ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

Б. ОСМОНОВ АТЫНДАГЫ
ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 05.22.651 ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШИ

Кол жазма укугунун негизинде
УДК: 517.956.6

Абдумиталип уулу Кубатбек

ТӨРТҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ АРАЛАШ ПАРАБОЛА-ГИПЕРБОЛИКАЛЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР ҮЧҮН ЧЕК АРАЛЫК МАСЕЛЕЛЕР

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу диссертациясынын
АВТОРЕФЕРАТЫ

Ош - 2023

Диссертациялык иш Ош мамлекеттик университетинин Математикалык анализ кафедрасында аткарылган

Илимий жетекчи: **Асылбеков Таалайбек Дүкөнбаевич,** физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент, Ош мамлекеттик университетинин Колдонмо математика, информатика жана графикалык дизайн кафедрасынын доценти (Кыргызстан, Ош ш.)

Расмий оппоненттер: **Искандаров Самандар,** физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясынын лабораториясынын башчысы (Кыргызстан, Бишкек шаары)

Зулпукаров Жакшылык Алибаевич, физика-математика илимдеринин кандидаты, М.М.Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин Колдонмо математика жана информатика кафедрасынын доценти (Кыргызстан, Ош ш.)

Жетектөөчү уюм: Наманган инженердик-курулуш институту, Жогорку математика кафедрасы. Дареги: 160100, Өзбекстан, Наманган областы, Наманган ш. Ислам Каримов көч., 12.

Диссертацияны коргоо 2023-жылдын 28-февралында саат 14:00 дө 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331 дареги боюнча Ош мамлекеттик университетинин жана Б. Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн уюштурулган Д 05.22.651 диссертациялык кеңешинин жыйынында болуп өтөт.

Диссертацияны коргоонун онлайн трансляциялоонун коду: https://vc.vak.kg/b/052-pvt-luj-9ih

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин жана Б. Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинин китепканаларынан жана диссертациялык кеңештин https://oshsu.kg/ сайтынан таанышууга болот.

Авторефераты 2023-жылдын 26-январында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы, ф.-м.и.к., доцент Бекешов Т.О.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Математикалык физиканын классикалык эмес теңдемелер теориясынын маанилүү бөлүмү болуп аралаш (эллиптика-гиперболикалык, парабола-гиперболикалык жана эллиптика-параболикалык) типтеги теңдемелер теориясы эсептелет. Мындай теңдемелер үчүн чек аралык маселелердин чечилиши Ф. Трикоми (1947), А.В. Бицадзе (1959), М.С. Салахитдинов (1974), Т.Д. Джураев (1963), М.М. Смирнов (1970), Т.Ш. Кальменов (1993), А.М. Нахушев (1969), В.И. Жегалов (1987), Е.И. Моисеев (1988), К.Б. Сабитов (2016), А.К. Уринов (2010), А. Сопуев (1986), А.С. Бердышев (2015), Ю.П. Апаковдордун (2019) жана башка изилдөөчүлөрдүн эмгектеринде изилденген.

Аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер теориясынын өнүгүшү Т.Д. Джураевдин (1986) жана анын шакирттеринин төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелерди чечүүдө ишке ашырылган. Эгерде теңдеменин тартиби төртүнчү тартипке чейин жогоруласа, анда типтин өзгөрүү сызыгында функцияны анын экинчи же үчүнчү тартипке чейинки туундуларын жалгаштыруу шарттары талап кылынат. Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелерди изилдөө жана аларды чечүү үчүн жаңы методдорду колдонуу талап кылынат.

Теманын актуалдуулугу. Төртүнчү тартиптеги аралаш эллиптика-гиперболикалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелер М.М. Смирновдун (1970) жана Л.А. Бобылёванын (1972) эмгектеринде изилденген:

$$L_1 L_2 u = 0, \qquad (1)$$

мында

$$L_1 \equiv \begin{cases} \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}, y > 0, \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}, y < 0, \end{cases}, \; L_2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

(1) теңдеме үчүн чек аралык маселелер төмөнкүдөй болгон учуру

$$L_1 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} \text{ или } L_1 \equiv \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \text{ а } L_2 \equiv \begin{cases} \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial}{\partial y}, y > 0, \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}, y < 0, \end{cases} \qquad (2)$$

Т.Д. Джураев (1986), А. Сопуев (1986), М. Мамажанов (1986) жана алардын окуучуларынын эмгектеринде каралган.

Т.Д. Асылбековдун (2003) ишинде теңдеменин жогорку мүчөлөрү $L_1 L_2 \equiv \dfrac{\partial^3}{\partial x^3}\dfrac{\partial}{\partial y}$ көрүнүштө болгондо, D_1 областындагы (1) теңдеме үчүн чек аралык маселелер каралган. А.З. Пирматовдун (2003) ишинде теңдеменин жогорку мүчөлөрү $L_1 L_2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ көрүнүштө болгондо, $D=\{(x,y): 0<x<\ell, -h_1<y<h\}$ областындагы (1) теңдеме үчүн чек аралык маселелер изилденген. Т.Ы. Саадаловдун (2016) ишинде теңдеменин жогорку мүчөлөрү $L_1 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$, $L_2 \equiv \begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2}, y>0, \\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}, y<0. \end{cases}$ көрүнүштө болгондо, $D=\{(x,y): 0<x<\ell, -h_1<y<h\}$ областындагы (1) теңдеме үчүн чек аралык маселелер изилденген.

Аралаш типтеги теңдемелер үчүн чек аралык маселелерди изилдөөнүн колдонуудагы маанилүүлүгү, ошондой эле алардын көптөгөн колдонулуштары М.А. Абдрахманов (1971), Ж.А. Акилов (1982), Г.М. Стручина (1961), Дж.Уизем (1977), Я.С. Уфлянддардын (1964) эмгектеринде көрсөтүлгөн. Бирок, төртүнчү тартиптеги теңдемелердин операторлору (2) түрдө болгон учурлары үчүн чек аралык маселелер аз изилденген.

Диссертациялык иш L_1 оператору – аралаш парабола–гиперболикалык оператор болгон (1) түрдөгү теңдемелер үчүн коюлган чек аралык жана жалгаштыруу маселелеринин корректүүлүгүн аныктоого жана изилдөөгө арналган:

$$L_1 \equiv \begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial y} + a_1(x,y)\frac{\partial}{\partial x} + c_1(x,y), y>0, \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} + a_2(x,y)\frac{\partial}{\partial x} + b_2(x,y)\frac{\partial}{\partial y} + c_2(x,y), y<0, \end{cases}$$

ал эми $L_2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ же $L_2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ же $L_2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

Диссертациянын көлөмдүү илимий программалар (проекттер) жана негизги илим-изилдөө иштери менен байланышы: Диссертациялык жумуш «Кыргыз Республикасынын катышуусундагы Мамлекеттер аралык максаттуу программа жана Илимий-техникалык иштер» деп аталган Мамлекеттик жана Илимий-техникалык иштер программасына ылайык "Жекече туундулуу төртүнчү тартиптеги теңдемелер үчүн локалдуу жана локалдуу эмес маселелер" (мамлекеттик каттоо номери №0007520, 01.01.2018-жыл) темадагы илимий изилдөө долбоорунун алкагында аткарылды.

Изилдөөнүн максаты: Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн чек аралык маселени койуу жана анын корректүүлүгүн далилдөө.

