ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫНЫН ТҮШТҮК БӨЛҮМҮНҮН ЖАРАТЫЛЫШ РЕСУРСТАРЫ ИНСТИТУТУ

ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

К 01.17.554 ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШИ

Кол жазма укугунун негизинде

УДК.517.968.74

ДЫЙКАНОВ ГАПАР АСКАРОВИЧ

ТӨРТҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ ЖЕКЕЧЕ ТУУНДУЛУУ СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ФУНКЦИОНАЛДЫК-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР ҮЧҮН АРАЛАШ МАСЕЛЕЛЕРИ

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физико-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу диссертациясынын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Ош - 2019

Диссертациялык иш Баткен мамлекеттик университетинин Кызыл-Кыя педагогикалык институтунун «Табигый-математикалык билим берүү» кафедрасында аткарылды

Илимий жетекчи: физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент Юлдашев Турсун Камалдинович

Расмий оппоненттер: физика-математика илимдеринин доктору, профессор Асанов Авыт,

физика-математика илимдеринин доктору, профессор Турсунов Дилмурат Абдиллажанович

Жетектөөчү уюм: Фергана мамлекеттик университети 150100, Өзбекстан Республикасы. Фергана шаары, Мураббийлар к., 19.

Диссертацияны коргоо 2019-жылдын «1» июнь күнү саат 11-00 дө 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331 дареги боюнча Ош мамлекеттик университетинин, Кыргыз Республикасынын улуттук илимдер академиясынын түштүк бөлүмүнүн жаратылыш ресурстары институтунун жана Жалал-Абад мамлекеттик университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу диссертациясын коргоо боюнча К 01.17.554 диссертациялык кеңешинин кеңешмесинде болуп өтөт.

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин Борбордук китепканасында жана https://www.oshsu.kg/news/new/?lg=1&idparent=3289&id2=11390 сайтынан таанышууга болот.

Диссертациялык кеңештин
Окумуштуу катчысы
ф.-м.и.к., доцент Бекешов Т.О.

Жумуштун жалпы мүнөздөмөсү

Бул жумушта төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес функционалдык дифференциалдык теңдемелер үчүн аралаш маселелер каралган. Диссертацияда коюлган аралаш маселенин жалпыланып чечмелениши жана анын чечимин Фурьенин катары көрүнүшүндө тургузуу окуп үйрөнүлгөн.

Теманын актуалдуулугу: Жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелердин теориясы математикалык физиканын маселелерин окуп үйрөнүүнүн негизинде өнүккөн. Бул жагдай математикалык физиканын көптөгөн маселелери жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелерге келтирилүү фактысы менен түшүндүрүлөт. Математикалык физиканын негизги теңдемелери – толкундун термелүү, жылуулук өткөрүмдүүлүктүн жана Лапластын теңдемелери. Алар математикалык физикада көптөгөн колдонуштарга ээ. Буга гидродинамикадагы, серпилгичтүүлүк теориясындагы, электродинамикадагы жана башка кубулуштарды кошууга болот. Жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн коюлган маселелер, бир өзгөрүлмөсү бар болгон учурда (убакыт боюнча) баштапкы маселе деп, ал эми башка өзгөрүлмөлөрү боюнча (мейкиндик өзгөрүлмөлөрү боюнча) – чектик, кээде аралаш маселелер деп аталат. Аралаш маселелер серпилгичтүүлүк теориясында өз ара аракеттенүүлөрдөгү машиналардын тетиктерин жана элементтердин түзүлүштөрүн, жабдыктардын жана фундаменттердин негиздерин эсептөөдө пайда болот. Аралаш маселелерге ошондой эле мүмкүн болгон жаракалардын чекебелиндеги чыңалуулардын концентрацияларынын көптөгөн маселелери кирет. Гидродинамикада да көп аралаш маселелер бар. Бул аралаш маселелер мүмкүн болгон жараканын жакабелиндеги чыңалуунун концентрациясында да бир тектүү эмес кошулмаларда стрикчерлерди жана жамаачы заттарды бышыктайт. Аралаш маселелер гидродинамикада да учурайт. Мындай сызыктуу эмес маселелер канаттар теориясында, курулмалуу агымдар теориясында, корабл дин термелүү теориясында жана нерселердин түртүлүүсүндө, суюктуктардын беттик катмары жөнүндө, фильтирлөөдө, жарылуу теориясында, суюктуктардын ийкемдүүлүгү катарында маселелеринде кездешет. Көз караш менен караганда жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер зор кызыгууну көрсөтөт. Төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдеме көптөгөн колдонууларга ээ болот.

Аргументтери менен четтетилишкен дифференциалдык теңдемелер автоматтык башкаруу теориясында, автотермелүү системасынын теориясында, техникалык, экономикалык, экологиялык жана башка жагдайларды окуп үйрөнүүдө көп колдонулат.

Кечиккен аргументтери менен теңдемелер, физикалык же техникалык маселелерди карганыбызда материалдык чекитке аракет эткен күч, ылдамдыктан жана берилген моменттеги бул чекиттин абалынан көз каранды, бирок жана алдына ала берилген кандайдыр бир моментте да көз каранды болот.

Функционалдык-дифференциалдык теңдемелердин теориясынын өнүгүшүнө зор салым кошкондор: Н.В.Абзелов, Б.И.Ананьев, Л.А.Бекларян, С.А.Бракалов, А.И.Булгаков, Ю.А.Ведь, Б.В.Колмановский, Н.Н.Красовский, А.В.Кряжимский. А.В.Куржанский, М.И.Иманалиев, В.П.Максимов, А.А.Мартынюк, Г.И.Марчук, Ю.А.Мистраполский, А.Д.Мышкис, С.Б.Норкин, В.Р.Носов, В.Г.Тменов, Л.Ф.Рахматулина, В.П.Рубаник, А.М.Самойленко, Дж.Хейл, В.Н.Шевело, Л.Э.Эльсгольц, М.Г.Юмагулов жана башка көптөгөн окумуштуулар.

Акыркы 35 жылда оң бөлүгүндө «-t» дан көз каранды белгисиз функция болгон чагылтуучу аргументтүү дифференциалдык теңдемелер деп аталуучу теңдемелер окуп үйрөнүлө баштады. Мындай теңдемелер А.Р.Автобизаде, Ю.К.Хянг Дж.Вейнер, Ю.А.Ведь, М.Т.Матраимов ж.б. иштеринде каралган.

Берилген диссертациялык иште сызыктуу эмес четтетилиштерди кармаган төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес функционалдык-дифференциалдык теңдемелер үчүн аралаш маселелер окуп үйрөнүлгөн.

<u>Изилдөөнүн максаты:</u>

1. Сызыктуу эмес четтетилиштерди жана параболалык жана гиперболалык операторлордун суперпозициясын кармаган сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү чечилишин тургузуу;
2. Сызыктуу эмес четтетилиштерди жана параболалык оператордун квадратын кармаган сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү чечилишинин жетиштүү коэффициенттик шарттарын түзүү;
3. Сызыктуу эмес чагылтылуучу четтетилиштерди, параболалык жана эллипстик операторлордун суперпозициясын кармаган сызыктуу эмес тедемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү чечилишинин жетиштүү коэффициенттик шарттарын тургузуу.
4. Параболалык жана гиперболалык операторлорду кармаган сызыктуу эмес теңдеме үчүн аралаш маселенин чечилишинин жетиштүү шартын иштеп чыгуу.
5. Эллипстик-гиперболалык типтеги аралаш теңдеме үчүн чек аралык маселенин чечилишинин жетиштүү шартын аныктоо.

6. Параболалык, гиперболалык жана аралаш типтеги операторлорду кармаган сызыктуу теңдеме үчүн аралаш маселенин чечилишинин жетиштүү шартын иштеп чыгуу.

Диссертацияда каралуучу маселелер:

1. Сызыктуу эмес четтетилиштерди жана параболалык жана гиперболалык операторлордун суперпозициясын кармаган сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү чечилишин далилдөө;

2. Сызыктуу эмес четтетилиштерди жана параболалык оператордун квадратын кармаган сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү чечилишинин жетиштүү коэффициенттик шарттарын аныктоо;

3. Сызыктуу эмес чагылтылуучу четтетилиштерди, параболалык жана эллипстик операторлордун суперпозициясын кармаган сызыктуу эмес тедемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү чечилишинин жетиштүү коэффициенттик шарттарын табуу.

