ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИНИН ЖАРЧЫСЫ

ВЕСТНИК ОШСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

2017

1 2 3

517. 968

Дыйканов Г. А., ага окутуучу
Баткен мамлекеттик университети

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

MIXED PROBLEM FOR A NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION OF FOURTH ORDER

Аннотация: *Рассмотрены вопросы однозначной разрешимости и построения решения одной смешанной задачи для нелинейного дифференциального уравнения с суперпозицией параболического и гиперболического операторов. Использован метод Фурье, основанный на разделение переменных. Получена счетная система интегральных уравнений. Установлен критерий однозначной разрешимости поставленной смешанной задачи и доказана соответствующая теорема.*

Abstract: *This article considers the questions of one-valued solvability and constructing the solution of mixed value problem for a nonlinear differential equation with superposition of parabolic and hyperbolic operators . Is used the Fourier method based on separation of variables. It is obtained the countable system of nonlinear integral equations. The criterion of one-value solvability of the considering problem is installed. Under this criterion is proved the one-valued solvability of the problem.*

Ключевые слова: *Дифференциальное уравнение, смешанная задача, метод Фурье, суперпозиция дифференциальных операторов, однозначная разрешимость.*

Key words: *Differential equation, mixed problem, Fourier method, superposition of differential operators, one-valued solvability.*

Математическое моделирование многих процессов, происходящих в реальном мире, приводит к изучению смешанных, краевых и обратных задач для уравнений в частных производных. Теория смешанных и краевых задач, в силу ее прикладной важности, в настоящее время является одним из важнейших разделов теории дифференциальных уравнений.

Исследования многих задач газовой динамики, теории упругости, теории пластин и оболочек описываются дифференциальными уравнениями в частных производных высоких порядков. С точки зрения физических приложений представляют большой интерес и дифференциальные уравнения четвертого порядка (см., напр. [1-5]).

Метод разделения переменных при исследовании дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений в частных производных применяется в работах многих авторов, в частности в [6-14].

В настоящей работе изучается однозначная разрешимость смешанной задачи для следующего дифференциального уравнения четвертого порядка

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(t,x)=f\big(t,x,u(t,x),u(\delta(t,x),x)\big) \qquad (1)$$

со смешанными условиями

$$\begin{bmatrix} u(t,x)_{|t\in(-\infty,0]}=\varphi_1(t,x),\; u(t,x)_{|t\in(T;\infty)}=0, \\ u_t(t,x)_{|t=0}=\varphi_2(x),\; u_{tt}(t,x)_{|t=0}=\varphi_3(x), \end{bmatrix} \qquad (2)$$

$$u(t,x)_{|x=0}=u(t,x)_{|x=l}=u_{xx}(t,x)_{|x=0}=u_{xx}(t,x)_{|x=l}=0, \qquad (3)$$

Кочурмо себя
Окшош Камчыбеков, ф.и.к А Жур. Нурдамиева А.М.

где $f(t,x,u\vartheta)\in C(D\times R^2)$, $\varphi_i(x)\in C^5(D_l)$, $\varphi_i(x)|_{x=0}=\varphi_i(x)|_{x=l}=$
$=\varphi''_i(x)|_{x=0}=\varphi''_i(x)|_{x=l}=0$, $i=\overline{1,3}$. $\varphi_1(0,x)=\varphi_1(x)$, $D\equiv D_T\times D_l$,
$D_T\equiv[0,T]$, $D_l\equiv[0,l]$, $0<l<\infty$, $0<T<\infty$, $\delta(t,x)\neq t$.

Решение данной задачи разыскивается в виде ряда Фурье:

$$u(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n(t)\,b_n(x),\quad (t,x)\in D, \tag{4}$$

где $b_n(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\lambda_n x$, $\lambda_n=\frac{n\pi}{l}$, $n=1,2,\ldots$.

В прямоугольнике D рассмотрим Соболево пространство $W_p^k(D)$. Это - класс функций $u(t,x)$ из $L_p(D)$, обобщенные производные которых порядка k суммируем со степенью $p\geq 1$.