Изилдөөнүн маселелери:

1. Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин чечимдеринин жашашын жана жалгыздыгын далилдөө;

2. Чечимдердин жылмакайлуулугун камсыз кылуучу функциялар классын, ошондой эле жалгаштыруу шарттарынын санынын теңдеменин тартибинен көз карандылыгын аныктоо;

3. Жалгаштыруу маселелеринин бир маанилүү чечилишинин жетиштүү шарттарын табуу;

4. Жекече туундулуу төртүнчү тартиптеги теңдемелер үчүн чек аралык маселелердин корректтүү коюлушу үчүн аймактардын конфигурациясын аныктоо.

Изилдөөнүн илимий жаңылыктары:

1. Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин корректүүлүк шарттары аныкталды;

2. Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин чечимдерин айкын түрдө аныктоочу формулалар алынды;

3. Жалгаштыруу сызыгы $y = 0$ болгон төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин чечимдеринин жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү теоремалар далилденди;

4. Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелерин чечүүнүн алгоритми иштелип чыгылды.

Алынган натыйжалардын практикалык мааниси. Алынган жыйынтыктар бир тектүү эмес, бөлүкчө бир тектүү чөйрөлөрдө жана жыйылган факторлордо өтүүчү кубулуштарды жана процесстерди моделдөөдө колдонулушу мүмкүн, ошондой эле төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелердин теориясынын өнүгүшүнө белгилүү салым кошот.

Алынган натыйжалардын экономикалык мааниси. Чек аралык маселелерди чечүүнүн иштелип чыккан математикалык ыкмалары төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелерин аналитикалык түрдө чечүүгө мүмкүндүк берет жана сандык эсептөөлөрдү алууда колдонулат, натыйжада математикалык модели бул теңдемелер аркылуу аныкталган процесстерди изилдөөдө чыгымдар азаят.

Диссертациянын коргоого алып чыгылуучу негизги жоболору:

1. Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн коюлган жалгаштыруу маселелеринин корректүүлүк шарттары аныкталган;

2. Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин бир маанилүү чечилиши изилденген;

3. Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин корректүү коюлушуна аймактын конфигурациясынын жана жалгаштыруу шарттарынын таасиринин аныкталышы;

4. Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин чечимдерин айкын түрдөгү көрүнүшүнүн алынышы.

Изилдөө натыйжаларын апробациялоо. Жумуштун жыйынтыктары жана алынган натыйжалар дайыма талкууланып турду:

1. “Жекече туундулуу теңдемелер” аттуу семинарда (2014-2022 жж, ОшМУ), жетекчиси – ф.-м.и.д., профессор А. Сопуев;

2. “Математиканын актуалдуу проблемалары жана алардын колдонулуштары” аттуу регионалдык илимий семинарда (2014-2021 жж, Ош ш.), жетекчиси – КР нын илимине эмгек сиңирген ишмер, КР УИА нын мүчө-корреспонденти, ф.-м.и.д., профессор К. Алымкулов;

3. Дифференциалдык теңдемелер боюнча семинарда (2018-2021 жж., ЖАМУ, Жалал-Абад ш.), жетекчиси – ф.-м.и.д., профессор К.С. Алыбаев;

4. "Дифференциалдык теңдемелердин классикалык жана классикалык эмес маселелери" семинарында, жетекчи – ф.-м.и.д., профессор Ю.П. Апаков (Наманган ш., Наманган инженер-курулуш институту, 3-4-декабрь, 2021-ж.);

5. "Математикалык физиканын классикалык эмес теңдемелери жана алардын колдонулушу" эл аралык илимий конференциясында (Ташкент ш., Мирзо Улукбек атындагы өзбек улуттук университети, 24-26-октябрь, 2019-ж.);

6. "Дифференциалдык теңдемелердин жана математиканын чектеш тармактарынын заманбап көйгөйлөрү" аттуу эл аралык илимий конференциясында (Фергана ш., Фергана мамлекеттик университети, 12-13-март 2020-ж.);

7. Академик А.А. Борубаевдин 70 жылдыгына арналган «Азыркы математиканын маселелери» эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., КР УИАнын Математика институту, 5-19-июнь, 2021-ж.);

8. Профессор Акылбек Керимбекович Керимбековдун 75 жылдыгына жана илимий-педагогикалык ишмердүүлүгүнүн 50 жылдыгына карата "Оптималдуу башкаруу теориясынын, динамикалык системалардын жана оператордук теңдемелердин актуалдуу көйгөйлөрү" аттуу эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., КРСУ, 23-25-июнь, 2022-ж.);

9. “Математиканын актуалдуу проблемалары жана алардын колдонуштары” аталыштагы К. Алымкулов атындагы регионалдык семинарында (Ош ш., 2022-жыл).

Изденүүчүнүн жеке салымы. Биргеликте жасалган [5] макалада маселенин коюлушу илимий жетекчиге, ал эми чечимдин жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү теоремаларды далилдөө, келтирилген мисалдар жана алынган негизги жыйынтыктар авторго таандык.

Диссертациянын жыйынтыгын басылмаларга чагылдыруу толуктугу. Диссертациялык жумуштун негизги мазмуну толугу менен 9 илимий макалада жарык көргөн жана 4 эл аралык конференцияларда талкууланып, конференциялардын тезистеринде жарыланган. Топтолгон баллдардын жалпы саны – 170.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Диссертация киришүүдөн, 13 бөлүмдөн турган беш главадан, 93 пайдаланылган адабияттардын тизмесинен жана корутундудан турат. Бөлүмдөрдү номерлөө эки цифрадан турат: биринчиси главанын номерин, ал эми экинчиси - бөлүмдүн номерин көрсөтөт. Теоремаларды, формулаларды, маселелерди номерлөө үч цифрадан турат: биринчи цифра главанын, экинчи цифра бөлүмдүн, үчүнчү цифра бөлүмдөгү катар номерди көрсөтөт. Тексттин көлөмү 118 бет.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

КИРИШҮҮдө теманын актуалдуулугунун негизделиши, жумуштун жалпы мүнөздөмөсү, изилдөөнүн максаты жана милдеттери, илимий жаңылыгы, практикалык мааниси, коргоого чыгарылган негизги баяндамалар берилген.

Биринчи бап “АДАБИЯТТАРГА ЖАНА ДИССЕРТАЦИЯНЫН НАТЫЙЖАЛАРЫНА СЕРЕП**”** эки бөлүмдөн турат.

"АДАБИЯТТАРГА СЕРЕП" **1.1-бөлүмүндө** диссертациянын темасы боюнча адабияттарга сереп берилет. Бул бөлүмдө сунуш кылынган диссертациялык иштин темасына эң жакын башка авторлордун эмгектеринин илимий жыйынтыктарына талдоо жүргүзүлгөн.

"ДИССЕРТАЦИЯНЫН ЖЫЙЫНТЫКТАРЫНА СЕРЕП САЛУУ" деген **1.2-бөлүмдө** диссертациянын илимий жыйынтыктарына кеңири сереп берилген. Маселелердин коюлушу баяндалган жана теоремалар далилсиз берилген.

Биринчи баптын корутундусунда жүргүзүлгөн талдоолордун негизинде диссертациядагы изилдөөр актуалдуу, учурдагы талапка жооп берет жана белгилүү бир теориялык жана практикалык кызыкчылыкка ээ экендиги белгиленген.