4. Параболалык жана гиперболалык операторлорду кармаган сызыктуу эмес теңдеме үчүн аралаш маселенин чечилишин аныктоо.

5. Эллипстик-гиперболалык типтеги аралаш теңдеме үчүн чек аралык маселенин чечилишин тургузуу.

6. Параболалык, гиперболалык жана аралаш типтеги операторлорду кармаган сызыктуу теңдеме үчүн аралаш маселенин чечилишинин негиздөө.

Изилдөөнүн методдору: Математикалык анализдин негизги теоремалары пайдаланылган, Гельдердин, Минковскийдин жана Бесселдин барабарсыздыктары, Банах мейкиндигинде удаалаш жакындаштыруу усулу жана интегралдык барабарсыздыктар методу.

Алынган жыйынтыктардын илимий жаңылыгы

Алгачкылардан болуп: сызыктуу эмес четтетилиштерди жана параболалык жана гиперболалык операторлордун суперпозициясын кармаган сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер үчүн; сызыктуу эмес четтелишитерди жана параболалык операторлордун квадратын кармаган сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн; сызыктуу эмес чагылтылуучу четтетилиштерди жана параболалык жана эллипстик операторлордун суперпозициясын кармаган сызыктуу эмес теңдемелер үчүн, аралаш маселелердин бир маанилүү жалпыланган чечилиши изилденген.

Диссертациялык иштин коргоого алынып чыгылуучу негизги жоболору:

1. Сызыктуу эмес четтетилиштерди жана параболалык жана гиперболалык операторлордун суперпозициясын кармаган сызыктуу эмес

дифференциалдык теңдемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү чечилишинин жетиштүү коэффициенттик шарттары тургузулду;

2. Сызыктуу эмес четтетилиштерди жана параболалык оператордун квадратын кармаган сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү чечилишинин жетиштүү коэффициенттик шарттары аныкталды;

3. Сызыктуу эмес чагылтылуучу четтетилиштерди, параболалык жана эллипстик операторлордун суперпозициясын кармаган сызыктуу эмес тедемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү чечилишинин жетиштүү коэффициенттик шарттары табылды.

4. Параболалык жана гиперболалык операторлорду кармаган сызыктуу эмес теңдеме үчүн аралаш маселенин чечилишинин жетиштүү шарты негизделди.

5. Эллипстик-гиперболалык типтеги аралаш теңдеме үчүн чек аралык маселенин чечилишинин жетиштүү шарты тургузулду.

6. Параболалык, гиперболалык жана аралаш типтеги операторлорду кармаган сызыктуу теңдеме үчүн аралаш маселенин чечилишинин далилденди.

<u>Алынган жыйынтыктардын теориялык маанилүүлүгү:</u>

Теориялык негизде каралганда берилген диссертациялык иштин жыйынтыктары төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин теориясынын өнүгүшүнө негиз болот.

<u>Алынган жыйынтыктарды практикалык маанилүүлүгү:</u>

Теоремалардын далилдөөлөрү конструктивдүү жана колдонмо маселелерди сандык эсептөөдө жана алгоритмдерди түзүүдө колдонулат. Алынган жыйынтыктарды сызыктуу эмес термелүүлөрдүн теориясында жана автоматтык жөнгө салуу процессинде да колдонсо болот.

<u>Диссертацияда алынган жыйынтыктардын басылмаларда жарыяланышы:</u>

Диссертациянын жыйынтыктары Кыргыз Республикасынын Жогорку аттестациялык комиссиясынын тизмесиндеги рецензияланган илимий журналдарында 7 макалада жана эл аралык «Решетневские чтения» аталышындагы илимий конференциялардын материалдарынын жыйнактарындагы 2 макалада жарыяланган. Бардык жарыяланган макалалар РИНЦтин талабына жооп берет.

<u>Иштин апробациясы.</u> Диссертациянын материалдары ар түрдүү илимий конференцияларда доклад кылынган: И.Арабаев атындагы КМПУда (Бишкек. 2002-ж.), ОшМУ (Ош, 2001-2003-ж.), Баткен МУ (2001-2017-ж.) жана Фергана МУ (Фергана, 2001-ж.). Диссертациянын кээ бир абалдары семинарларда талкууланган: Ош МУнун алдындагы жекече туундулуу теңдемелер боюнча (Ош шаары, 2012-2019-ж., семинардын жетекчиси, ф.-м.и.д, профессор А.Сопуев; жогорку окуу жайлар арасындагы илимий семинарда дифференциалдык теңдемелердин теориясынын актуалдуу маселелери боюнча ОшМУнун алдындагы (Ош шаары 2012-2019-ж. семинардын жетекчиси, КРУИА мүчө-корр. К.Алымкулов), Жалал-Абад мамлекеттик университетинин алдындагы дифференциалдык теңдемелер боюнча семинарда (Жалал-Абад шаары, 2013-2016-ж., семинардын жетекчиси ф.-м.и.д., профессор К.С. Алыбаев) жана М.Ф. Решетнева атындагы СибМУ алдындагы үзгүлтүксүз чөйрөнүн механикасынын дифференциалдык теңдемелери аталышындагы семинарда (Красноярск ш., 2011-ж., семинардын жетекчиси - ф.-м.и.д, профессор С. И. Сенашов) баяндалган жана талкууланган.

Биргелешкен эмгектердеги жаратмандын жеке салымы

Биргелешкен [1] - [6] макалаларда илимий жетекчиге маселелердин коюлушу таандык, ал эми жаратманга – чечимдердин жашашы жана жалгыздыгы теоремаларынын далилдениши, негизги жыйынтыктардын алынышы таандык.

Иштин түзүлүшү жана көлөмү. Диссертация киришүүдөн, 21 параграфка бөлүнгөн 5 главадан, корутундудан жана 172 аталышты кармап турган адабияттардын тизмесинен турат. Диссертациянын көлөмү 118 бет.

Учурдан пайдаланып, илимий жетекчим, ф.-м.и.к, доцент Т.К.Юлдашевге бир нече жылдар аралыгында көрсөткөн жардамы жана колдоосу үчүн, ошондой эле профессор С.И. Сенашовго жана доцент К.Х. Шабадиковко менин диссертациялык ишимди талкуулоодо пайдалуу кеңештерин бергендиги үчүн терең ыраазычылыгымды билдиремин.

Иштин кыскача мазмуну

Киришүүдө теманын актуалдуулугу негизделген, иштин максаты формулировкаланган жана иштин илимий жаңылыгы белгиленген, ошондой эле диссертациянын баптарынын мазмуну кыскача берилген.

Биринчи бап төрт параграфтан турат. §1.1 жардамчы мүнөздө болуп, негизги белгилөөлөрдөн жана функционалдык анализдин жана математикалык физиканын теориясынын аныктоолорун жана фактыларын камтыйт.

§1.2 де диссертациянын темасы боюнча адабияттарга кыскача баяндама берилген. §1.3 тө диссертациянын натыйжаларына кыскача баяндама жүргүзүлгөн жана аралаш маселенин коюулушу формилировкаланган. §1.4 тө биринчи бап боюнча корутунду келтирилген.

Экинчи бапта D областында

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(t,x)=f\left(t,x,u(t,x),u(\delta(t,x),x)\right) \qquad (1)$$

теңдеме, баштапкы чектик шарттар

$$\begin{aligned} &u(t,x)_{|\,t\in(-\infty,0]}=\varphi_1(t,x),\ u(t,x)_{|\,t\in(T,\infty)}=0,\\ &u_t(t,x)_{|\,t=0}=\varphi_2(x),\ u_{tt}(t,x)_{|\,t=0}=\varphi_3(x), \end{aligned} \qquad (2)$$

$$u(t,x)_{|\,x=0}=u(t,x)_{|\,x=l}=u_{xx}(t,x)_{|\,x=0}=u_{xx}(t,x)_{|\,x=l}=0, \qquad (3)$$

мында $f(t,x,u\vartheta)\in C(D\times R^2)$, $\varphi_i(x)\in C^4(D_l)$, $\varphi_i(x)_{|\,x=0}=\varphi_i(x)_{|\,x=l}=$
$=\varphi_i''(x)_{|\,x=0}=\varphi_i''(x)_{|\,x=l}=0$, $i=\overline{1,3}$, $D\equiv D_T\times D_l$, $D_T\equiv[0,T]$, $D_l\equiv[0,l]$,
$0<l<\infty$, $0<T<\infty$, $\delta(t,x)\neq t$ каралат.