Определение. Если функция $u(t,x)\in W_2^3(D)$ удовлетворяет следующем интегральному тождеству

$$\int_0^T\int_0^l\left\{u(t,x)\left[-\frac{\partial^3}{\partial t^3}\Phi-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi\right)-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi\right)+\frac{\partial^4}{\partial x^4}\Phi\right]-f\,\Phi\right\}dx\,dt$$
$$=-\int_0^l\varphi_1\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi+\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi\right)+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi\right]_{t=0}dx+$$
$$+\int_0^l\varphi_2\left[\frac{\partial}{\partial t}\Phi+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi\right]_{t=0}dx-\int_0^l\varphi_3\left[\Phi\right]_{t=0}dx$$

для любого $\Phi(t,x)\in C^{3,4}(D)$, то функция $u(t,x)$ называется обобщенным решени смешанной задачи (1)-(3).

Покажем, что коэффициенты Фурье решения смешанной задачи (1)-(3) собственным функциям $b_n(x)$ удовлетворяет следующую счетную систему нелинейн интегральных уравнений (ССНИУ):

$$a_n(t)=\psi_n(t)+$$
$$+\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\int_0^l f\big(s,x,Q\bar{a}(s),Q\bar{a}(\delta(s,x))\big)b_n(x)G_n(t,s)\,dx\,ds,\quad t\in D_T,$$

где

$$\psi_n(t)=\frac{\lambda_n^2\varphi_{1n}+\varphi_{3n}}{\lambda_n^2+\lambda_n^4}e^{-\lambda_n^2 t}+\frac{\lambda_n^4\varphi_{1n}-\varphi_{3n}}{\lambda_n^2+\lambda_n^4}\cos\lambda_n t+$$
$$+\frac{\lambda_n^2\varphi_{1n}+(1+\lambda_n^2)\varphi_{2n}+\varphi_{3n}}{\lambda_n^3+\lambda_n^5}\sin\lambda_n t,$$

Кочурмо анык
Окмоп катчысы, ф.и.к. Мырзаева А.М.

$$G_n(t,s)=\mu_n\left[e^{-\lambda_n^2(t-s)}+\lambda_n\sin\lambda_n(t-s)-\cos\lambda_n(t-s)\right],$$

$$\mu_n=\left[\lambda_n(1+\lambda_n^2)\right]^{-1}.$$

Действительно, согласно определению решения смешанной задачи (1)-(3) имеем

$$\int_0^T\int_0^l\left\{\sum_{n=1}^{\infty}a_n(t)\cdot b_n(x)\left[-\frac{\partial^3}{\partial t^3}\Phi-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi\right)-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi\right)+\frac{\partial^4}{\partial x^4}\Phi\right]-\right.$$

$$\left.-f\Phi\right\}dx\,dt=-\int_0^l\varphi_1\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi+\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi\right)+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi\right]_{t=0}dx+$$

$$+\int_0^l\varphi_2\left[\frac{\partial}{\partial t}\Phi+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi\right]_{t=0}dx-\int_0^l\varphi_3\left[\Phi\right]_{t=0}dx. \qquad (6)$$

Пусть в (6) $\Phi=\Phi_m(t,x)=g(t)b_m(x)\in C^{3,4}(D)$. Тогда имеем

$$\int_0^T\int_0^l\left\{\sum_{n=1}^{\infty}a_n(t)\,b_n(x)\times\right.$$

$$\times\left[-g'''(t)b_m(x)+\lambda_m^2g''(t)b_m(x)-\lambda_m^2g'(t)b_m(x)+\lambda_m^4g(t)b_m(x)\right]-$$

$$\left.-f\left(t,x,Q\bar{a}(t),Q\bar{a}(\delta(t,x))\right)g(t)b_m(x)\right\}dx\,dt=$$

$$=\int_0^T\int_0^l\left\{\sum_{n=1}^{\infty}a_n(t)\,b_n(x)\left[-g'''(t)+\lambda_m^2g''(t)-\lambda_m^2g'(t)+\lambda_m^4g(t)\right]b_m(x)-\right.$$

$$\left.-f\left(t,x,Q\bar{a}(t),Q\bar{a}(\delta(t,x))\right)g(t)b_m(x)\right\}dx\,dt=0.$$

Учитывая, что система функций $\{b_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ образует полную систему ортонормированных функций в $L_2(D_l)$, из последнего равенства имеем

$$\int_0^T\left[a_n(t)\cdot\left(-g'''(t)+\lambda_n^2g''(t)-\lambda_n^2g'(t)+\lambda_n^4g(t)\right)-\right.$$

$$\left.-\int_0^l f\left(t,x,Q\bar{a}(t),Q\bar{a}(\delta(t,x))\right)g(t)b_n(x)dx\right]dt=0.$$