Экинчи бап “ИЗИЛДӨӨНҮН МЕТОДОЛОГИЯСЫ ЖАНА МЕТОДДОРУ” эки бөлүмдөн турат.

2.1-бөлүмдө "ИЗИЛДӨӨНҮН ОБЪЕКТИЛЕРИ ЖАНА ПРЕДМЕТТЕРИ" изилдөө объектилери жана предметтери келтирилген.

Изилдөө объектиси. Диссертациялык иштин изилдөө объектиси болуп тегиздиктеги төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелердин коюлушун жана алардын корректүүлүгүн тегиздикте изилдөө болуп саналат.

Изилдөө предмети –теңдеменин коэффициенттери туруктуу, теңдеменин коэффициенттери өзгөрүлмөлүү жана изилдөө аймагы мүнөздөөчү сызыкты кармаган шарттарда жалгаштыруу маселелеринин чечимдерин табуу:

- 4-тартиптеги моделдик аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселесинин бир маанилүү чечилишин далилдөө;

- кичине мүчөсү бар өзгөрмө коэффициенттүү болгон 4-тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин чечимдеринин жашашын жана жалгыздыгын далилдөө;
- өзгөрүлмөлүү коэффициенттүү 4-тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин чечимин табуу.

2.2-бөлүмдө "ИЗИЛДӨӨ ЫКМАЛАРЫ" диссертацияда колдонулган теңдемелердин тартибин төмөндөтүү ыкмасы, Риман методу, Гриндин функциясы методу, удаалаш жакындаштыруу методу, Вольтерранын жана Фредгольмдун интегралдык теңдемелер методдору баяндалган.

Үчүнчү бапта "x БОЮНЧА ЭКИНЧИ ТАРТИПТЕГИ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ОПЕРАТОРДУ КАМТЫГАН АРАЛАШ ПАРАБОЛА-ГИПЕРБОЛИКАЛЫК ТӨРТҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ ТЕҢДЕМЕ ҮЧҮН ЧЕК АРАЛЫК МАСЕЛЕЛЕР" төртүнчү тартиптеги теңдеме үчүн чек аралык маселелердин чечимдеринин жашашы жана жалгыздыгы x боюнча экинчи тартиптеги кадимки дифференциалдык операторго парабола-гиперболикалык оператор колдонулган учуру изилденген.

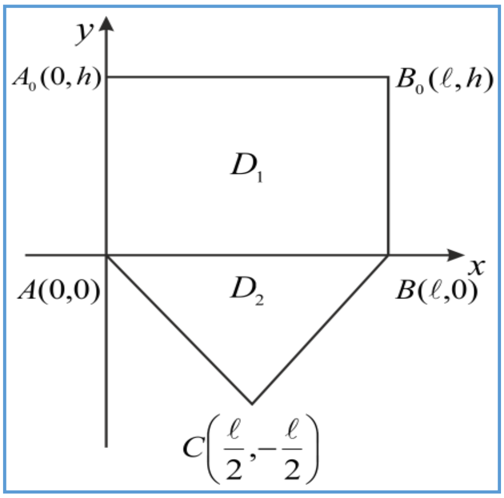
3.1-бөлүмдө $B_0A_0: y=h$ $AC: x+y=0, CB: x-y=\ell$ $(\ell>0)$, $BB_0: x=\ell$, $(h>0)$, $A_0A: x=0$ сызык сегменттери менен чектелген D аймагында

$$L_1 L_2 u = 0, \tag{3}$$

теңдеме каралат,

мында $L_1 \equiv \begin{cases} \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial}{\partial y}, y>0, \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}, y<0, \end{cases}$, $L_2 \equiv \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}$

(1-сүрөт).



1-сүрөт. D областынын сүрөтү

$D_1 = D \cap (y>0)$, $D_2 = D \cap (y<0)$ болсун. C^{n+m} – бардык $\dfrac{\partial^{r+s}}{\partial x^r \partial y^s}(r=0,1,...,n;\ s=0,1,...,m)$ туундулары үзгүлтүксүз болгон функциялардын классын билдирет.

(3) теңдеме D_1 областында төрт эселүү чыныгы $y=const$ характеристикага, ал эми D_2 областында эки эселенген $y=const$ характеристикасына жана $x+y=const$, $x-y=const$ характеристикаларына ээ болот.

3.1.1-маселе. $D\setminus(y=0)$ областында төмөнкү шарттарды канааттандырган (1) теңдеменин чечимин табуу талап кылынат:

$$u, u_x, u_{xx} \in C\left(\overline{D}\right) \cap C_1(D) \cap \left[C^{2+1}(D_1) \cup C^{2+2}(D_2)\right];$$

$$\begin{cases} u\big|_{x=0}=\varphi_1(y),\ u_x\big|_{x=0}=\varphi_2(y),\ 0\le y\le h,\ u_{xx}\big|_{x=0}=\varphi_3(y), \\ u_{xx}\big|_{x=\ell}=\varphi_4(y),\ 0\le y\le h,\ u\big|_{x=-y}=\psi_1(y),\ -\dfrac{\ell}{2}\le y\le 0, \\ u_x\big|_{x=-y}=\psi_2(y),\ u_{xx}\big|_{x=-y}=\psi_3(y),\ -\dfrac{\ell}{2}\le y\le 0, \end{cases} \tag{4}$$

мында $\varphi_i(y)(i=\overline{1,4}),\psi_i(y)(j=\overline{1,3})-$ жылмакай функциялар, ал эми

$$\begin{cases} \varphi_1(y),\ \varphi_2(y)\in C^2\left[0,h\right],\ \varphi_3(y),\ \varphi_4(y)\in C\left[0,h\right], \\ \psi_i(y)\in C^2\left[-\dfrac{\ell}{2},0\right]\left(i=1,2\right),\ \psi_3(y)\in C^4\left[-\dfrac{\ell}{2},0\right]; \end{cases} \tag{5}$$

$$\varphi_1(0)=\psi_1(0),\ \varphi_2(0)=\psi_2(0),\varphi_3(0)=\psi_3(0). \tag{6}$$

$L_2L_1u=0$ теңдемеси үчүн чек аралык маселелер Джураев Т.Д. (1986), Сопуев А. (1986), Мамажанов М. (1986), Асылбеков Т.Д. (2003), Саадалов Т.Ы. (2016) жана башка авторлордун эмгектеринде изилдеген.

Төмөнкү

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\upsilon\left(x,y\right) \tag{7}$$

белгилөөнү киргизүү менен 3.1.1-маселени $L_1\upsilon=0$ теңдемени үчүн чек аралык шарттары

$$\upsilon\big|_{x=0}=\varphi_3(y),\ \upsilon\big|_{x=\ell}=\varphi_4(y),\ 0\le y\le h,\ \upsilon\big|_{x=-y}=\psi_3(y),-\frac{\ell}{2}\le y\le 0 \tag{8}$$

болгон Трикоминин маселесине алып келебиз. Бул маселенин чечими төмөнкүдөй түрдө табылат:

$$\upsilon(x,y)=\int_0^y G_\xi\left(x,y;0,\eta\right)\varphi_3(\eta)d\eta-\int_0^y G_\xi\left(x,y;\ell,\eta\right)\varphi_4(\eta)d\eta+\int_0^\ell G\left(x,y;\xi,0\right)\tau''(\xi)d\xi,\ y>0,$$

$$\upsilon(x,y)=\tau''\left(x+y\right)-\psi_3\left(-\frac{x+y}{2}\right)+\psi_3\left(\frac{y-x}{2}\right),\ y<0,$$

мында $G\left(x,y;\xi,\eta\right)$ – жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемеси үчүн биринчи чек аралык маселенин Грин функциясы.

