi_n(t) = \frac{\lambda_n^2\varphi_{1n} + \varphi_{3n}}{\lambda_n^2 + \lambda_n^4} e^{-\lambda_n^2 t} + \frac{\lambda_n^4\varphi_{1n} - \varphi_{3n}}{\lambda_n^2 + \lambda_n^4}\cos\lambda_n t +$$

$$+\frac{\lambda_n^2\varphi_{1n} + (1+\lambda_n^2)\varphi_{2n} + \varphi_{3n}}{\lambda_n^3 + \lambda_n^5}\sin\lambda_n t.$$

Итак, изучение разрешимости смешанной задачи (1)-(3) свели к изучению однозначной разрешимости ССНИУ (12).

В множестве $\left\{\vec{a}(t) = (a_n(t)) \,\middle|\, a_n(t)\in C[0;T],\ n=1,2,...\right\}$ определим операции сложения двух элементов и умножение элемента на скаляр покоординатно. Тогда данное множество становится линейным векторным пространством. Берем те элементы этого векторного пространства, которые удовлетворяют условию

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n(t)|^p < \infty.$$

Это множество обозначим через $B_p(T)$ и снабдим его нормой

$$\|\vec{a}(t)\|_{B_p(T)} = \left[\sum_{n=1}^{\infty} |a_n(t)|^p\right]^{\frac{1}{p}}.$$

Тогда $B_p(T)$ будет пространством типа Банаха [2].

Для каждого $\vec{a}(t)\in B_p(T)$ определим оператор Q следующим образом:

$$Q\vec{a}(t) = u(t,x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t)\cdot b_n(x).$$

Обозначим через $E_p(D)$ множество значений этого оператора Q. Очевидно, что $Q: B_p(T) \to E_p(\overline{D})$.

Определение. Решением задачи (1)-(3) будем называть функцию $u(t,x)\in E_p(D)$, непрерывную в $\overline{D}$, непрерывно дифференцируемую в D, удовлетворяющую уравнению (1) и поставленным условиям (2) и (3).

Теорема 1. Пусть выполняются следующие условия:

1. $\|\vec{\psi}(t)\|_{B_p(T)} < \infty;$
2. $\int_0^t \left\| f\left(s,x,\sum_{\nu=1}^{\infty}\psi_\nu(s)\cdot b_\nu(x)\right)\right\|_{L_p(D_l)} ds = \Delta < \infty;$
3. $f(t,x,u)\in Lip\{\, g(t,x)|_u \}$,

где $\int_0^t \|g(s,x)\|_{L_p(\Omega_l)} ds < \infty,\ \|g(s,x)\|_{L_p(\Omega_l)} \equiv \left\{\int_0^l g^p(s,x)\,dx\right\}^{\frac{1}{p}}.$

Тогда ССНИУ (12) имеет единственное решение в пространстве $B_p(T)$.

Кочирмо аслик

Окини канчосот, ф.и.к. Мирзамова Ф.Ш.

Доказательство. Теорему докажем методом последовательных приближений. При этом итерационный процесс Пикара определим следующим образом:

$$\begin{cases} a_n^0(t)=\psi_n(t),\ t\in\Omega_T, \\ a_n^{k+1}(t)=\psi_n(t)+\dfrac{1}{\lambda_n^2}\displaystyle\int_0^t\int_0^l f\Big(s,x,\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu^k(s)\cdot b_\nu(x)\Big)b_n(x)G_n(t,s)\,dx\,ds,\ t\in\Omega_T. \end{cases}$$