Берилген маселенин чечими Фурье катары көрүнүшүндө изделет:

$$u(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n(t)\,b_n(x)\,,\quad (t,x)\in D, \qquad (4)$$

мында $b_n(x)=\sqrt{\dfrac{2}{l}}\sin\lambda_n x$, $\lambda_n=\dfrac{n\pi}{l}$, $n=1,2,\dots$.

Аныктама 1. Эгерде $u(t,x)\in\hat{W}_2^3(D)$ функциясы төмөндөгү интегралдык теңдештикти каалагандай $\Phi(t,x)\in C^{3,4}(D)$ үчүн канааттандырса

$$\int_0^T\!\!\int_0^l\left\{u(t,y)\left[-\frac{\partial^3}{\partial t^3}\Phi-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Phi\right)-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Phi\right)+\frac{\partial^4}{\partial y^4}\Phi\right]-f\,\Phi\right\}dy\,dt=$$

$$=-\int_0^l\varphi_1\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi+\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Phi\right)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Phi\right]_{t=0}dy+$$

$$+\int_0^l\varphi_2\left[\frac{\partial}{\partial t}\Phi+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Phi\right]_{t=0}dy-\int_0^l\varphi_3\left[\Phi\right]_{t=0}dy,$$

анда ал (1)–(3) аралаш маселенин жалпыланган чыгарылышы деп аталат.
(1)-(3)-маселесинин чыгарылышынын аныктамасына ылайык бардык $t\in D_T$ үчүн $-\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}$ дифференциалдык операторунун өздүк функциялары Фурье катарына ажырайт жана жалгыз гана түрдө.

Эгерде $u(t,x)$ аралаш маселенин жалпыланган чыгарылышы болсо, анда (4)-ажыралыштын ордуна бардык $t\in D_T$ да $L_2(D)$ маанисинде $a_n(t)=\int_0^l u(t,y)b_n(y)dy$, $b_n(x)=\sqrt{\dfrac{2}{l}}\sin\lambda_n x$, $\lambda_n=\dfrac{n\pi}{l}$, $n=1,2,\dots$ болот.

Теорема 1: Төмөнкү шарттар аткарылсын:

1. $f\, Q : B_2(T) \to L_2(D)$ үзгүлтүксүз;

2. $u(t,x)$, (1)-(3)-маселесинин чечими жана $a_n(t) = \int_0^l u(t,y) b_n(y)\,dy$ болсо,

анда (1)-(3)-аралаш маселенин чыгарылышынын Фурье коэффиценттери $b_n(x)$ өздүк функциялары боюнча төмөндөгү сызыктуу эмес теңдемелердин санактык системасын канааттандырат:

$$a_n(t) = \psi_n(t) + \frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\int_0^l f\left(s,y,Q\vec{a}(s),Q\vec{a}(\delta(s,y))\right)b_n(y)G_n(t,s)\,dy\,ds, \qquad (5)$$

мында $\psi_n(t) = \dfrac{\lambda_n^2\varphi_{1n} + \varphi_{3n}}{\lambda_n^2 + \lambda_n^4}e^{-\lambda_n^2 t} + \dfrac{\lambda_n^4\varphi_{1n} - \varphi_{3n}}{\lambda_n^2 + \lambda_n^4}\cos\lambda_n t +$

$$+\frac{\lambda_n^2\varphi_{1n} + (1+\lambda_n^2)\varphi_{2n} + \varphi_{3n}}{\lambda_n^3 + \lambda_n^5}\sin\lambda_n t,$$

$$G_n(t,s) = \mu_n\left[e^{-\lambda_n^2(t-s)} + \lambda_n\sin\lambda_n(t-s) - \cos\lambda_n(t-s)\right],\ \ \mu_n = \left[\lambda_n(1+\lambda_n^2)\right]^{-1}.$$

Теорема 2. Айталы төмөндөгү шарттар аткарылсын:

1. $\max\limits_{t\in D_T}\int_0^t \left\| f\left(s,x,Q\vec{a}^0(s),Q\vec{a}^0(\delta(s,x,Q\vec{a}^0(s)))\right)\right\|_{L_2(D_l)} ds \le \Delta < \infty;$

2. $f(t,x,u,\vartheta) \in Lip\left\{F_1(t,x)\big|_{u,\vartheta}\right\}$, мында $\max\limits_{t\in D_T}\int_0^t \|F_1(s,x)\|_{L_2(D_l)}ds < \infty;$

3. $\delta(t,x,u) \in Lip\left\{F_2(t,x)\big|_{u}\right\}$, мында $\max\limits_{t\in D_T}\int_0^t \|F_2(s,x)\|_{L_2(D_l)}ds < \infty;$

4. $\|\vec{\psi}(t)\|_{B_2(T)} < \infty.$

анда (5) СЭИТСС $B_2(T)$ мейкиндигинде жалгыз чыгарылышка ээ болот. Мындан башка $\left\|\vec{a}^{k+1}(t) - \vec{a}^k(t)\right\|_{B_2(T)} \le \dfrac{\delta_1}{k!}\left[\max\limits_{t\in D_T}\int_0^t F(s)\,ds\right]^k \exp\left\{\delta_2\max\limits_{t\in D_T}\int_0^t F(s)\,ds\right\},$

мында $F(s) = 2\|F_1(s,x)\|_{L_2(D_l)} + \Delta\|F_1(s,x)F_2(s,x)\|_{L_2(D_l)}$, δ_1 жана δ_2 - кээ бир оң туруктуулар.

(5) сызыктуу эмес интегралдык теңдемелердин санактык системасын (СЭИТСС) (4) катарга коюп, (1)-(3) аралаш маселенин формалдык чыгарылышын алабыз:

$$u(t,x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n(x)\Big[\psi_n(t) +$$

$$+\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\int_0^l f\left(s,y,Q\vec{a}(s),Q\vec{a}(\delta(s,y,Q\vec{a}(s)))\right)b_n(y)G_n(t,s)\,dy\,ds\Big]. \qquad (6)$$

Теорема 3. Айталы 2-теореманын шарттары аткарылсын. Эгерде $\vec{a}(t)\in B_2(T)$, (5) СЭИТССнын жалгыз чыгарылышы болсо, анда (6) катар (1)-(3) аралаш маселенин чыгарылышы болот.

(1)-(3) аралаш маселе

$$\delta=\delta\left(t,x,\int_0^t K(t,s)Q\vec{a}(s)ds\right) \text{ жана } \delta=\delta\left(t,x,\int_0^t K\big(t,s,Q\vec{a}(s)\big)ds\right).$$

четтетилүү учурларында окуп үйрөнүлгөн.

(1)-(3) аралаш маселенин күчсүз чыгарылышынын жашоосун Чезаро суммалоо усулу менен окуп үйрөнүлгөн. Белгилүү болгондой тригонометриялык катарда Чезаронун жекече суммасы, каалагандай үзгүлтүксүз функция үчүн ага бир калыпта жыйналат. Ошондуктан (1)-(3) маселенин күчсүз чыгарылышы

$$u(t,x)=\lim_{k\to\infty}\sum_{n=1}^{k}\left(1-\frac{n-1}{k}\right)a_n(t)\,b_n(x), \tag{7}$$

$b_n(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\lambda_n x,\ \lambda_n=\frac{n\pi}{l}$ көрүнүштө көрсөтүлөт.