3.1.1-маселени чечүү үчүн x боюнча $-y$ тен x ке чейин эки жолу интегралдап жана (7), (8) шарттарды эске алуу менен төмөнкү жыйынтыктарды алабыз:

$$u\left(x,y\right)=\varphi_1\left(y\right)+x\varphi_2\left(y\right)+\int_0^x\left(x-\xi\right)\upsilon\left(\xi,y\right)d\xi,\ (x,y)\in D_1, \tag{9}$$

$$\begin{aligned} u(x,y)=\tau\left(x+y\right)+\left(x+y\right)\left[\psi_2\left(y\right)-\psi_2\left(0\right)\right]+\psi_1\left(y\right)-\psi_1\left(0\right)+ \\ +\int_{-y}^x\left(x-\xi\right)\left[\psi_3\left(\frac{y-\xi}{2}\right)-\psi_3\left(-\frac{y+\xi}{2}\right)\right]d\xi,\ (x,y)\in D_2. \end{aligned} \tag{10}$$

3.1-теорема. Эгерде (5), (6) шарттар аткарылса, анда 3.1.1-маселесинин чечими жашайт, жалгыз жана (9), (10) формулалары менен аныкталат.

3.2-бөлүмүндө 3.1 бөлүмүндө көрсөтүлгөн D областында

$$L_1 L_2 u = 0, \tag{11}$$

$$L_1 \equiv \begin{cases} \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial}{\partial y} + c_1(x,y), y > 0, \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + a_2(x,y)\dfrac{\partial}{\partial x} + b_2(x,y)\dfrac{\partial}{\partial y} + c_2(x,y), y < 0, \end{cases}, \; L_2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2}.$$

теңдеме каралат, мында $a_2(x,y), b_2(x,y), c_i(x,y)(i=1,2)$ жылмакай функциялар.

3.2.1-маселе. $D \setminus (y=0)$ областында (11) теңдемени жана

$$\begin{gathered} u\big|_{x=0} = \varphi_1(y),\; u_x\big|_{x=0} = \varphi_2(y),\; u_{xx}\big|_{x=0} = \varphi_3(y),\; u_{xx}\big|_{x=\ell} = \varphi_4(y),\; 0 \le y \le h, \\ u\big|_{x=-y} = \psi_1(y),\; u_x\big|_{x=-y} = \psi_2(y),\; u_{xx}\big|_{x=-y} = \psi_3(y),\; -\frac{\ell}{2} \le y \le 0 \end{gathered} \tag{12}$$

шарттарын канааттандырган $u, u_x, u_{xx} \in C(\overline{D}) \cap C^1(D) \cap \left[C^{2+1}(D_1) \cup C^{2+2}(D_2)\right]$ классындагы $u(x,y)$ функциясын табуу талап кылынат, мында

$$\begin{gathered} a_2(x,y),\, a'_{2x}(x,y),\, b_2(x,y),\, b'_{2y}(x,y),\, c_2(x,y) \in C(D_2) \\ c_1(x,y) \in C(D_1),\; \forall (x,y) \in \overline{D}_1 : \left|c_1(x,y)\right| \le 0; \end{gathered} \tag{13}$$

$$\begin{gathered} \varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C^2[0,h],\; \varphi_3(y), \varphi_4(y) \in C[0,h], \\ \psi_i(y) \in C^2\left[-\frac{\ell}{2}, 0\right](i=1,2),\; \psi_3(y) \in C^4\left[-\frac{\ell}{2}, 0\right]; \end{gathered} \tag{14}$$

$$\varphi_1(0) = \psi_1(0),\; \varphi_2(0) = \psi_2(0),\; \varphi_3(0) = \psi_3(0). \tag{15}$$

Маселени чечүү үчүн $u(x,+0) = u(x,-0) = \tau(x), u_y(x,+0) == u_y(x,-0) = = \nu(x), 0 \le x \le \ell$ жалгаштыруу шарттарын алалы, мында $\tau(x), \nu(x)$ – белгисиз функциялар. Жаңы $\upsilon_i(x,y)$ $(i=1,2)$ функцияларын киргизебиз:

$$\begin{cases} u_{xx} = \upsilon_1(x,y),\; (x,y) \in D_1. \\ u_{xx} = \upsilon_2(x,y),\; (x,y) \in D_2. \end{cases} \tag{16}$$

Анда 3.2.1-маселенин чечимин табуу

$$0 = \begin{cases} \upsilon_{1xx} - \upsilon_{1y} + a_1(x,y)\upsilon_{1x} + c_2(x,y)\upsilon_1 = 0, (x,y) \in D_1, \\ \upsilon_{2xx} - \upsilon_{2yy} + a_2(x,y)\upsilon_{2x} + b_2(x,y)\upsilon_{2y} + c_2(x,y)\upsilon_2 = 0, (x,y) \in D_2, \end{cases} \tag{17}$$

теңдемесин,

$$\upsilon_1\big|_{x=0} = \varphi_3(y),\; \upsilon_1\big|_{x=\ell} = \varphi_4(y),\; 0 \le y \le h,\; \upsilon_2\big|_{x=-y} = \psi_3(y),\; -\frac{\ell}{2} \le y \le 0 \tag{18}$$

чек аралык шарттарын жана

$$\upsilon_1(x,+0)=\upsilon_2(x,+0)=\tau_1(x),\ \upsilon_{1y}(x,+0)=\upsilon_{2y}(x,+0)=\nu_1(x),\ 0\le x\le\ell \quad (19)$$

жалгаштыруу шарттарын канааттандыруучу $\upsilon_i(x,y)\ (i=1,2)$ функцияларын табууга алып келтирилет, мында $\tau_1(x)=\tau''(x), \nu_1(x)=\nu''(x)$.

(17)-(19) маселеленин чечими интегралдык теңдемелер методу менен $\nu_1(x)$ функциясын табуу үчүн 2-түрдөгү Фредгольмдун интегралдык

$$\nu_1(x)=\int_0^{\ell} N(x,t)\nu_1(t)dt+g(x) \quad (20)$$

теңдемесин чечүүгө келтирилет, мында $N(x,t)$ жана $g(x)$ 3.2.1-маселесинин берилгендери аркылуу туюнтулуучу белгилүү функциялар. Эгерде $\|N\|=\max\limits_{\substack{0\le x\le\ell\\0\le t\le\ell}}|N(x,t)|$ жана

$$\|N\|\ell<1 \quad (21)$$

шарты аткарылса, анда (20) теңдеме жалгыз чечимге ээ болоору далилденет.

$\nu_1(x)$ функциясы табылгандан кийин, $\tau(x), \nu(x)$ функцияларын аныктайбыз жана жыйынтыгында 3.1.1-маселесинин чечими табылат.

3.2.1-теорема. Эгерде (13), (14), (15), (21) шарттары аткарылса, анда 3.2.1-маселесинин чечими жашайт жана жалгыз болот.