В силу первого и второго условий теоремы для первой разности $a_n^1(t)-a_n^0(t)$ получим оценку

$$\left\|\vec a^{\,1}(t)-\vec a^{\,0}(t)\right\|_{B_p(T)}\le \le\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\left|\frac{1}{\lambda_n^2}\int_0^t\int_0^l f\Big(s,x,\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu^0(s)\cdot b_\nu(x)\Big)b_n(x)G_n(t,s)\,dx\,ds\right|^p\right\}^{\frac{1}{p}}\le$$

$$\le M_0\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^t\int_0^l\left|f\Big(s,x,\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu^0(s)\cdot b_\nu(x)\Big)b_n(x)G_n(t,s)\right|^p dx\,ds\right\}^{\frac{1}{p}}\le$$

$$\le M_0M_1M_2\int_0^t\left\|f\Big(s,x,\sum_{\nu=1}^{\infty}\psi_\nu(s)\cdot b_\nu(x)\Big)\right\|_{L_p(D_l)}ds=M_0M_1M_2\Delta, \tag{13}$$

где $M_0=\left\|\vec\lambda^{-2}\right\|_{l_q}$, $M_1=\max\limits_t\|G_n(t,s)\|_{B_q(T)}$, $M_2=\max\limits_x\|\bar b(x)\|_{B_p(l)}$, $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1.$

С учетом (13) в силу первого и третьего условий теоремы для второй разности $a_n^2(t)-a_n^1(t)$ получим оценку

$$\left\|\vec a^{\,2}(t)-\vec a^{\,1}(t)\right\|_{B_p(T)}\le$$

$$\le M_0\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^t\int_0^l\left|f(s,x,Q\bar a^1(s))-f(s,x,Q\bar a^0(s))\right|\cdot\left|b_n(x)\right|\cdot\left|G_n(t,s)\right|dx\,ds\le$$

$$\le M_0M_1M_2\int_0^t\left\{\int_0^l\left|g(s,x)\Big(\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu^1(s)\cdot b_\nu(x)-\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu^0(s)\cdot b_\nu(x)\Big)\right|^p dx\right\}^{\frac{1}{p}}ds\le$$

$$\le M_0M_1M_2^2\int_0^t\|g(s,x)\|_{L_p(\Omega_l)}\left\|\vec a^{\,1}(s)-\vec a^{\,0}(s)\right\|_{B_p(t)}ds\le$$

$$\le(M_0M_1)^2M_2^3\Delta\int_0^t\|g(s,x)\|_{L_p(\Omega_l)}ds. \tag{14}$$

Продолжая этот процесс для произвольного натурального числа k, аналогично (14) получим

$$\left\|\vec a^{\,k+1}(t)-\vec a^{\,k}(t)\right\|_{B_p(T)}\le(M_0M_1)^{k+1}M_2^{2k+1}\Delta\frac{\left[\int_0^t\|g(s,x)\|_{L_p(\Omega_l)}ds\right]^k}{k!}. \tag{15}$$

Существование решения ССНИУ (12) в пространстве $B_p(T)$ следует из оценки (15). Покажем единственность этого решения в пространстве $B_p(T)$. Пусть ССНИУ (12) имеет два решения: $\vec a(t)$ и $\vec\vartheta(t)$ в пространстве $B_p(T)$. Тогда для их разности получим оценку

$$\left\|\bar a(t)-\bar\vartheta(t)\right\|_{B_p(T)}\le M_0M_1M_2^2\int_0^t\|g(s,x)\|_{L_p(\Omega_l)}\left\|\bar a(s)-\bar\vartheta(s)\right\|_{B_p(t)}ds. \tag{16}$$

Применяя к (16) неравенство Гронуолла-Бельмана, получим, что $\vec a(t)\equiv\vec\vartheta(t)$. Следовательно, решение ССНИУ (12) единственно в пространстве $B_p(T)$.

Теорема 2. Пусть $\vec a(t)$ является решением ССЛИУ (12). Тогда последовательность функций $\left\{u^k(t,x)\right\}=\left\{Q\vec a^{\,k}(t)\right\}$ сходится к функции $u(t,x)=Q\vec a(t)$, которая является единственным решением смешанной задачи (1)-(3).

Доказательство теоремы следует из справедливости следующего соотношения [3]

Кочурмо анык.
Окшн катчыса, ф.и.к. Мурзакаева А.Ш.

$$\left| u^k(t,x) - u(t,x) \right| \le \sum_{n=1}^{\infty} \left| a_n^k(t) - a_n(t) \right| \cdot \left| b_n(x) \right| \le$$

$$\le M_2 \cdot \left\| \vec{a}^k(t) - \vec{a}(t) \right\|_{B_p(T)}.$$

Литература.