Отсюда, интегрируя по частям и учитывая свойство обобщенного решения, имеем

$$\int_0^T g(t)\left[a_n'''(t)+\lambda_n^2a_n''(t)+\lambda_n^2a_n'(t)+\lambda_n^4a_n(t)-\right.$$

$$\left.-\int_0^l f\left(t,x,Q\bar{a}(t),Q\bar{a}(\delta(t,x))\right)b_n(x)dx\right]dt=0. \qquad (7)$$

Поскольку $g(t)\neq 0$ для всех $t\in D_T$, то из (7) получим

$$a_n'''(t)+\lambda_n^2a_n''(t)+\lambda_n^2a_n'(t)+\lambda_n^4a_n(t)=$$

$$= \int_0^l f\left(t, x, Q\bar{a}(t), Q\bar{a}(\delta(t,x))\right) b_n(x)\,dx. \qquad (8)$$

Решая систему (8) методом вариации произвольных постоянных, получим

$$a_n(t) = C_{1n} e^{-\lambda_n^2 t} + C_{2n}\cos\lambda_n t + C_{3n}\sin\lambda_n t +$$

$$+\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\int_0^l f\left(s, x, Q\bar{a}(s), Q\bar{a}(\delta(s,x))\right) b_n(x) G_n(t,s)\,dx\,ds, \ \ t \in D_T, \quad (9)$$

где $$G_n(t,s) = \mu_n\left[e^{-\lambda_n^2(t-s)} + \lambda_n \sin\lambda_n(t-s) - \cos\lambda_n(t-s)\right],$$

$$\mu_n = \left[\lambda_n(1+\lambda_n^2)\right]^{-1}.$$

Для того, чтобы определить коэффициентов $C_{in}\ (i=\overline{1,3})$, используем условия:

$$a_n(0) = \varphi_{1n},\ a'_n(0) = \varphi_{2n},\ a''_n(0) = \varphi_{3n},$$

где $\varphi_{in} = \int_0^l \varphi_i(x) b_n(x)\,dx$, $i=\overline{1,3}$, $x \in D_l$. Тогда из (9) получим ССНИУ (5).

Теперь рассмотрим однозначную разрешимость ССНИУ (5).

Лемма. Пусть выполняются следующие условия:

1. $\max\limits_{t\in D_T}\int_0^l \left\| f\left(s, x, Q\vec{a}^0(s), Q\vec{a}^0(\delta(s,x))\right)\right\|_{L_2(D_l)} ds \le \Delta < \infty;$

2. $f(t,x,u,\vartheta) \in Lip\left\{F_1(t,x)\,|_{u,\vartheta}\right\}$, где $\max\limits_{t\in D_T}\int_0^l \left\|F_1(s,x)\right\|_{L_2(D_l)} ds < \infty;$

3. $\left\|\bar{\psi}(t)\right\|_{B_2(T)} < \infty.$

Тогда ССНИУ (5) имеет единственное решение в пространстве $B_2(T)$. Кроме того, имеет место оценка

$$\left\|\vec{a}(t) - \vec{a}^k(t)\right\|_{B_2(T)} \le$$

$$\le \frac{\delta_1}{k!}\max_{t\in D_T}\left[\int_0^t \left\|F(s,x)\right\|_{L_2(D_l)} ds\right]^k \exp\left\{\delta_2 \max_{t\in D_T}\int_0^t \left\|F(s,x)\right\|_{L_2(D_l)} ds\right\}, \quad (1$$

где $F(s,x) = 2F_1(s,x)$, δ_1 и δ_2 - некоторые положительные постоянные.

Доказательство. Используем метод последовательных приближен
Итерационный процесс Пикара определим следующим образом:

$$\begin{cases} a_n^0(t) = \psi_n(t),\ t\in D_T, \quad a_n^{k+1}(t) = \psi_n(t) + \\ +\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\int_0^l f\left(s, x, Q\vec{a}^k(s), Q\vec{a}^k(\delta(s,x))\right)\times \\ \times b_n(x) G_n(t,s)\,dx\,ds, \quad k = 0,1,2,3,\dots, \ t \in D_T. \end{cases}$$

Кроме того, при доказательстве леммы используем обозначение

Кочурмо анык
Окмуу катчысы, ф.-м.и.к. Муратова А.Ш.

$$\left\|\vec{a}(t)\right\|_{B_2(t)} = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}\left|a_n(t)\right|^2}.$$