(7) катарды (1) теңдемеге коюп төмөндөгү СЭИТСС алабыз.

$$a_n(t)=\psi_n(t)+$$

$$+\int_0^t\int_0^l f\left(s,y,\lim_{k\to\infty}\sum_{\nu=1}^{k}\left(1-\frac{\nu-1}{k}\right)a_\nu(s)b_\nu(y),\lim_{k\to\infty}\sum_{\nu=1}^{k}\left(1-\frac{\nu-1}{k}\right)a_\nu(\delta(s,y))b_\nu(y)\right)\times$$

$$\times b_n(y)\cdot G_n(t,s)\,dy\,ds,$$

$$\psi_n(t)=\frac{\lambda_n^2\varphi_{1n}+\varphi_{3n}}{\lambda_n^2+\lambda_n^4}e^{-\lambda_n^2 t}+\frac{\lambda_n^4\varphi_{1n}-\varphi_{3n}}{\lambda_n^2+\lambda_n^4}\cos\lambda_n t+$$

$$+\frac{\lambda_n^2\varphi_{1n}+(1+\lambda_n^2)\varphi_{2n}+\varphi_{3n}}{\lambda_n^3+\lambda_n^5}\sin\lambda_n t,$$

$$\overline{G}_n(t,s)=\overline{\mu}_n\left[e^{-\lambda_n^2(t-s)}+\lambda_n\sin\lambda_n(t-s)-\cos\lambda_n(t-s)\right],$$

$$\overline{\mu}_n=\left[\lambda_n^2(1+\lambda_n^2)\right]^{-1},\ b_n(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\lambda_n x,\ \lambda_n=\frac{n\pi}{l},\ n=1,2,\dots .$$

Мындан төмөнкүнү алабыз

$$u(t,x)=\lim_{k\to\infty}\sum_{n=1}^{k}\left(1-\frac{n-1}{k}\right)a_n(t)b_n(x)=\lim_{k\to\infty}\sum_{n=1}^{k}\left(1-\frac{n-1}{k}\right)b_n(x)\big[\psi_n(t)+$$

$$+\int_0^t\int_0^l f\left(s,y,\lim_{k\to\infty}\sum_{\nu=1}^{k}\left(1-\frac{\nu-1}{k}\right)a_\nu(s)b_\nu(y),\lim_{k\to\infty}\sum_{\nu=1}^{k}\left(1-\frac{\nu-1}{k}\right)a_\nu(\delta(s,y))b_\nu(y)\right)\times$$

$$\times b_n(y)\overline{G}_n(t,s)\,dy\,ds\big].$$

Теорема 4. Айталы төмөндөгү шарттар аткарылсын:

1. $f(t,x,u,\vartheta)$ фиксирленген $t\in D_T$ да $(x,u,\vartheta)\in D_l\times R$, боюнча үзгүлтүксүз, x боюнча Гельдердин шарттарын канааттандырат;

2. $f(t,x,u,\vartheta)\in Lip\left\{h(t)_{|u,\vartheta}\right\}$, мында $\int\limits_0^t h(s)\,ds<\infty$;

3. $\left\| f\left(t,x,u_0(t,x),u_0(\delta(t,x),x)\right)\right\|_C \le h(t)$;

4. $\psi_1(t,x)\in C^1(D)$, где $\psi_1(t,x)=\lim\limits_{k\to\infty}\sum\limits_{n=1}^{k}\left(1-\dfrac{n-1}{k}\right)\psi_n(t)b_n(x)$.

Анда теңдеме

$$u(t,x)=\psi_1(t,x)+\int\limits_0^t \lim_{k\to\infty}\sum_{n=1}^{k}\left(1-\frac{n-1}{k}\right)f_n(u)b_n(x)\overline{G}_n(t,s)\,ds,$$

мында $f_n(u)=\int\limits_0^l f\left(s,y,u(t,y),u(\delta(t,y),y)\right)b_n(y)\,ds$, $C^1(D)$ классында жалгыз чыгарылышка ээ болот.

3 главада D областында

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)^2 u(t,x)=f\left(t,x,u(t,x),\int\limits_0^t K(t,s)u(\delta(s,x),x)\,ds\right) \qquad (8)$$

теңдеме

$$u(t,x)_{|t\in(-\infty;0]}=\varphi_1(t,x),\ u(t,x)_{|t\in(T.\infty)}=0,\ u_t(t,x)_{|t=0}=\varphi_2(x), \qquad (9)$$

$$u(t,x)_{|x=0}=u(t,x)_{|x=l}=u_{xx}(t,x)_{|x=0}=u_{xx}(t,x)_{|x=l}=0,$$

(10)

мында $f(t,x,u\vartheta)\in C(D\times R^2)$, $\varphi_i(x)\in C(D_l)$, $0<K(t,s)\in C(D_T^2)$,

$\varphi_i(x)_{|x=0}=\varphi_i(x)_{|x=l}=\varphi_i''(x)_{|x=0}=\varphi_i''(x)_{|x=l}=0,\quad i=\overline{1,2},\ D\equiv D_T\times D_l,$

$D_T\equiv[0,T],\quad D_l\equiv[0,l],\ 0<l<\infty,\ 0<T<\infty,\ \delta(t,x)\ne t.$

аралаш маселелери менен каралат. Берилген маселенин чыгарылышы Фурье катарынын (4)-көрүнүшүндө изделет.

Аныктама 2. Эгерде $u(t,x)\in \hat{W}_2^2(D)$ функциясы төмөндөгү интегралдык теңдештикти каалагандай алынган $H(t,x)\in C^{2,4}(D)$ функциясы үчүн канааттандырса

$$\int\limits_0^T\int\limits_0^l\left\{u(t,y)\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}H+2\frac{\partial^3}{\partial t\,\partial y^2}H+\frac{\partial^4}{\partial y^4}H\right]-fH\right\}dy\,dt=$$

$$=\int\limits_0^l\varphi_1\left[\frac{\partial}{\partial t}H\right]_{t=0}dy-\int\limits_0^l\varphi_2[H]_{t=0}\,dy$$

анда ал (8)-(10) аралаш маселенин жалпыланган чыгарылышы деп аталат.

Теорема 5. Айталы төмөндөгү шарттар аткарылсын:

1. $f\,Q:B_2(T)\to L_2(D)$ үзгүлтүксүз;

2. $u(t,x)$ (8)-(10) маселенин чыгарылышы жана $a_n(t)=\int\limits_0^l u(t,y)b_n(y)\,dy$.

болот. Анда (8)-(10) аралаш маселенин чыгарылышынын Фурье коэффициенттери $b_n(x)$ өздүк функциялары боюнча төмөндөгү СЭИТССны канааттандырат:

$$a_n(t)=w_n(t)+\int\limits_0^t\int\limits_0^l f\left(s,y,Q\vec{a}(s),\int\limits_0^s K(s,\theta)Q\vec{a}\big(\delta(\theta,y)\big)\,d\theta\right)\times$$
$$\times b_n(y)P_n(t,s)\,dy\,ds,\;\; t\in D_T\,, \tag{11}$$

мында $w_n(t)=\left[\varphi_{1n}+t\left(\lambda_n^2\varphi_{1n}+\varphi_{2n}\right)\right]\cdot e^{-\lambda_n^2 t},\quad P_n(t,s)=(t-s)\cdot e^{-\lambda_n^2(t-s)}$.

Теорема 6. Айталы төмөндөгү шарттар аткарылсын:

1. $\max\limits_{t\in D_T}\int\limits_0^t\left\| f\left(s,x,Q\vec{a}^0(s),\int\limits_0^s K(s,\theta)Q\vec{a}^0\big(\delta(\theta,x,Q\vec{a}^0(\theta))\big)\,d\theta\right)\right\|_{L_2(D_l)}ds\le\Delta<\infty;$

2. $f(t,x,u,\vartheta)\in Lip\left\{H(t,x)_{|u};F_1(t,x)_{|\vartheta}\right\}$,

   мында $\|H(t,x)\|_{L_2(D_l)}=\alpha_1(t)>0,\;\|F_1(t,x)\|_{L_2(D_l)}=\alpha_2(t)>0;$

3. $\delta(t,x,u)\in Lip\left\{F_2(t,x)_{|u}\right\}$,

   мында $\left\|F_1(t,x)\int\limits_0^t K(t,s)F_2(s,x)\,ds\right\|_{L_2(D_l)}=\alpha_3(t)>0;$

4. $\|\vec{w}(t)\|_{B_2(T)}<\infty.$

анда СЭИТСС (11), $B_2(T)$ мейкиндигинде жалгыз чыгарылышка ээ болот.