1. Чернятин В.А. Обоснование метода Фурье в смешанной задаче для уравнений в частных производных. - М.: МГУ, 1991. 112 с.
2. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. -М.: Высшая школа, 1982. 271 с.
3. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. -М.: Высшая школа, 1977. 431 с.

УДК 517. 95

Юлдашев Т. К., Дыйканов Г.А., ОшГУ

Краевая задача смешанного уравнения шестого порядка

В данной работе изучается разрешимость краевой задачи для одного типа смешанного уравнения шестого порядка. Применяется метод разделения переменных Фурье. Доказывается сходимость полученных рядов.

In this paper we study the solvability of boundary value problem for a mixed differential equation of the sixth order. We use the method of successive approximations. It will be proved the convergence of obtained Fourier series

В области $D \equiv D_1 \times D_2$ рассматривается уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + sign\, t \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) u(t,x) = 0 \qquad (1)$$

с условиями

$$u(t,x)|_{t=-\tau} = \varphi_1(x), \quad u(t,x)|_{t=\tau} = \varphi_2(x), \; u_t(t,x)|_{t=\tau} = \varphi_3(x); \qquad (2)$$

$$u(t,x)|_{x=0} = u(t,x)|_{x=l} = u_{xx}(t,x)|_{x=0} = u_{xx}(t,x)|_{x=l} =$$

$$= u_{xxxx}(t,x)|_{x=0} = u_{xxxx}(t,x)|_{x=l} = 0, \; t \in E_\tau, \qquad (3)$$

где $\varphi_i(x) \in C^7(E_0), \varphi_i(x)\;|_{x=0} = \varphi_i(x)|_{x=l} = \varphi_i''(x)|_{x=0} = \varphi_i''(x)|_{x=l} =$

$= \varphi_i^{(IV)}(x)|_{x=0} = \varphi_i^{(IV)}(x)|_{x=l} = 0, \quad i = \overline{1,3}, \quad D_1 \equiv E_\tau^+ \times E_0, \; D_2 \equiv E_\tau^- \times E_0,$

$E_\tau^- \equiv (-\tau, 0), \quad E_\tau^+ \equiv (0, \tau), \quad E_0 \equiv (0, l), 0 < l < \infty, 0 < \tau < \infty, 0 < \varepsilon -$ малый параметр.

Задачу (1)-(3) будем изучать при следующих условиях склеивания

$$u(+0,x) = u(-0,x), \; u_t(+0,x) = u_t(-0,x), \; u_{tt}(+0,x) = u_{tt}(-0,x), \qquad (4)$$

при этом предположим, что $u(+0;0) = u(-0;0) = u(+0;l) = u(-0;l) = 0.$

Под решением уравнения (1) в области D будем понимать функцию $u(t,x)$ из класса $C(\overline{D}) \cap C^1(D)$, которая в областях D_1 и D_2 является регулярным решением соответствующего уравнения и удовлетворяет условиям (2)-(4). Регулярность означает непрерывность в D всех производных, входящих в уравнение (1).

Решение данной задачи ищем в виде следующего ряда Фурье $[1]$:

$$u(t,x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) \cdot b_n(x), \; (t,x) \in D, \qquad (5)$$

где функции $b_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\sqrt{\lambda_n}\, x, \; \lambda_n = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2, \; n = 1, 2, \ldots,$ удовлетворяют граничным условиям:

$$b_n(0) = b_n(l) = b_n''(0) = b_n''(l) = b_n^{(IV)}(0) = b_n^{(IV)}(l) = 0.$$

Подставляя ряд (5) в уравнение (1), получим следующие два уравнения:

1) $a_n^{III}(t) + \varepsilon\lambda_n a_n^{II}(t) - \lambda_n a_n^{I}(t) - \varepsilon\lambda_n^2 a_n(t) = 0 \qquad t \in E_\tau^+ \quad (6)$

2) $a_n^{III}(t) + \varepsilon\lambda_n a_n^{II}(t) + \lambda_n a_n^{I}(t) + \varepsilon\lambda_n^2 a_n(t) = 0 \qquad t \in E_\tau^- \quad (7)$

Решая уравнений (6) и (7), получим следующие функции

Кочурмо анык.