3.3-бөлүмүндө $D_1=\{(x,y):0<x<\ell,\ 0<y<h\}$ областында төмөнкү теңдемени карайлы:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+c(x,y)\right)u=0, \quad (22)$$

мында $c(x,y)$ – берилген функция.

3.3.1-маселе. D_1 областындагы (22) теңдемени жана

$$\begin{aligned}&u(0,y)=\tau(y),\ u(\ell,y)=\varphi_1(y),\ 0\le y\le h,\ u(x,0)=\psi(x),\ 0\le x\le\ell,\\&u_{xx}(0,y)=\mu(y),\ u_{xx}(\ell,y)=\varphi_2(y),\ 0\le y\le h;\end{aligned} \quad (23)$$

шарттарын канааттандырган $C^{2+0}\left(\overline{D_1}\right)\cap C^{2+1}\left(D_1\right)\cap C^{4+0}\left(D_1\right)$ классына таандык болгон $u(x,y)$ функциясын табуу талап кылынат.

Эгерде

$$\tau(y),\ \mu(y),\ \varphi_1(y),\ \varphi_2(y)\in C[0,h],\ c(x,y)\in C(D_1),\ \psi(x)\in C^2[0,\ell]; \quad (24)$$

$$\tau(0)=\psi(0),\ \varphi_1(0)=\psi(\ell),\ \mu(0)=\psi''(0),\ \varphi_2(0)=\psi''(\ell). \quad (25)$$

$$\forall(x,y)\in\overline{D_1}: c(x,y)\le 0 \quad (26)$$

шарты аткарылса, анда (22)-(23) маселесинин чечими Гриндин функциясын колдонуу жана теңдеменин тартибин төмөндөтүү методун колдонуу аркылуу табылат.

3.3.1-теорема. Эгерде (24), (25) жана (26) шарттары аткарылса, анда 3.3.1-маселесинин чечими D_1 областында жашайт жана жалгыз болот.

3.3.1-мисал. Эгерде $c(x,y) = -\lambda^2\left(y+1\right)^2$, $\lambda \neq 0$ болсо, анда 3.3.1-маселенин чечими табылсын.

Маселени чыгарууда (26) шарттын орун алаарын аныктайбыз. Гриндин функциясын төмөнкүдөй көрүнүштө тургузабыз:

$$G_2\left(x,\xi,y\right) = \begin{cases} \dfrac{sh\left[\lambda\left(y+1\right)x\right] sh\left[\lambda\left(y+1\right)\left(\xi-\ell\right)\right]}{\lambda\left(y+1\right) sh\left[\lambda\left(y+1\right)\ell\right]}, 0 \le x \le \xi, \\ \dfrac{sh\left[\lambda\left(y+1\right)\xi\right] sh\left[\lambda\left(y+1\right)\left(x-\ell\right)\right]}{\lambda\left(y+1\right) sh\left[\lambda\left(y+1\right)\ell\right]}, \xi \le x \le \ell. \end{cases}$$

Натыйжада 3.3.1-мисалдагы маселенин чечими төмөнкүдөй аныкталат:

$$u(x,y) = u_0(x,y) + \int_0^\ell G_2(x,\xi,y) f(\xi,y)\, d\xi,$$

мында $$u_0(x,y) = \frac{\ell - x}{\ell}\tau(y) + \frac{x}{\ell}\varphi_1(y),\ f(x,y) = \upsilon(x,y) - \lambda^2\left(y+1\right)^2 u_0(x,y),$$

$$\upsilon(x,y) = \int_0^y G_\xi\left(x,y;0,\eta\right)\chi_1\left(\eta\right)d\eta - \int_0^y G_\xi\left(x,y;\ell,\eta\right)\chi_2\left(\eta\right)d\eta +$$

$$+\int_0^\ell G_\xi\left(x,y;\xi,0\right)\psi_1\left(\xi\right)d\xi,\ \psi_1(x) = \psi''(x) - \lambda^2\psi(x),$$

$$\chi_1(y) = \mu(y) - \lambda^2\left(y+1\right)^2\tau(y),\ \chi_2(y) = \varphi_2(y) - \lambda^2\left(y+1\right)^2\varphi_1(y).$$

Төртүнчү бапта "y БОЮНЧА ЭКИНЧИ ТАРТИПТЕГИ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ОПЕРАТОРДУ КАМТЫГАН ТӨРТҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ АРАЛАШ ПАРАБОЛА-ГИПЕРБОЛИКАЛЫК ТЕҢДЕМЕ ҮЧҮН ЧЕК АРАЛЫК МАСЕЛЕЛЕР" парабола-гиперболикалык оператор y боюнча экинчи тартиптеги кадимки дифференциалдык операторго колдонулган учурдагы төртүнчү тартиптеги теңдеме үчүн коюлган чек аралык маселенин чечиминин жашашы жана жалгыздыгы изилденген.

4.1-бөлүмүндө 3.1-бөлүмүндө көрсөтүлгөн D областында

$$0 = \begin{cases} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial}{\partial y}\right)\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}, (x,y) \in D_1, \\ \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}, (x,y) \in D_2, \end{cases} \tag{27}$$

теңдемеси үчүн төмөнкү маселени изилденген.

4.1.1-маселе. D областында (27) теңдемени,

$$\begin{cases} u(0,y)=\varphi_1(y),\ u(\ell,y)=\varphi_2(y), 0\le y\le h, u|_{AC}=\psi_1(x), 0\le x\le \frac{\ell}{2}, \\ u|_{BC}=\psi_2(x), \frac{\ell}{2}\le x\le \ell,\ \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{AC}=\psi_3(x), 0\le x\le \frac{\ell}{2}, \\ \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{BC}=\psi_4(x), \frac{\ell}{2}\le x\le \ell,\ \frac{\partial^2 u}{\partial n^2}\Big|_{AC}=\psi_5(x),\ 0\le x\le \frac{\ell}{2}, \end{cases} \tag{28}$$

шарттарын,

$$\begin{cases} u(x,-0)=u(x,+0),\ u_y(x,-0)=u_y(x,+0),\ 0\le x\le \ell, \\ u_{yy}(x,-0)=u_{yy}(x,+0),\ u_{yyy}(x,-0)=u_{yyy}(x,+0),\ 0\le x\le \ell, \end{cases} \tag{29}$$

жалгаштыруу шарттарын

$$\begin{cases} \varphi_i(y)\in C^2[0,h]\ (i=1,2),\ \psi_j(x)\in C^3\left[0,\frac{\ell}{2}\right]\ (j=1,3), \\ \psi_5(x)\in C^2\left[0,\frac{\ell}{2}\right], \psi_k(x)\in C^3\left[\frac{\ell}{2},0\right], k=2,3 \\ \varphi_1(0)=\psi_1(0), \varphi_2(0)=\psi_2(\ell), \psi_1\left(\frac{\ell}{2}\right)=\psi_2\left(\frac{\ell}{2}\right), \psi_3\left(\frac{\ell}{2}\right)=\psi_4\left(\frac{\ell}{2}\right) \end{cases} \tag{30}$$

шарттарды канааттандыруучу $u(x,y)\in C(\overline{D})$ функциясын тапкыла, мында $\varphi_i(x)(i=1,2), \psi_j(x)(j=\overline{1,5})$ – жылмакай функциялар, n – ички нормаль.

Тартибин төмөндөтүү методун, жалпы чечимдер жана Гриндин функциясын колдонуу менен төмөнкү теорема далилденген.