СЭИТСС (11) ди (4) катарга коюп (8)-(10) аралаш маселенин формалдуу чыгарылышын алабыз:

$$u(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n(x)\Big[w_n(t)+$$
$$+\int\limits_0^t\int\limits_0^l f\left(s,y,Q\vec{a}(s),Q^{2,\eta}\vec{a}\big(\delta(s,y,Q\vec{a}(s))\big)\right)b_n(y)P_n(t,s)\,dy\,ds\Big]. \tag{12}$$

Теорема 7. Айталы теорема 6нын шарттары аткарылсын.Эгерде $\vec{a}(t)\in B_2(T)$, СЭИТСС (11) дин жалгыз чыгарылышы болсо, анда (12) катар (8)-(10) аралаш маселенин чыгарылышы болот.

Аралаш маселе (8)-(10) $\delta=\delta\left(t,x,\int\limits_0^t K(t,s)Q\vec{a}(s)\,ds\right)$ четтетилүү учурунда окуп үйрөнүлгөн.

4-главада чагылтылуучу четтеттилиштерди жана параболалык жана эллипстик операторлордун суперпозициясын кармаган теңдемелер үчүн, аралаш маселе каралган.

Башталышында, чагылтылуучу аргументтери менен сызыктуу интегралдык барабарсыздыктар каралган. Андан ары D областында

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(t,x)=f\left(t,x,u(t,x),u\left(\delta(t,x,u(-t,x)),x\right)\right) \quad (13)$$

теңдемеси

$$\begin{gathered} u(t,x)_{|\,t\in(-\infty;-T\,]}=0,\ u(0,x)=\varphi_1(x),\ u(t,x)_{|\,t\in(\,T,\infty\,)}=0,\\ u_t(t,x)_{|\,t=0}=\varphi_2(x),\ u_{tt}(t,x)_{|\,t=0}=\varphi_3(x), \end{gathered} \quad (14)$$

баштапкы шарттары жана

$$u(t,x)_{|\,x=0}=u(t,x)_{|\,x=l}=u_{xx}(t,x)_{|\,x=0}=u_{xx}(t,x)_{|\,x=l}=0, \quad (15)$$

чектик шарттары менен каралат, мында $f(t,x,u\vartheta)\in C(D\times R^2)$,

$\varphi_i(x)\in C^4(D_l)$, $\varphi_i(x)_{|\,x=0}=\varphi_i(x)_{|\,x=l}==\varphi_i''(x)_{|\,x=0}=\varphi_i''(x)_{|\,x=l}=0,\ i=\overline{1,3}$,

$D\equiv D_T\times D_l,\ D_T\equiv[-T,T\,],\ D_l\equiv[0,l\,],\ 0<l<\infty,\ 0<T<\infty,\ \delta(t,x)\neq t.$

Берилген маселенин чечими (4) формула менен аныкталган Фурье катары түрүндө изделет.

Аныктама 3. Эгерде каалагандай $\overline{\Phi}(t,x)\in C^{3,4}(D)$ үчүн $u(t,x)\in\hat{W}_2^3(D)$ функциясы төмөндөгү интегралдык теңдемени

$$\int\limits_{-T}^{T}\int\limits_0^l\left\{u(t,y)\left[-\frac{\partial^3}{\partial t^3}\overline{\Phi}-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}\overline{\Phi}\right)-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}\overline{\Phi}\right)-\frac{\partial^4}{\partial y^4}\overline{\Phi}\right]-f\,\overline{\Phi}\right\}dy\,dt=$$
$$=-\int\limits_0^l\varphi_1\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}\overline{\Phi}+\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}\overline{\Phi}\right)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\overline{\Phi}\right]_{t=0}dy+$$
$$+\int\limits_0^l\varphi_2\left[\frac{\partial}{\partial t}\overline{\Phi}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\overline{\Phi}\right]_{t=0}dy-\int\limits_0^l\varphi_3\left[\overline{\Phi}\right]_{t=0}dy$$

канааттандырса, анда ал (13)-(15) аралаш маселенин жалпыланган чыгарылышы деп аталат.

Теорема 8. Айталы төмөндөгү шарттар аткарылсын:

1. $f\,Q:B_2(T)\to L_2(D)$ үзгүлтүксүз;
2. $u(t,x)$, (13)-(15) аралаш меселенин чыгарылышы болот жана

$$a_n(t)=\int_0^l u(t,y)b_n(y)\,dy.$$

Анда $-\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}$ операторунун $b_n(x)$ өздүк функциялары боюнча (13)-(15) аралаш маселесинин чыгарылышынын Фурье коэффициенттери төмөндөгү сызыктуу эмес интегралдык теңдемелердин санактык системасын (СЭИТСС) канааттандырат:

$$a_n(t)=\omega_n(t)+\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\int_0^l f\left(s,y,Q\vec{a}(s),Q\vec{a}(\delta(s,y,Q\vec{a}(-s)))\right)\times$$

$$\times b_n(y)G_n(t,s)\,dy\,ds,\ t\in D_T, \qquad (16)$$

мында

$$\omega_n(t)=\frac{\lambda_n^2\varphi_{1n}-\varphi_{3n}}{\lambda_n^2(1-\lambda_n^2)}e^{-\lambda_n^2 t}+\frac{\lambda_n^3\varphi_{1n}+\lambda_n(1+\lambda_n)\varphi_{2n}+\varphi_{3n}}{2\lambda_n^2(1+\lambda_n)}e^{\lambda_n t}+$$

$$+\frac{-\lambda_n^3\varphi_{1n}-\lambda_n(1-\lambda_n)\varphi_{2n}+\varphi_{3n}}{2\lambda_n^2(1-\lambda_n)}e^{-\lambda_n t},\ \ \mu_n=2\lambda_n(1-\lambda_n^2),$$

$$G_n(t,s)=\frac{1}{\mu_n}\left[-e^{-\lambda_n^2(t-s)}+2\left(ch\lambda_n(t-s)-\lambda_n sh\lambda_n(t-s)\right)\right].$$

Теорема 9. Айталы төмөндөгү шарттар аткарылсын:

1. $\left|\max\limits_{t\in D_T}\int_0^t\left\| f\left(s,x,Q\vec{a}^0(s),Q\vec{a}^0(\delta(s,x,Q\vec{a}^0(-s)))\right)\right\|_{L_2(D_l)}ds\right|\le\Delta<\infty;$

2. $f(t,x,u,\vartheta)\in Lip\left\{h_1(t,x)_{|u,\vartheta}\right\}$, где $\int_0^t\left\|h_1(s,x)\right\|_{L_2(D_l)}ds<\infty;$

3. $\delta(t,x,u)\in Lip\left\{h_2(t,x)_{|u}\right\}$, где $\int_0^t\left\|h_2(s,x)\right\|_{L_2(D_l)}ds<\infty;$

4. $\left\|\vec{\omega}(t)\right\|_{B_2(T)}<\infty.$

анда СЭИТСС (16), $B_2(T)$ мейкиндигинде жалгыз чыгарылышка ээ болот.

СЭИТСС (16) ны (4) катарга коюп, (13)-(15) аралаш маселенин формалдуу чыгарылышын алабыз:

$$u(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n(x)\Big[\omega_n(t)+$$

$$+\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\int_0^l f\left(s,y,Q\vec{a}(s),Q\vec{a}(\delta(s,y,Q\vec{a}(-s)))\right)b_n(y)G_n(t,s)\,dy\,ds\Big]. \qquad (17)$$

Теорема 10. 9-теореманын шарттары аткарылсын. Эгерде $\vec{a}(t)\in B_2(T)$, СЭИТСС (16) нын жалгыз чыгарылышы болсо, анда (17) катар (13)-(15) аралаш маселенин чыгарылышы болот.

5-главада параболалык, гиперболалык жана аралаш типтеги операторлорду кармап турган теңдемелер үчүн аралаш маселелер каралган.