Окнгин катчасот, ф.и.к. А Шер Мурзалиева А И.

$$\left|u^k(t,x)-u(t,x)\right| \le \sum_{n=1}^{\infty}\left|a_n^k(t)-a_n(t)\right|\cdot\left|b_n(x)\right| \le$$

$$\le M_2 \cdot \left\|\bar{a}^k(t)-\bar{a}(t)\right\|_{B_p(T)}.$$

Литература.

1. Чернятин В.А. Обоснование метода Фурье в смешанной задаче для уравнений в частных производных. -М.: МГУ, 1991. 112 с.
2. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. -М.: Высшая школа, 1982. 271 с.
3. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. -М.: Высшая школа, 1977. 431 с.

УДК 517. 95

Юлдашев Т. К., Дыйканов Г.А., ОшГУ

Краевая задача смешанного уравнения шестого порядка

В данной работе изучается разрешимость краевой задачи для одного типа смешанного уравнения шестого порядка. Применяется метод разделения переменных Фурье. Доказывается сходимость полученных рядов.

In this paper we study the solvability of boundary value problem for a mixed differential equation of the sixth order. We use the method of successive approximations. It will be proved the convergence of obtained Fourier series

В области $D \equiv D_1 \times D_2$ рассматривается уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial}{\partial t}-\varepsilon\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+sign\, t\,\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(t,x)=0 \qquad (1)$$

с условиями

$$u(t,x)|_{t=-\tau}=\varphi_1(x),\ u(t,x)|_{t=\tau}=\varphi_2(x),\ u_t(t,x)|_{t=\tau}=\varphi_3(x); \qquad (2)$$

$$u(t,x)|_{x=0}=u(t,x)|_{x=l}=u_{xx}(t,x)|_{x=0}=u_{xx}(t,x)|_{x=l}=$$

$$=u_{xxxx}(t,x)|_{x=0}=u_{xxxx}(t,x)|_{x=l}=0,\ t\in E_\tau, \qquad (3)$$

где $\varphi_i(x)\in C^7(E_0)$, $\varphi_i(x)\ |_{x=0}=\varphi_i(x)|_{x=l}=\varphi_i''(x)|_{x=0}=\varphi_i''(x)|_{x=l}=$

$=\varphi_i^{(IV)}(x)|_{x=0}=\varphi_i^{(IV)}(x)|_{x=l}=0$, $\quad i=\overline{1,3}$, $\quad D_1\equiv E_\tau^+\times E_0$, $D_2\equiv E_\tau^-\times E_0$,

$E_\tau^-\equiv(-\tau,0)$, $\quad E_\tau^+\equiv(0,\tau)$, $\quad E_0\equiv(0,l)$, $0<l<\infty$, $0<\tau<\infty$, $0<\varepsilon$ – малый параметр.

Задачу (1)-(3) будем изучать при следующих условиях склеивания

$$u(+0,x)=u(-0,x),\ u_t(+0,x)=u_t(-0,x),\ u_{tt}(+0,x)=u_{tt}(-0,x), \qquad (4)$$

при этом предположим, что $u(+0;0)=u(-0;0)=u(+0;l)=u(-0;l)=0.$

Под решением уравнения (1) в области D будем понимать функцию $u(t,x)$ из класса $C(\overline{D})\cap C^1(D)$, которая в областях D_1 и D_2 является регулярным решением соответствующего уравнения и удовлетворяет условиям (2)-(4). Регулярность означает непрерывность в D всех производных, входящих в уравнение (1).