4.1.1-теорема. Эгерде (30) шарт аткарылса, анда, 4.1.1-маселесинин чечими жашайт жана жалгыз болот.

4.2-бөлүмүндө 3.1-бөлүмүндө аныкталган D областында

$$0=\begin{cases} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial}{\partial y}+c_1\right)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, (x,y)\in D_1, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial y^2}+c_2\right)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, (x,y)\in D_2, \end{cases} \tag{31}$$

теңдемени карайбыз, мында $c_1, c_2 = const$.

4.2.1-маселе. D областында (31) теңдемени, (28) шарттарды,

$$\begin{gathered} \varphi_i(y)\in C^2[0,h](i=1,2),\ \psi_j(x)\in C^3\left[0,\frac{\ell}{2}\right](j=1,3), \\ \psi_5(x)\in C^2\left[0,\frac{\ell}{2}\right],\ \psi_k(x)\in C^3\left[\frac{\ell}{2},0\right](k=2,4), \\ \varphi_1(0)=\psi_1(0),\ \varphi_2(0)=\psi_2(\ell), \end{gathered} \tag{32}$$

жылмакайлуулук жана жалгаштыруу шарттарын канааттандырган

$C(\overline{D})\cap C^3(\overline{D})\cap[C^{2+2}(D_1)\cup C^{2+4}(D_2)]$ классына таандык болгон $u(x,y)$ функциясын табуу талап кылынат.

4.2.1-маселесинин коюлушунан (29) көрүнүшүндөгү жалгаштыруу шарттары келип чыгат. Төмөнкү белгилөөлөрдү киргизели:

$$u(x,0)=\tau(x),\ u_y(x,0)=\nu(x),\ u_{yy}(x,0)=\mu(x),$$
$$u_{yyy}(x,0)=\theta(x),\ 0\le x\le \ell, \tag{33}$$

мында $\tau(x),\nu(x),\mu(x),\theta(x)$ – белгисиз функциялар.

4.2.1-маселесинин чечимин табуу Римандын функциясы жана теңдеменин тартибин төмөндөтүү методдору менен $\theta(x)$ функциясына карата 2-түрдөгү Фредгольмдун интегралдык теңдемесинин чечимин табууга эквиваленттүү түрдө алып келинет:

$$\theta(x)=\Phi(x)+\int_0^{\ell}K(x,\xi)\theta(\xi)d\xi, \tag{34}$$

мында $K(x,\xi),\ \Phi(x)$ функциялары 4.2.1-маселесиндеги берилген функциялар аркылуу туюнтулат.

$\|K\|_{C(\bar{Q})}=\max\limits_{(x,\xi)\in\bar{Q}}|K(x,\xi)|,\ Q=\{(x,\xi):0\le x\le\ell,0\le\xi\le\ell\}$ болсун. Эгерде

$$\ell\|K\|_{C(\bar{Q})}<1 \tag{35}$$

шарты аткарылса, анда (34) теңдеме жалгыз чечимге ээ болот. $\theta(x)$ функциясы аныкталгандан кийин, $\tau(x),\nu(x),\mu(x)$ функцияларын таап алабыз жана 4.2.1-маселесинин чечимин тургузабыз.

4.2.1-теорема. Эгерде (32) жана (35) шарттар аткарылса, анда 4.2.1-маселесинин чечими жашайт жана жалгыз болот.

4.3-бөлүмүндө 3.1-бөлүмүндө аныкталган D областында

$$L_1L_2u=0, \tag{36}$$

теңдемени карайбыз, мында

$$L_1=\begin{cases}\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}-\dfrac{\partial}{\partial y}+a_1(x,y)\dfrac{\partial}{\partial x}+c_1(x,y),\ y>0,\\[2mm] \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}+a_2(x,y)\dfrac{\partial}{\partial x}+b_2(x,y)\dfrac{\partial}{\partial y}+c_2(x,y),\ y<0,\end{cases}\qquad L_2\equiv\frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

$a_i(x,y),\ c_i(x,y)(i=1,2),\ b_2(x,y)$ – берилген жылмакай функциялар.

4.3.1-маселе. Төмөнкү касиеттерге ээ болгон $u(x,y)$ функциясын аныктоо талап кылынсын:

1) $u(x,y)$ функциясы $D\setminus(y=0)$ областында (4.3.1) теңдеменин чечими;

2) $u(x,y)\in C^1(\overline{D}),u_{yy}(x,y)\in C(\overline{D})\cap C^1(D)\cap\left[C^{2+1}(D_1)\cup C^2(D_2)\right]$;

3) $u(x,y)$ функциясы төмөнкү чек аралык шарттарды канааттандырат:

$$u|_{AA_0}=\varphi_1(y),\ u|_{BB_0}=\varphi_2(y),\ 0\le y\le h,\ u|_{AC}=\psi_1(x),0\le x\le\frac{\ell}{2},\ u|_{BC}=\psi_2(x),\frac{\ell}{2}\le x\le\ell,$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{AC}=\psi_3(x),0\le x\le\frac{\ell}{2},\ \left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{BC}=\psi_4(x),\frac{\ell}{2}\le x\le\ell,\ \left.\frac{\partial^2 u}{\partial n^2}\right|_{BC}=\psi_5(x),\ \frac{\ell}{2}\le x\le\ell,$$

мында $\varphi_i(y)\ (i=1,2), \psi_j(x)\ (j=\overline{1,5})$ – берилген жылмакай функциялар, n – ички нормаль жана

$$\forall(x,y)\in\bar{D}_1:\ c_1(x,y)-\frac{1}{2}a_{1x}(x,y)\le 0,$$

$$\varphi_i(y)\in C^1[0,h]\ (i=1,2),\ \psi_j(x)\in C^3\left[0,\frac{\ell}{2}\right]\ (j=1,3),$$

$$\psi_k(x)\in C^3\left[\frac{\ell}{2},\ell\right]\ (k=2,4),\ \psi_5(x)\in C^2\left[\frac{\ell}{2},\ell\right], \tag{37}$$

$$\varphi_1(0)=\psi_1(0),\ \varphi_2(0)=\psi_2(\ell),\ \psi_1\left(\frac{\ell}{2}\right)=\psi_2\left(\frac{\ell}{2}\right),$$

$$-\psi_1'\left(\frac{\ell}{2}\right)+\sqrt{2}\psi_3\left(\frac{\ell}{2}\right)=\psi_2'\left(\frac{\ell}{2}\right)+\sqrt{2}\psi_4\left(\frac{\ell}{2}\right).$$

шарттар орун алат.

4.3.1-маселесин чечүү 4.2.1-маселесиндеги колдонулган интегралдык теңдемелер методунун жардамында $\theta(x)$ функциясына карата 2-түрдөгү Фредгольмдун интегралдык теңдемесинин чечимин табууга эквиваленттүү түргө келтирилет жана анын ядросуна

$$\ell\cdot\max_{0\le x,t\le\ell}|K(x,t)|<1 \tag{38}$$

шартынын аткарылышы талап кылынат.

4.3.1-теорема. Эгерде (37) жана (38) шарттар аткарылса, анда 4.3.1-маселесинин чечими жашайт жана жалгыз болот.