§5.1 де D областында

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(t,x)=f\left(t,x,u(t,x)\right) \tag{18}$$

теңдеме

$$u(t,x)|_{t=0}=\varphi_1(x),\ u_t(t,x)|_{t=0}=\varphi_1(x),\ u_{tt}(t,x)|_{t=0}=\varphi_1(x), \tag{19}$$

$$\begin{aligned}&u(t,x)_{|\,x=0}=u(t,x)_{|\,x=l}=u_{xx}(t,x)_{|\,x=0}=u_{xx}(t,x)_{|\,x=l}=0=\\&=u_{xxxx}(t,x)_{|\,x=0}=u_{xxxx}(t,x)_{|\,x=l}=0,\end{aligned} \tag{20}$$

шарттары менен изилденген, мында $f(t,x,u(t,x))\in C(D\times R),\quad \varphi_i(x)\in C(\Omega_l)$, $\varphi_i(x)|_{x=0}=\varphi_i(x)|_{x=l}=\varphi_i''(x)|_{x=0}=\varphi_i''(x)|_{x=l}=\varphi_i^{(IV)}(x)|_{x=0}=$ $=\varphi_i^{(IV)}(x)|_{x=l}=0,\ i=\overline{1,3},\ D\equiv\Omega_T\times\Omega_l,\ \Omega_T\equiv(0,T),\ \Omega_l\equiv(0,l),\quad i=\overline{1,3}$, $0<l<\infty,\ 0<T<\infty.$

Берилген маселенин чечимин Фурьенин катары түрүндө издейбиз:

$$u(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n(t)\,b_n(x)\,,\quad (t,x)\in D, \tag{21}$$

мында $b_n(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\lambda_n x$ функциясы $\lambda_n=\frac{n\pi}{l},\ n=1,2,\ldots$ болгонде төмөнкү чек аралык шарттарды канааттандырат;

$$b_n(0)=b_n(l)=b_n''(0)=b_n''(l)=b_n^{(IV)}(0)=b_n^{(IV)}(l)=0\,.$$

Бул учурда (21) ден $a_n(t),\ n=1,2,\ldots$ үчүн төмөнкү сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелердин санактык системасын (СССЭДТ) алабыз:

$$\begin{aligned}&a_n^{III}(t)+\lambda_n^2 a_n^{II}(t)+\lambda_n^4 a_n^{I}(t)+\lambda_n^4 a_n(t)=\\&=\frac{1}{\lambda_n^2}\int_0^l f(t,x,\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu(t)\cdot b_\nu(x))b_n(x)dx\end{aligned} \tag{22}$$

мында $a_n(t)=\int_0^l u(t,x)b_n(x)dx,\ n=1,2,\ldots$

(22) системаны турактуу чоңдуктарды вариациялоо методу менен чечип, төмөнкү санактык сандагы сызыктуу эмес интегралдык теңдемелердин системасын алабыз:

$$a_n(t)=\psi_n(t)+\frac{1}{\lambda_n^2}\int_0^l\int_0^l f(s,x,\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu(s)\cdot b_\nu(x))b_n(x)G_n(t,s)dx\,ds,\ t\in\Omega_T \tag{23}$$

(18)-(20) аралаш маселесинин чечилиши (23) теңдеменин санактын сандагы сызыктуу эмес интегралдык теңдемелердин чечилишине алып келинди.

Теорема 11. Төмөнкү шарттар аткарылсын:

1. $\| \vec{\psi}(t) \|_{B_p(T)} < \infty;$

2. $\int\limits_0^t \left\| f\left(s,x,\sum\limits_{v=1}^{\infty}\psi_v(s)\cdot b_v(x)\right)\right\|_{L_p(D_l)} ds = \Delta < \infty;$

3. $f(t,x,u) \in Lip\{q(t,x)|_u\},$

мында

$$\int_0^t \left\| q(s,x)\right\|_{L_p(\Omega_l}ds < \infty, \ \left\| q(s,x)\right\|_{L_p(\Omega_l} \equiv \left\{\int\limits_0^l q^p(s,x)dx\right\}^{\frac{1}{p}}.$$

Анда (23) санактын сандагы сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер $B_p(T)$ мейкиндигинде жалгыз чечимге ээ болот.

Теорема удаалаш жакындаштыруу методу менен далилденет.

Теорема 12. Мейли $\vec{a}(t)$ (23) санактын сандагы сызыктуу эмес интегралдык теңдеменин чечими болсун. Анда $u(t,x)=Q\vec{a}(t)$ функциясына жыйналуучу $\{u(t,x)\}=\{Q\vec{a}^k(t)\}$ удаалаштыгы (18)-(20) аралаш маселенин жалгыз чечими болот.

Теореманын далилдөөсү төмөнкү барабарсыздыктын аткарылышынан келип чыгат

$$\left|u^k(t,x)-u(t,x)\right| \le \sum_{n=1}^{\infty}\left|a_n^k(t)-a_n(t)\right|\cdot\left|b_n(x)\right| \le$$
$$\le M_2\cdot\left\|\vec{a}^k(t)-\vec{a}(t)\right\|_{B_p(T)}.$$

§5.2 де $D \equiv D_1 \times D_2$ областында

$$0=\begin{cases} u_{ttt}(t,x)+u_{xxx}(t,x), & (t,x)\in D_1, \\ u_{ttt}(t,x)-u_{ttt}(t,x), & (t,x)\in D_2 \end{cases} \qquad (24)$$

теңдемеси

$$u(t,x)|_{t=-T}=\varphi_1(x),\ u(t,x)|_{t=T}=\varphi_2(x),\ u_t(t,x)|_{t=T}=\varphi_3(x), \qquad (25)$$
$$u(t,x)|_{x=-1}=u(t,x)|_{x=0}=u(t,x)|_{x=1}=0, \qquad (26)$$

шарттары орун алган учурда каралат, мында $D_1 \equiv E_T^+ \times E_0,\ \ D_2 \equiv E_T^- \times E_0,$
$E_T^- \equiv (-T,0),\ E_T^+ \equiv (0,T),\ E_0 \equiv (-1,1),\ \varphi_i(x) \in C^4(E_0),$
$\varphi_i(x)_{|x=-1|} = \varphi_i(x)_{|x=0|} = \varphi_i(x)_{|x=1|} = 0,\ \ i=\overline{1,3}.$

(24)-(26) маселени төмөнкү жабыштыруу шарттары аткарылган учурда изилденет:

$$u(+0,\chi)=u(-0,\chi), u_t(+0,\chi)=u_t(-0,\chi), u_{tt}(+0,\chi)=u_{tt}(-0,\chi). \qquad (27)$$

(24) теңдеменин D областындагы чечими деп D_1 жана D_2 областтарында тиешелүү теңдемелердин регулярдык чечимдери болгон жана

(25)-(27) шарттарын канааттандырган $C(\overline{D})\cap C(D)$ классынан алынган $u(t,x)$ функциясын түшүнөбүз. Регулярдык деп теңдемеге катышкан бардык туундулардын D областындагы үзгүлтүксүздүгүн түшүнөбүз.

Берилген маселенин чечимин Фурьенин төмөнкүдөй катары түрүндө издейбиз:

$$u(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n(t)\cdot b_n(x). \tag{28}$$

Бул бөлүмдөгү негизги жыйынтык болуп төмөнкү теорема эсептелет.

Теорема 13. (28) катар менен аныкталган $u(t,x)$ функциясы t,x аргументтери боюнча төртүнчү тартиптеги туундуларга ээ, (24) теңдемени жана (25)-(27) шарттарды канааттандырат. Ошондой эле t,x аргументтери боюнча (28) катарды мүчөлөп дифференцирлөөгө болот жана алынган катарлар абсолюттук жана бир калыпта жыйналуучу болот.