Решение данной задачи ищем в виде следующего ряда Фурье $[1]$:

$$u(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n(t)\cdot b_n(x),\ (t,x)\in D, \qquad (5)$$

где функции $b_n(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\sqrt{\lambda_n}\,x$, $\lambda_n=\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2$, $n=1,2,\ldots$, удовлетворяют граничным условиям:

$$b_n(0)=b_n(l)=b_n''(0)=b_n''(l)=b_n^{(IV)}(0)=b_n^{(IV)}(l)=0.$$

Подставляя ряд (5) в уравнение (1), получим следующие два уравнения:

1) $a_n^{III}(t)+\varepsilon\lambda_n a_n^{II}(t)-\lambda_n a_n^{I}(t)-\varepsilon\lambda_n^2 a_n(t)=0$, $\quad t\in E_\tau^+$, (6)

2) $a_n^{III}(t)+\varepsilon\lambda_n a_n^{II}(t)+\lambda_n a_n^{I}(t)+\varepsilon\lambda_n^2 a_n(t)=0$, $\quad t\in E_\tau^-$, (7)

Решая уравнений (6) и (7), получим следующие функции

Көчүрмө анык.
Окмин катчысы, ф.-м.и.к. [illegible] Мурзалиева А.И.

$$a_n(t) = A_{1n} e^{-\varepsilon \lambda_n t} + A_{2n} e^{\sqrt{\lambda_n} t} + A_{3n} e^{-\sqrt{\lambda_n} t}, \qquad x \in E_\tau^+ , \tag{8}$$

$$a_n(t) = B_{1n} e^{-\varepsilon \lambda_n t} + B_{2n} \cos\sqrt{\lambda_n} t + B_{3n} \sin\sqrt{\lambda_n} t, \qquad x \in E_\tau^- , \tag{9}$$

которые являются общими решениями уравнений (6) и (7), соответственно.

Условий (2) и (4) запишем в виде

$$a_n(-\tau) = \varphi_{1n},\ a_n(\tau) = \varphi_{2n},\ a_n'(\tau) = \varphi_{3n}, \tag{10}$$

где

$$\varphi_{in} = \int_0^l \varphi_i(x) b_n(x) dx,\ i = \overline{1,3},\ x \in E_0; \tag{11}$$

$$a_n(+0) = a_n(-0),\ a_n'(+0) = a_n'(-0),\ a_n''(+0) = a_n''(-0). \tag{12}$$

Используя условий (10), из функций (8) и (9) приходим к следующей алгебраической системе уравнений относительно коэффициентов A_{in} и B_{in}, $i = \overline{1,3}$:

$$\begin{cases} B_{1n} e^{\lambda_n \varepsilon \tau} + B_{2n} \cos\sqrt{\lambda_n}\, \tau + B_{3n} \sin\sqrt{\lambda_n}\, \tau = \varphi_{1n}, \\ A_{1n} e^{-\varepsilon \lambda_n \tau} + A_{2n} e^{\sqrt{\lambda_n} \tau} + A_{3n} e^{-\sqrt{\lambda_n} \tau} = \varphi_{2n}, \\ -A_{1n} \varepsilon \lambda_n e^{-\varepsilon \lambda_n \tau} + A_{2n} \sqrt{\lambda_n} e^{\sqrt{\lambda_n} \tau} - \sqrt{\lambda_n} A_{3n} e^{-\sqrt{\lambda_n} \tau} = \varphi_{3n}. \end{cases} \tag{13}$$

Система (13) состоит из трех уравнений с шестью неизвестными. Чтобы смогли однозначно решить эту систему, мы должны свести число неизвестных к трем. С этой целью используем условий (12) и получим новую систему трех алгебраических уравнений :

$$\begin{cases} A_{1n} + A_{2n} + A_{3n} = B_{1n} + B_{2n}, \\ -\lambda_n \varepsilon A_{1n} + \sqrt{\lambda_n} A_{2n} + \sqrt{\lambda_n} A_{3n} = -\lambda_n \varepsilon B_{1n} + \sqrt{\lambda_n} B_{3n}, \\ (\lambda_n \varepsilon)^2 A_{1n} + \lambda_n A_{2n} + \lambda_n B_{3n} = (\lambda_n \varepsilon)^2 B_{1n} - \lambda_n B_{2n}. \end{cases}$$