В силу условий леммы для первой разности $a_n^1(t) - a_n^0(t)$, используя неравенства Гельдера и Бесселя, из (11) получим

$$\left\|\vec{a}^1(t) - \vec{a}^0(t)\right\|_{B_2(t)} \le$$

$$\le \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\int_0^l\left|f_0 b_n(x) G_n(t,s)\right| dx\,ds\right]^2} \le$$

$$\le \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\int_0^l\left|f_0\right|\cdot\left|b_n(x)\right|\cdot\left|G_n(t,s)\right| dx\,ds \le$$

$$\le \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_n^2}}\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}\left[\int_0^t\int_0^l\left|f_0\right|\cdot\left|b_n(x)\right|\cdot\left|G_n(t,s)\right| dx\,ds\right]^2} \le$$

$$\le M_1\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^t\int_0^l\left|f_0\right|\cdot\left|b_n(x)\right|\cdot\left|G_n(t,s)\right| dx\,ds \le$$

$$\le \max_{t\in D_T}\int_0^t\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}\left|G_n(t,s)\right|^2}\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}\left[\int_0^l\left|f_0\right|\cdot\left|b_n(x)\right| dx\right]^2} ds \le$$

$$\le M_1 M_2 \max_{t\in D_T}\int_0^t\left\|f_0\right\|_{L_2(D_l)} dt \le M_1 M_2\,\Delta, \qquad (12)$$

где

$$f_k = f\left(s, x, Q\vec{a}^k(s), Q\vec{a}^k(\delta(s, x, Q\vec{a}^k(s)))\right),\ k = 0,1,2,...,$$

$$M_1 = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_n^2}} = \left\|\frac{1}{\lambda}\right\|_{\ell_2}, \quad M_2 = \max_{(t,s)}\left\|\vec{G}(t,s)\right\|_{B_2(t)}.$$

Для второй разности $a_n^2(t) - a_n^1(t)$ аналогично имеем

$$\left\|\vec{a}^2(t) - \vec{a}^1(t)\right\|_{B_2(t)} \le M_1 M_2\int_0^t\int_0^l\left|f_1 - f_0\right| dx\,ds \le$$

$$\le M_1 M_2\int_0^t\int_0^l F(s,x)\sum_{n=1}^{\infty}\left|a_n^1(s) - a_n^0(s)\right|\cdot\left|b_n(x)\right| dx\,ds \le$$

$$\le M_1 M_2\int_0^t\left\|\vec{a}^1(s) - \vec{a}^0(s)\right\|_{B_2(s)}\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}\left[\int_0^l F(s,x)\left|b_n(x)\right| dx\right]^2} ds \le$$

$$\le M_1 M_2\int_0^t\sqrt{\int_0^l F^2(s,x)\,dx}\,ds \max_{t\in D_T}\left\|\vec{a}^1(t) - \vec{a}^0(t)\right\|_{B_2(t)} \le$$

Көчүрмө анык

Окмуу катчысы, ф.и.к. Муратова А.М.

$$\leq \left(M_1 M_2\right)^2 \Delta \int_0^t \left\| F(s,x) \right\|_{L_2(D_l)} ds,\ (t,x) \in D, \tag{13}$$

где $F(s,x) = 2F_1(s,x)$.

С учетом (13) для последующей разности $a_n^3(t) - a_n^2(t)$ из (11) получим следующую оценку

$$\left\| \vec{a}^{\,3}(t) - \vec{a}^{\,2}(t) \right\|_{B_2(t)} \leq$$

$$\leq \left(M_1 M_2\right)^3 \Delta \int_0^t \left\| F(s,x) \right\|_{L_2(D_l)} \int_0^s \left\| F(\theta,x) \right\|_{L_2(D_l)} d\theta\, ds \leq$$

$$\leq \Delta \frac{\left(M_1 M_2\right)^3}{2!} \left[\int_0^t \left\| F(s,x) \right\|_{L_2(D_l)} ds \right]^2.$$

Продолжая этот процесс для произвольного натурального числа k, аналогичным образом получим

$$\left\| \vec{a}^{\,k+1}(t) - \vec{a}^{\,k}(t) \right\|_{B_2(t)} \leq\leq \Delta \frac{\left(M_1 M_2\right)^{k+1}}{k!} \left[\int_0^t \left\| F(s,x) \right\|_{L_2(D_l)} ds \right]^k. \tag{14}$$