§5.3 де $D\equiv D_1\times D_2$ областында

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial}{\partial t}-\varepsilon\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+signt\,\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(t,x)=0 \tag{29}$$

теңдемеси

$$u(t,x)_{|t=-\tau}=\varphi_1(x),\ u(t,x)_{|t=\tau}=\varphi_2(x), u_t(t,x)_{|t=\tau}=\varphi_3(x), \tag{30}$$

$$\begin{gathered}u(t,x)|_{x=0}=u(t,x)|_{x=l}=u_{xx}(t,x)|_{x=0}=u_{xx}(t,x)|_{x=l}=\\=u_{xxxx}(t,x)|_{x=0}=u_{xxxx}(t,x)|_{x=0}=0,\ t\in E_\tau,\end{gathered} \tag{31}$$

шарттары менен каралат, мында

$$\varphi_i(x)\in C^7(E_0),\varphi_i(x)|_{x=0}=\varphi_i(x)|_{x=l}=\varphi_i''(x)|_{x=0}=\varphi_i''(x)|_{x=l}=$$
$$=\varphi_i^{(IV)}(x)|_{x=0}=\varphi_i^{(IV)}(x)|_{x=l}=0,\ i=\overline{1,3},$$
$$D_1\equiv E_\tau^+\times E_0, D_2\equiv E_\tau^-\times E_0,$$
$$E_\tau^-\equiv(-\tau,0)\ ,\ E_\tau^+\equiv(0,\tau)\ ,\ E_0\equiv(0,l),\ 0<l<\infty,\ 0<\tau<\infty,$$

$0<\varepsilon$ - кичине параметр.

(29)-(31) маселени төмөнкү жабыштыруу шарттары аткарылган учурда карайбыз:

$$u(+0,x)=u(-0,x),\ u_t(+0,x)=u_t(-0,x),\ u_{tt}(+0,x)=u_{tt}(-0,x), \tag{32}$$

мында $u(+0;0)=u(-0;0)=u(+0;l)=u(-0;l)=0$ болсун деп алабыз.

(24) теңдеменин D областындагы чечими деп D_1 жана D_2 областтарында тиешелүү теңдемелердин регулярдык чечимдери болгон жана (30)-(32) шарттарын канааттандырган $C(\overline{D})\cap C(D)$ классынан алынган $u(t,x)$ функциясын түшүнөбүз. Регулярдык деп теңдемеге катышкан бардык туундулардын D областындагы үзгүлтүксүздүгүн түшүнөбүз.

Берилген маселенин чечимин Фурьенин төмөнкүдөй катары түрүндө издейбиз:

$$u(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n(t)\cdot b_n(x),\ (t,x)\in D, \qquad (33)$$

мында $b_n(x)=\sqrt{\dfrac{2}{l}}\sin\sqrt{\lambda_n}\,x,\lambda_n=\left(\dfrac{n\pi}{l}\right)^2,n=1,2,...,$ функциясы төмөнкү чек аралык шарттарды канааттандырат:

$$b_n(0)=b_n(l)=b_n''(0)=b_n''(l)=b_n^{(IV)}(0)=b_n^{(IV)}(l)=0.$$

(33) катарды (29) теңдемеге коюп, төмөнкү функцияларды алабыз

$$a_n(t)=A_{1n}e^{-\varepsilon\lambda_n t}+A_{2n}e^{\sqrt{\lambda_n}\,t}+A_{3n}e^{-\sqrt{\lambda_n}\,t},\ x\in E_\tau^+, \qquad (34)$$

$$a_n(t)=B_{1n}e^{-\varepsilon\lambda_n t}+B_{2n}\cos\sqrt{\lambda_n}t+B_{3n}\sin\sqrt{\lambda_n}t,\ x\in E_\tau^+, \qquad (35)$$

A_{1n} жана $B_{1n}, i=\overline{1,3}$ коэффициенттерин аныктагандан кийин чечимдин төмөнкүдөй көрүнүштөрүн алабыз:

$$u(t,x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sum_{n=1}^{\infty}\left[A_{1n}e^{-\varepsilon\lambda_n t}+A_{2n}\,e^{\sqrt{\lambda_n}t}+A_{3n}\,e^{-\sqrt{\lambda_n}t}\right]\cdot\sin\sqrt{\lambda_n}x; \qquad (36)$$

$$u(t,x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sum_{n=1}^{\infty}\left[B_{1n}e^{-\varepsilon\lambda_n t}+B_{2n}\cos\sqrt{\lambda_n}t+B_{3n}\sin\sqrt{\lambda_n}t\right]\cdot\sin\sqrt{\lambda_n}x. \qquad (37)$$

Теорема 14. (36) жана (37) катарлар менен аныкталган $u(t,x)$ функциясы t аргументи боюнча үчүнчү жана x аргументи боюнча алтынчы тартиптеги туундуларга ээ, (29) теңдемени жана (30)-(32) шарттарды канааттандырат. Ошондой эле (36) жана (37) катарларды t аргументи боюнча үчүнчү жана x аргументи боюнча алтынчы тартипке чейин мүчөлөп дифференцирлөөгө болот жана алынган катарлар абсолюттук жана бир калыпта жыйналуучу болот.

Жыйынтыктар

Бул диссертациялык изилдөөлөрдө параболалык жана гиперболалык операторлордун суперпозициясын жана сызыктуу эмес четтетүүнү кармаган сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер үчүн; параболалык оператордун квадратын жана сызыктуу эмес четтетүүнү кармаган сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык тендемелер үчүн; параболалык оператордун квадратын жана сызыктуу эмес четтетүүнү кармаган сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык тендемелер үчүн; параболалык жана эллипстик операторлордун суперпозициясын жана сызыктуу эмес чагылтылуучу четтетүүнү кармаган сызыктуу эмес тендемелер үчүн коюлган аралаш маселелердин бир маанилүү жалпыланган чечилиши аныкталган жана далилденген.

Теориялык жактан алып караганда бул диссертациялык иштин жыйынтыктары 4-тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин теориясынын өнүгүшүнө негиз болот.

Теоремалардын далилдөөлөрү конструктивдүү жана колдонмо маселелерди сандык эсептөөдөгү алгоритмдерди түзүүдө колдонулат. Алынган жыйынтыктардын колдонулушун сызыктуу эмес термелүүлөр жана автоматтык жөнгө салуу теориясынан да табууга болот.

Иште төмөнкү илимий натыйжалар алынган:

1. Сызыктуу эмес четтетилиштерди жана параболалык жана гиперболалык операторлордун суперпозициясын кармаган сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү чечилишинин жетиштүү коэффициенттик шарттары орнотулган;

2. Сызыктуу эмес четтетилиштерди жана параболалык оператордун квадратын кармаган сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн аралаш маселенин бир маанилүү чечилишинин жетиштүү коэффициенттик шарттары аныкталган;

3. Сызыктуу эмес чагылтылуучу четтетилиштерди, параболалык жана эллипстик операторлордун суперпозициясын кармаган сызыктуу эмес тедемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү чечилишинин жетиштүү коэффициенттик шарттары табылган;

4. Параболалык жана гиперболалык операторлорду кармаган сызыктуу эмес теңдеме үчүн аралаш маселенин чечилишинин жетиштүү шарты негизделген;

5. Эллипстик-гиперболалык типтеги аралаш теңдеме үчүн чек аралык маселенин чечилишинин жетиштүү шарты орнотулган;

6. Параболалык, гиперболалык жана аралаш типтеги операторлорду кармаган сызыктуу теңдеме үчүн аралаш маселенин чечилишинин далилденген.

ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. Дыйканов Г.А. О смешанной задаче для нелинейного интегро-дифференциального уравнения четвертого порядка с нелинейным отклонением по времени [Текст] / Т.К. Юлдашев, Г.А. Дыйканов // Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. – 2010. – №2. – С. 164–169.

2. Дыйканов Г.А. Краевая задача для однородного эллиптико-гиперболического уравнения третьего порядка [Текст] / Т.К. Юлдашев, Г.А. Дыйканов // Складнi системи i процеси. – 2010. – №1. – С.19–24.

3. Дыйканов Г.А. О смешанной задаче для нелинейного уравнения четвертого порядка с нелинейным отклонением по времени [Текст] / Т.К. Юлдашев, Г.А. Дыйканов // Решетневские чтения. Материалы XIV межд. научн. конф., 10-12 ноября 2010 г., г. Красноярск. – Красноярск: СибГАУ, 2010. – Часть 2. – С. 465–466.

4. Дыйканов Г.А. Смешанная задача для одного нелинейного интегро-дифференциального уравнения четвертого порядка с максимумами [Текст] / Т.К. Юлдашев, Г.А. Дыйканов // Решетневские чтения. Материалы XIV межд. научн. конф., 10-12 ноября 2011 г., г. Красноярск. – Красноярск: СибГАУ, 2011. – Часть 2. – С. 553–554.