Решая эту систему относительно неизвестных коэффициентов B_{in} $(i = \overline{1,3})$, получаем

$$B_{1n} = \frac{\left(1 + \lambda_n \varepsilon^2\right) A_{1n} + 2A_{2n} + 2A_{3n}}{1 + \lambda_n \varepsilon^2}, \tag{14}$$

$$B_{2n} = \frac{-1 + \lambda_n \varepsilon^2}{1 + \lambda_n \varepsilon^2} \left(A_{2n} + A_{3n}\right), \tag{15}$$

$$B_{3n} = \frac{(1 + \sqrt{\lambda_n}\, \varepsilon)^2}{1 + \lambda_n \varepsilon^2} \left(A_{2n} + A_{3n}\right). \tag{16}$$

Подставляя эти результаты (14)-(16) в систему (13), приходим к следующей системе уравнений относительно неизвестных коэффициентов A_{in} , $i = 1,3$:

$$\begin{pmatrix} p_{11n} & p_{12n} & p_{13n} \\ p_{21n} & p_{22n} & p_{23n} \\ p_{31n} & p_{32n} & p_{33n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{1n} \\ A_{2n} \\ A_{3n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_{1n} \\ \varphi_{23n} \\ \varphi_{3n} \end{pmatrix}, \tag{17}$$

где $p_{11n} = e^{\lambda_n \varepsilon \tau}$; $p_{12n} = \frac{1}{1 + \lambda_n \varepsilon^2}\Big(2p_{11n} + (-1 + \lambda_n \varepsilon^2) \cdot \cos\sqrt{\lambda_n}\, \tau -$

$- \left(1 + \sqrt{\lambda_n}\, \varepsilon\right)^2 \cdot \sin\sqrt{\lambda_n}\, \tau\Big)$; $p_{13n} = p_{12n}$; $p_{21n} = e^{-\lambda_n \varepsilon \tau}$; $p_{22n} = e^{\sqrt{\lambda_n} \tau}$; $p_{23n} = e^{-\sqrt{\lambda_n} \tau}$;

$p_{31n} = -\lambda_n \varepsilon p_{21n}$; $p_{32n} = \sqrt{\lambda_n}\, p_{22n}$; $p_{33n} = -\sqrt{\lambda_n}\, p_{23n}$.

Решая систему (17) с помощью правила Крамера, получаем:

$$A_{in} = \frac{\Delta_{in}}{\Delta_n},\ i = \overline{1,3}, \tag{18}$$

где $\Delta_n = \left| p_{ijn} \right|_{\substack{i=\overline{1,3} \\ j=\overline{1,3}}} \neq 0$, а Δ_{in} $(i = \overline{1,3})$ - соответствующие определители системы (17).

Подставляя (18) в формулы (14)-(16), получим

$$B_{1n} = \frac{\left(1 + \lambda_n \varepsilon^2\right) \Delta_{1n} + 2\Delta_{2n} + 2\Delta_{3n}}{\left(1 + \lambda_n \varepsilon^2\right) \Delta_n}, \tag{19}$$

Кочурмо анык
Окмош катчасы, ф. и. к

Мурзалиева А. Ш.

$$B_{2n} = \frac{-1+\lambda_n \varepsilon^2}{\left(1+\lambda_n \varepsilon^2\right)\Delta_n}\left(\Delta_{2n} + \Delta_{3n}\right), \qquad (20)$$

$$B_{3n} = \frac{\left(1+\sqrt{\lambda_n}\,\varepsilon\right)^2}{\left(1+\lambda_n \varepsilon^2\right)\Delta_n}\left(\Delta_{2n} + \Delta_{3n}\right). \qquad (21)$$