Бешинчи бапта «ТӨРТҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ КЫЛДЫН ТЕРМЕЛҮҮ ОПЕРАТОРУН КАРМАГАН АРАЛАШ ПАРАБОЛА-ГИПЕРБОЛИКАЛЫК ТЕҢДЕМЕ ҮЧҮН ЧЕК АРАЛЫК МАСЕЛЕ» төртүнчү тартиптеги теңдеме үчүн чек аралык маселелердин чечиминин жашашы жана жалгыздыгы изилденген, мында парабола-гиперболикалык оператор $\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ дифференциалдык операторуна колдонулат .

5.1-бөлүмүндө D областында

$$L_1L_2u=0$$

теңдеме үчүн 5.1.1-маселе каралган, мында

$$L_1\equiv\begin{cases}\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial}{\partial y}+c_1,\ y>0,\\ \frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial y^2}+c_2,\ y<0,\end{cases}\qquad L_2\equiv\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial y^2},\ c_i\equiv const\ (i=1,2).$$

5.1.1-маселе. Төмөнкү касиеттерге ээ болгон $u(x,y)$ функциясын табуу талап кылынсын:

1) $u(x,y)$ функциясы $D\setminus(y=0)$ областында (5.1.1) теңдеменин чечими;

2) $u(x,y)$ функциясы жана анын биринчи тартиптеги туундулары $\bar{D}$ жабык областында үзгүлтүксүз;

3) $\Box u = u_{xx} - u_{yy}$ функциясы $\bar{D}$ областында үзгүлтүксүз;

4) $\dfrac{\partial \Box u}{\partial x}$ жана $\dfrac{\partial \Box u}{\partial y}$ функциялары $\bar{D}$ областында үзгүлтүксүз;

5) $u(x,y)$ функциясы төмөнкү чек аралык шарттарын канааттандырат:

$$u|_{AA_0} = \varphi_1(y),\ u|_{BB_0} = \varphi_2(y),\ 0 \le y \le h,,$$
$$u_{xx}|_{AA_0} = \varphi_3(y),\ u_{xx}|_{BB_0} = \varphi_4(y),\ 0 \le y \le h,$$
$$u|_{AC} = \psi_1(x), 0 \le x \le \frac{\ell}{2}, \quad u|_{BC} = \psi_2(x), \frac{\ell}{2} \le x \le \ell,$$
$$\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{BC} = \psi_3(x), \frac{\ell}{2} \le x \le \ell,$$

мында $\varphi_i(y)\ (i=\overline{1,4}, \psi_j(j=\overline{1,3})$ – берилген жылмакай функциялар, n – ички нормаль.

5.2-бөлүмүндө D областында

$$L_1 L_2 u = 0 \tag{39}$$

теңдеме үчүн чек аралык маселелер каралган, мында

$$L_1 \equiv \begin{cases} \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial}{\partial y} + c_1(x,y),\ y>0, \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + a_2(x,y)\dfrac{\partial}{\partial x} + b_2(x,y)\dfrac{\partial}{\partial y} + c_2(x,y),\ y<0, \end{cases} \qquad L_2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

ал эми $a_2(x,y), b_2(x,y), c_i(x,y)\ (i=1,2)$ – берилген функциялары үчүн

$$\begin{aligned} &\forall (x,y) \in \bar{D}_1 : c_1(x,y) \le 0, c_1(x,y) \in C(\bar{D}_1); \\ &\forall (x,y) \in \bar{D}_2 : a_2(x,y), a_{2x}(x,y), b_2(x,y), b_{2y}(x,y), c_2(x,y) \in C(\bar{D}_2) \end{aligned} \tag{40}$$

шарттары орун алат.

5.2.1-маселе. $D\setminus(y=0)$ областында (39) теңдемени,

1) $u, u_x, u_y \in C(\bar{D}), \Box u, \dfrac{\partial \Box u}{\partial x}, \dfrac{\partial \Box u}{\partial y} \in C(\bar{D}),\ \ \Box u \equiv u_{xx} - u_{yy};$

2) $u|_{AA_0} = \varphi_1(y),\ u|_{BB_0} = \varphi_2(y),\ 0 \le y \le h,$

$$\begin{aligned} &u_{xx}|_{AA_0} = \varphi_3(y),\ u_{xx}|_{BB_0} = \varphi_4(y),\ 0 \le y \le h, u|_{AC} = \psi_1(x),\ 0 \le x \le \frac{\ell}{2}, \\ &u|_{BC} = \psi_2(x),\ \frac{\ell}{2} \le x \le \ell,\ \left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{BC} = \psi_3(x),\ \frac{\ell}{2} \le x \le \ell, \end{aligned} \tag{41}$$

шарттарын канаатандырган $u(x,y)$ функциясын табуу талап кылынат, мында n – ички нормаль, $\varphi_i(y)$ $(i=\overline{1,4}$, $\psi_j(x)$ $(j=\overline{1,3})$ – берилген функциялар жана төмөнкү шарттардын аткарылышы талап кылынат:

$$\begin{aligned}
&\varphi_i(y)\in C^2\left[0,h\right](i=1,2),\ \varphi_j(y)\in C\left[0,h\right]\ (j=3,4),\\
&\psi_1(x)\in C^2\left[0,\frac{\ell}{2}\right],\ \psi_2(x)\in C^2\left[\frac{\ell}{2},\ell\right],\ \psi_3(x)\in C^3\left[\frac{\ell}{2},\ell\right];\\
&\varphi_4(0)-\varphi_2''(0)=-\sqrt{2}\psi_3'(\ell),\\
&\varphi_1(0)=\psi_1(0),\ \varphi_2(0)=\psi_2(\ell),\ \psi_1\left(\frac{\ell}{2}\right)=\psi_2\left(\frac{\ell}{2}\right).
\end{aligned}\tag{42}$$

Белгилөөлөрдү киргизебиз: $\square u=\upsilon_i(x,y),(x,y)\in D_i\ (i=1,2),$ мында $\upsilon_i(x,y)$ – төмөнкү теңдеменин чечими

$$0=\begin{cases}\upsilon_{1xx}-\upsilon_{1y}+c_1(x,y)\upsilon_1,(x,y)\in D_1,\\ \upsilon_{2xx}-\upsilon_{2yy}+a_2(x,y)\upsilon_{2x}+b_2(x,y)\upsilon_{2y}+c_2(x,y)\upsilon_2,(x,y)\in D_2.\end{cases}\tag{43}$$

5.2.1-маселесинин коюлушунан төмөнкү жалгаштыруу шарттарынын орун алышы келип чыгат:

$$\upsilon_1(x,+0)=\upsilon_2(x,+0)=\mu(x),\ \upsilon_{1y}(x,+0)=\upsilon_{2y}(x,+0)=\theta(x),\ 0\le x\le\ell,$$

мында $\mu(x),\theta(x)$ – аныктала турган белгисиз функциялар.

(41) шартты колдонуу менен Коши маселесинин чечиминен төмөнкү барабардыкты алабыз

$$\mu(x)=\Phi(x)+\int_x^\ell T(x,\xi)\theta(\xi)d\xi,\tag{44}$$

мында $T(x,\xi)$, $\Phi(x)$ – белгилүү функциялар. Экинчи жактан D_1 областында төмөнкүдөй барабардыкт алабыз:

$$\mu(x)=g(x)+\int_x^\ell G_1(x,\xi)\theta(\xi)d\xi,\tag{45}$$

мында $G_1(x,\xi)$ – Гриндин функциясы, ал эми $g(x)$ – белгилүү функция. (44) жана (45) тен $\mu(x)$ функциясын жоюу менен, экинчи түрдөгү Фредгольмдун интегралдык теңдемесине келебиз

$$\theta(x)=g(x)+\int_0^\ell N(x,t)\theta(t)d\xi,\tag{46}$$

мында $N(x,t), g(x)$ – 5.2.1-маселесиндеги берилген функциялар аркылуу туюнтулат. Эгерде

$$\ell\cdot\|N\|<1\tag{47}$$

шарты орундалса, анда (44) теңдеме жалгыз чечимге ээ болот.