5. Дыйканов Г.А. О разрешимости смешанной задачи для нелинейного дифференциального уравнения шестого порядка [Текст] / Т.К. Юлдашев, Г.А. Дыйканов // Вестник ОшГУ. – 2011. – №1. – С. 48–52.

6. Дыйканов Г.А. Краевая задача для смешанного уравнения шестого порядка [Текст] / Т.К. Юлдашев, Г.А. Дыйканов // Вестник ОшГУ. - 2011. - №1. - С. 52–54.

7. Дыйканов Г.А. Смешанная задача для одного нелинейного дифференциального уравнения в частных производных четвертого порядка [Текст] / Г.А. Дыйканов // Вестник ОшГУ. - 2017. - № 2. - С. 41–48.

8. Дыйканов Г.А. О смешанной задаче для одного дифференциального уравнения четвертого порядка с нелинейным отражающим отклонением [Текст] / Г.А. Дыйканов // Вестник ОшГУ. - 2018. - № 4. - С. 9–17.

9. Дыйканов Г.А. Обобщенная разрешимость смешанной задачи для одного интегро-дифференциального уравнения с нелинейным отклонением [Текст] / Г. А. Дыйканов // Вестник ОшГУ. - 2018. - № 4. - С. 17–25.

Дыйканов Гапар Аскаровичтин 01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн «Төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес функционалдык-дифференциалдык теңдемелер үчүн аралаш маселелери» темасындагы диссертациялык ишине

Резюме

Ачкыч сөздөр: Аралаш маселелер, баштапкы жана чек аралык шарттар, жалпыланган чечимдин жашашы, гиперболалык, параболалык жана эллипстик операторлор, интегралдык теңдеме, сызыктуу эмес интегралдык теңдемелердин санактык системасы, чечимдин жалгыздыгы, чечимдин жашашы.

Изилдөөнүн обьектиси: Төртүнчү тартиптеги параболалык жана гиперболалык операторлордун суперпозициясын кармаган теңдемелер үчүн аралаш маселелер, параболалык оператордун квадраты, параболалык жана эллипстик операторлордун суперпозициясы.

Изилдөөнүн предмети: Параболалык жана гиперболалык операторлордун суперпозициясын, параболалык оператордун квадратын, параболалык жана эллипстик операторлордун суперпозициясын кармап турган төртүнчү тартиптеги теңдемелер үчүн аралаш маселелердин чечимдеринин жашашын жана жазгыздыгын изилдөө.

Изилдөөнүн максаты: Параболалык жана гиперболалык операторлордун суперпозициясын, параболалык оператордун квадратын, параболалык жана эллипстик операторлордун суперпозициясын кармап турган төртүнчү тартиптеги теңдемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү чечимдерге ээ болушунун коэффициенттик жетиштүү шарттардын тургузуу.

Изилдөөнүн методдору: Изилдөөдө интегралдык барабарсыздыктар, удаалаш жакындаштыруу методу, функционалдык анализдын жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер теориясынын методдору колдонулду.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы: Параболалык жана гиперболалык операторлордун суперпозициясын жана сызыктуу эмес четтөөлөрдү кармап турган сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер үчүн, параболалык оператордун квадратын кармап турган сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн, параболалык жана эллипстик операторлордун суперпозициясын жана сызыктуу эмес чагылтуучу четтөөлөрдү кармап турган сызыктуу эмес теңдемелер үчүн аралаш маселелердин бир маанилүү жалпыланган чечилүүсү биринчи жолу изилдеп үйрөнүлгөн;

Изилдөөлөрдүн теориялык жана практикалык маанилүүлүгү: Диссертациядагы алынган жыйынтыктар сызыктуу эмес төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин теориясын өнүктүрүүгө салым кошот.

Теоремалардын далилдөөлөрү конструктивдүү жана прикладдык маселердин сандык эсептөөлөрүндөгү алгоритмдердин түзүүгө өбөлгө түзөт.

Алынган жыйынтыктар сызыктуу эмес термелүүлөр теориясында жана автоматтык башкарып-түзөөлөрдө колдонулат.

РЕЗЮМЕ

Диссертационной работы Дыйканова Гапара Аскаровича на тему: "Смешанные задачи для нелинейных функционально-дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка" на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: Смешанные задачи, начальные и граничные условия, обобщенная разрешимость, гиперболический, параболический и эллиптические операторы, интегральные уравнения, счетные системы нелинейных интегральных уравнений, единственность решения, существование решения.

Объект исследования: Смешанные задачи для уравнений четвертого порядка, содержащих суперпозицию параболического и гиперболического операторов, квадрат параболического оператора, суперпозиция параболического и эллиптического операторов.

Предмет исследования: Исследования существования и единственности решения смешанных задач для уравнений четвертого порядка, содержащих суперпозицию параболического и гиперболического операторов, квадрат параболического оператора и суперпозицию параболического и эллиптического операторов.

Цель исследования: Установление достаточных коэффициентных условий однозначной обобщенной разрешимости смешанных задач для уравнений четвертого порядка, содержащих суперпозицию параболического и гиперболического операторов, квадрат параболического оператора и суперпозицию параболического и эллиптического операторов.

Методы исследования: При исследовании были использованы методы интегральных неравенств, метод последовательных приближений, методы функционального анализа и теории нелинейных интегральных уравнений.

Научная новизна исследования:

Впервые изучаются однозначная обобщенная разрешимость смешанных задач для нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих суперпозицию параболического и гиперболического операторов и нелинейные отклонения; для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, содержащих квадрат параболического оператора и нелинейные отклонения; для нелинейных уравнений, содержащих суперпозицию параболического и эллиптического операторов и нелинейные отражающие отклонения.

Теоретическое и практическое значения исследования: В теоретическом отношении результаты данной диссертационной работы внесет вклад в развитию теории нелинейных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка.

Доказательства теорем конструктивны и позволяют построить алгоритмы при численных расчетах прикладных задач.

Полученные результаты могут найти применение в теории нелинейных колебаний и автоматического регулирования.

SUMMARY

The dissertation work of Dyikanov Gapar Askarovich on the topic: "Mixed problems for nonlinear fourth-order functional differential equations in partial derivatives" for the degree of Candidate of Physical and Mathematical Sciences in the specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Keywords: Mixed problems, initial and boundary conditions, generalized solvability, hyperbolic, parabolic and elliptic operators, integral equations, countable systems of nonlinear integral equations, uniqueness of a solution, existence of a solution.

Object of research: Mixed problems for fourth-order equations containing a superposition of parabolic and hyperbolic operators, the square of a parabolic operator, the superposition of parabolic and elliptic operators.

Subject of research: Studies on the existence and uniqueness of the solution of mixed problems for fourth-order equations containing a superposition of parabolic and hyperbolic operators, the square of a parabolic operator, and a superposition of parabolic and elliptic operators.

Aim of research: To establish sufficient coefficient conditions for the unambiguous generalized solvability of mixed problems for equations of the fourth order containing a superposition of parabolic and hyperbolic operators, a square of a parabolic operator, and a superposition of parabolic and elliptic operators.

Methods of research: The study used the methods of integral inequalities, the method of successive approximations, the methods of functional analysis and the theory of nonlinear integral equations.

Scientific novelty. The unique generalized solvability of mixed problems for nonlinear differential equations containing the superposition of parabolic and hyperbolic operators and nonlinear deviations are studied for the first time; for nonlinear integro-differential equations containing the square of a parabolic operator and nonlinear deviations; for nonlinear equations containing a superposition of parabolic and elliptic operators and nonlinear reflecting deviations.

Theoretical and practical implications of the study: Theoretically, the results of this dissertation will make a definite contribution to the development of the theory of nonlinear differential and integro-differential equations in partial derivatives of the fourth order.

The proofs of the theorems are constructive and allow us to construct algorithms for the numerical calculations of applied problems.

The results obtained can be applied in the theory of nonlinear oscillations and automatic control.

Басууга берилди: 24.06.2019-ж.

Форматы: 60х84 1/16 *Көлөмү: 1,4 б.т.*
Буюртма: № 21

“Book-дизайн” компьютердик кызматында даярдалды
Ош шаары, И. Сулайманов к. №3.