Итак, с помощью формул (18)-(21) определяются коэффициенты A_{1n} и B_{in}, $i=\overline{1,3}$ в функций (8) и (9). Подставляя функций (8)-(9) в ряд (5), получим

$$u(t,x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sum_{n=1}^{\infty}\left[A_{1n}e^{-\varepsilon\lambda_n t}+A_{2n}e^{\sqrt{\lambda_n}\,t}+A_{3n}e^{-\sqrt{\lambda_n}\,t}\right]\cdot\sin\sqrt{\lambda_n}\,x; \qquad (22)$$

$$u(t,x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sum_{n=1}^{\infty}\left[B_{1n}e^{-\varepsilon\lambda_n t}+B_{2n}\cos\sqrt{\lambda_n}\,t+B_{3n}\sin\sqrt{\lambda_n}\,t\right]\cdot\sin\sqrt{\lambda_n}\,x. \qquad (23)$$

Ряды (22) и (23) с коэффициентами A_{in} и B_{in}, $i=\overline{1,3}$, определяемыми из (18)-(21), удовлетворяют уравнению (1), краевым условиям (2),(3) и условиям склеивания (4).

Покажем, что ряды (22) и (23) можно почленно дифференцировать по переменной t три раза и по переменной x шесть раз. При этом полученные ряды будут сходиться абсолютно и равномерно. Действительно, интегрируя по частям функцию (11), имеем

$$\varphi_{in} = -\left(\frac{l}{\pi}\right)^7\frac{\varphi_{in}^{(VII)}}{n^7}, \qquad (24)$$

где

$$\varphi_{in}^{(VII)}=\sqrt{\frac{2}{l}}\int_0^l \varphi_{ixxxxxxx}(x)\sin\frac{n\pi}{l}x\,dx\,,\ i=\overline{1,3}.$$

Подставляя (24) в ряды (22) и (23) и оценивая их, получаем сходящийся мажорантный ряд $\delta_1\sum_{n=1}^{\infty}\frac{Q}{n^7}$, где δ_1 - положительный постоянный и

$$Q=\left|\varphi_{1n}^{(VII)}\right|+\left|\varphi_{2n}^{(VII)}\right|+\left|\varphi_{3n}^{(VII)}\right|.$$

Следовательно, ряды (22) и (23) сходятся абсолютно и равномерно.

Дифференцируя рядов (22) и (23) по переменной t три раза и по переменной x шесть раз и оценивая их, имеем сходящийся мажорантный ряд

$$\Phi=\delta_2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{Q}{n}, \qquad 0<\delta_2=const\,.$$

Итак, нами доказана, что

Теорема. Функция $u(t,x)$, определяемая рядами (22) и (23), имеет непрерывные производные по t третьего порядка и по x шестого порядка, удовлетворяет уравнению (1) и условиям (2)-(4). При этом возможно почленное дифференцирование рядов (22) и (23) по t три раза и по x шесть раз и полученные ряды будут сходиться абсолютно и равномерно.

Литература.

1. Джураев Т.Д., Логинов Б.В., Малюгина И.А. Вычисления собственных значений и собственных функций некоторых дифференциальных операторов третьего и четвертого порядков // Дифференц. уравнения мат. физики и их приложения. - Ташкент: Фан, 1989. С. 24-36.

УДК 517.956

Чамашев М.К., ОшГУ

О разрешимости задачи для нелинейного уравнения в частных производных четвертого порядка

Методом интегральных уравнений и сжимающих отображений доказана корректность задачи для нелинейного гиперболического уравнения четвертого порядка с действительными трехкратными и простыми характеристиками.

With the help of the methods of integral equation and compressing reflections its been proved the correctness problems for on linear hyperbolic equation of the fourth order with real thrice-repeated and simple characteristics.

Ключевые слова: нелинейное уравнение, функция Римана, система интегральных уравнений, система интегро-дифференциальных уравнений, корректность, векторная функция, метод сжимающих отображений.

Кочурмо аслан
Окипи натчасо, ф-ник. Мурзалиева