Далее, в силу (14) получим

$$\left\| \vec{a}(t) - \vec{a}^{\,k+1}(t) \right\|_{B_2(t)} \leq$$

$$\leq M_1 M_2 \int_0^t \left\| F(s,x) \right\|_{L_2(D_l)} \left\| \vec{a}(s) - \vec{a}^{\,k}(s) \right\|_{B_2(s)} ds \leq$$

$$\leq M_1 M_2 \int_0^t \left\| F(s,x) \right\|_{L_2(D_l)} \left\| \vec{a}(s) - \vec{a}^{\,k+1}(s) \right\|_{B_2(s)} ds +$$

$$+ M_1 M_2 \max_{t \in D_T} \int_0^t \left\| F(s,x) \right\|_{L_2(D_l)} \left\| \vec{a}^{\,k+1}(s) - \vec{a}^{\,k}(s) \right\|_{B_2(s)} ds \leq$$

$$\leq \Delta \frac{\left(M_1 M_2\right)^{k+1}}{k!} \max_{t \in D_T} \left[\int_0^t \left\| F(s,x) \right\|_{L_2(D_l)} ds \right]^k +$$

$$+ M_1 M_2 \int_0^t \left\| F(s,x) \right\|_{L_2(D_l)} \left\| \vec{a}(s) - \vec{a}^{\,k+1}(s) \right\|_{B_2(s)} ds. \tag{15}$$

Применяя к (15) неравенство типа Гронуолла-Бельмана, получим (10). Существование решения ССНИУ (5) следует из оценок (12) и (14), так как при $k \to \infty$ последовательность функций $\left\{ \vec{a}^{\,k}(t) \right\}_{k=1}^{\infty}$ сходится равномерно по t к функции $\vec{a}(t) \in B_2(t)$. Покажем единственность этого решения в пространстве $B_2(t)$. Пусть ССНИУ (5) имеет два решения: $\vec{a}(t) \in B_2(t)$ и $\vec{\vartheta}(t) \in B_2(t)$. Тогда для их разности получим

Көчүрмө анык

Окшош көчүрмө, ф и.к. — Мурзаева А.М.

$$\left\|\bar{a}(t)-\bar{\vartheta}(t)\right\|_{B_2(t)} \le M_1 M_2 \int_0^t \left\|F(s,x)\right\|_{L_2(D_l)} \left\|\bar{a}(s)-\bar{\vartheta}(s)\right\|_{B_2(s)} ds\,. \quad (16)$$

Применяя к (16) неравенство типа Гронуолла-Бельмана, получим, что $\left\|\bar{a}(t)-\bar{\vartheta}(t)\right\|_{B_2(t)}=0$ для всех $t\in[0;T]$. Отсюда следует единственность решения ССНИУ (5) в пространстве $B_2(t)$.

Подставляя ССНИУ (5) в ряд (4), получим формальное решение смешанной задачи (1)-(3):

$$u(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty} b_n(x)\Big[\psi_n(t)+$$

$$+\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\int_0^l f\big(s,x,Q\bar{a}(s),Q\bar{a}(\delta(s,x))\big)b_n(x)G_n(t,s)\,dx\,ds\Big], \quad (17)$$

где
$$\psi_n(t)=\frac{\lambda_n^2\varphi_{1n}+\varphi_{3n}}{\lambda_n^2+\lambda_n^4}e^{-\lambda_n^2 t}+\frac{\lambda_n^4\varphi_{1n}-\varphi_{3n}}{\lambda_n^2+\lambda_n^4}\cos\lambda_n t+$$

$$+\frac{\lambda_n^2\varphi_{1n}+(1+\lambda_n^2)\varphi_{2n}+\varphi_{3n}}{\lambda_n^3+\lambda_n^5}\sin\lambda_n t,$$

$$G_n(t,s)=\mu_n\left[e^{-\lambda_n^2(t-s)}+\lambda_n\sin\lambda_n(t-s)-\cos\lambda_n(t-s)\right],$$

$$\mu_n=\left[\lambda_n(1+\lambda_n^2)\right]^{-1},\ b_n(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\lambda_n x\,,\ \lambda_n=\frac{n\pi}{l},\ n=1,2,\dots\,.$$

Покажем сходжость ряда Фурье (17). Для этого используем неравенства Минсовского и Гельдера, а затем - неравенство Бесселя. Тогда в силу леммы для (17) получаем

$$|u(t,x)|\le\sqrt{\frac{2}{l}}\,\|\psi\|_{\ell_2}+$$

$$+\sqrt{\frac{2}{l}}\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}\left|\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\int_0^l f\big(s,x,Q\bar{a}(s),Q\bar{a}(\delta(s,x))\big)b_n(x)G_n(t,s)\,dx\,ds\right|^2}\le$$

$$\le\sqrt{\frac{2}{l}}\,\|\psi\|_{\ell_2}+\sqrt{\frac{2}{l}}M_1\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^t\int_0^l |f|\cdot|b_n(x)|\cdot|G_n(t,s)|\,dx\,ds\le$$

$$\le\sqrt{\frac{2}{l}}\,\|\psi\|_{\ell_2}+\sqrt{\frac{2}{l}}M_1\max_{t\in D_T}\int_0^t\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}|G_n(t,s)|^2}\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty}\left[\int_0^l |f|\cdot|b_n(x)|\,dx\right]^2}\,ds\le$$

$$\le\sqrt{\frac{2}{l}}\,\|\psi\|_{\ell_2}+\sqrt{\frac{2}{l}}M_1M_2\max_{t\in D_T}\int_0^t\|f\|_{L_2(D_l)}\,dt\le$$

$$\le\sqrt{\frac{2}{l}}\,\|\psi\|_{\ell_2}+\sqrt{\frac{2}{l}}M_1M_2\Delta<\infty\,, \quad (12)$$

Көчүрмө анык

Окум. катчысы, ф.и.к. Мурзамиева А.

КЕНСЕ КАНЦЕЛЯРИЯ

где

$$f = f\left(s, x, Q\bar{a}(s), Q\bar{a}(\delta(s,x))\right),\ M_1 = \left\|\frac{1}{\lambda}\right\|_{\ell_2},\ M_2 = \max_{(t,s)}\left\|\bar{G}(t,s)\right\|_{B_2(t)}.$$

Итак, нами доказана, что справедлива следующая

теорема. Пусть выполняются условия Леммы. Тогда смешанная задача (1)-(3) однозначно разрешима в прямоугольной области D.

Литература:

1. Ахтямов А. М., Аюпова А. Р. О решении задачи диагностирования дефектов в виде малой полости в стержне // Журнал Средневолжского математического общества. 2010. – Т. 12. – № 3. – С. 37–42.
2. Турбин М. В. Исследование начально-краевой задачи для модели движения жидкости Гершель-Балкли // Вестник ВоронежГУ. Серия: Физика. Математика. 2013. – № 2. – С. 246–257.
3. Шабров С. А. Об оценках функции влияния одной математической модели четвертого порядка // Вестник ВоронежГУ. Серия: Физика. Математика. – 2015. – № 2. – С. 168--179.
4. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. – М.: Мир.1977. – С. 622.
5. Benney D. J., Luke J. C. Interactions of permanent waves of finite amplitude // Journ. Math. Phys. – 1964. – vol. 43. – pp. 309–313.
6. Ильин В. А. О разрешимости смешанных задач для гиперболического и параболического уравнений // УМН. – 1960. – Т. 15. – Вып. 2(92). – С. 97–154.
7. Лажетич Н. О существовании классического решения смешанной задачи для одномерного гиперболического уравнения второго порядка \\ Дифференц. уравнения. – 1998. – Т. 34. – № 5. – С. 682–694.
8. Моисеев Е. И. О решении спектральным методом одной нелокальной краевой задачи // Дифференц. уравнения. – 1999. – Т. 35. – № 8. – С. 1094–1100.
9. Сабитов К. Б. Нелокальная задача для уравнения параболо-гиперболического типа в прямоугольной области // Матем. заметки. – 2011. – Т. 89. – Вып. 4. – С. 596–602.
10. Чернятин В. А. Обоснование метода Фурье в смешанной задаче для уравнений в частных производных. – М.: Изд-во МГУ.1991. – С.112.
11. Юлдашев Т. К. Смешанная задача для нелинейного уравнения с псевдопараболическим оператором высокой степени // Вестник ВоронежГУ. Серия: Физика. Математика. 2013. – № 2. – С.277–295.
12. Юлдашев Т. К. Об одном смешанном дифференциальном уравнении четвертого порядка // Известия ИМИ УдГУ. 2016. – Вып. 1 (47). – С. 119–128.
13. Юлдашев Т. К. Смешанное дифференциальное уравнение типа Буссинеска // Вестник ВолГУ. Серия 1: Математика. Физика. 2016. – № 2. – С. 13–26.
14. Юлдашев Т. К. Обратная задача для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений типа Benney-Luke с вырожденным ядром // Изв. вузов. Математика. 2016. – № 9. – С. 59–67.

Көчүрмө анык

Окумуш катчысы, ф.-и.к. [signature] Мурзалиева А.