5.2.5-теорема. Эгерде (40), (42) жана (47) шарттар аткарылса, анда 5.2.1-маселесинин чечими жашайт жана жалгыз болот.

5.3-бөлүмүндө төртүнчү тартиптеги төмөнкү

$$L_1 L_2 u = 0 \tag{48}$$

$$L_1 \equiv \begin{cases} \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial}{\partial y} + a_1(x,y)\dfrac{\partial}{\partial x} + c_1(x,y), \ y > 0, \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + a_2(x,y)\dfrac{\partial}{\partial x} + b_2(x,y)\dfrac{\partial}{\partial y} + c_2(x,y), \ y < 0, \end{cases} \qquad L_2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

теңдемеси үчүн D аймагында 5.3.1-маселе каралган. Теңдеменин коэффициенттери $a_1(x,y), a_2(x,y), b_2(x,y), c_i(x,y)\,(i=1,2)$ – берилген функциялар жана

$$\begin{gathered} \forall(x,y)\in \bar{D}_1 : a_1(x,y), a_{1x}(x,y), a_{2y}(x,y), c_1(x,y)\in C(\bar{D}_1), c_1(x,y)\le 0, \\ \forall(x,y)\in \bar{D}_2 : a_2(x,y), a_{2x}(x,y), b_2(x,y), b_{2y}(x,y), c_2(x,y)\in C(\bar{D}_2) \end{gathered} \tag{49}$$

шарттарын канааттандырат.

5.3.1-маселеси, 4.3.1-маселесинен айырмаланып, үзгүлтүксүз жалгаштыруу шарттарынын ордуна төмөнкү шарттар каралат:

$$\mu_2(x) = \alpha(x)\mu_1(x) + \gamma(x), \theta_2(x) = \beta(x)\theta_1(x) + \delta(x), 0 \le x \le \ell,$$

мында $\alpha(x)$, $\beta(x)$, $\gamma(x)$, $\delta(x)$ – берилген функциялар жана $\mu_1(x) = \Box u(x,+0)$,

$$\mu_2(x) = \Box u(x,-0),\ \theta_1(x) = \frac{\partial \Box u(x,+0)}{\partial y}, \theta_2(x) = \frac{\partial \Box u(x,-0)}{\partial y},\ 0 \le x \le \ell.$$

5.3.1-маселесинин чечими

$$\forall(x,y)\in \bar{D}_1 : c_1(x,y) - \frac{1}{2}a_1(x,y) \le 0,$$

$$\varphi_i(y)\in C^2[0,h]\ (i=1,2),\ \varphi_j(y)\in C[0,h]\ (j=3,4),$$

$$\psi_1(x)\in C^2\left[0,\frac{\ell}{2}\right], \psi_2(x)\in C^2\left[\frac{\ell}{2},\ell\right], \psi_3(x)\in C^3\left[\frac{\ell}{2},\ell\right];$$

$$\varphi_1(0) = \psi_1(0),\ \varphi_2(0) = \psi_2(\ell),\ \psi_1\left(\frac{\ell}{2}\right) = \psi_2\left(\frac{\ell}{2}\right),$$

$$\alpha(\ell)\left[\varphi_4(0) - \varphi_2''(0)\right] + \gamma(\ell) = -\sqrt{2}\psi_3'(\ell).$$

шарттары орун алган учурда теңдеменин тартибин төмөндөтүү методу менен 2-түрдөгү Фредгольмдун интегралдык теңдемесинин чечимин табууга алып келүү жолу менен жалгыз чечимге ээ экендиги далилденет.

ТЫЯНАКТАР

Диссертациялык иште кенже коэффициенттери турактуу жана өзгөрүлмөлүү болгон төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин бир маанилүү чечимге ээ болушу далилденген.

Иште областтын гиперболикалык бөлүгүндө чечимди алуу үчүн Римандын функциясы, ал эми параболикалык бөлүгүндө Гриндин функциясы жана удаалаш жакындаштыруу методдору колдонулган.

Изилдөөнүн жүрүшүндө каралып жаткан маселелердин бир маанилүү чечилиши үчүн теңдемелердин тиби өзгөргөн сызыкта жалгаштыруу шарттарынын керектелиши аныкталган. Бир учурда үч, ал эми башка учурда эки жалгаштыруу шарттары талап кылынат. Жалгаштыруу маселесин чечүү мисалдары келтирилген.

ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

Алынган жыйынтыктарды төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелер теориясын өркүндөтүүдө, ошондой эле бир тектүү эмес, бөлүкчө бир тектүү чөйрөлөрдө болуп өтүүчү кубулуштарды жана процесстерди, жыйылган факторлорду моделдөөдө колдонсо болот.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. **Абдумиталип уулу, К.** Краевые задачи для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа четвертого порядка [Текст] / К. Абдумиталип уулу // Вестник ОшГУ. – Том 1. – № 1. – Ош, 2020. – С. 81-87. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43068366

2. **Абдумиталип уулу, К.** Краевая задача для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа четвертого порядка с постоянными коэффициентами [Текст] / К. Абдумиталип уулу // Известия ВУЗов Кыргызстана. – Бишкек, 2020. – № 3. – С.3-9. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45543579

3. **Абдумиталип уулу, К.** Краевые задачи для уравнения смешанного параболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с переменными коэффициентами [Текст] / К. Абдумиталип уулу // Вестник ОшГУ. – Том 1. – № 1. – Ош, 2021. – С. 21-32. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46561744

4. **Абдумиталип уулу, К.** Краевая задача для смешанного параболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с оператором колебания струны [Текст] / К. Абдумиталип уулу // Вестник ОшГУ. – Том 3. – № 1. – Ош, 2021. – С. 10-18. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47406379

5. **Абдумиталип уулу, К.** Краевая задача для уравнения четвертого порядка параболического типа [Текст] / Т.Д. Асылбеков, К. Абдумиталип уулу // Вестник ОшГУ. – № 1. – Ош, 2022. – С. 12-19. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48614382

6. **Абдумиталип уулу, К.** Краевые задачи для уравнения четвертого порядка, содержащий параболо-гиперболический оператор [Текст] / К. Абдумиталип уулу // Вестник ОшГУ. – № 1. – Ош, 2022. – С. 20-28. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48614383

7. **Абдумиталип уулу, К.** Краевые задачи для уравнения четвертого порядка с параболо-гиперболическим оператором [Текст] / К. Абдумиталип уулу // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2022. – № 4. – С.3-12. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49516410

8. **Абдумиталип уулу, К.** Краевые задачи для смешанного параболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с разрывными условиями склеивания [Текст] / К. Абдумиталип уулу // Бюллетень науки и практики. – Нижневартовск, 2022. – Т. 8. – №11. – С.12-23.
https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49814061

9. Абдумиталип уулу, К. Краевые задачи для смешанного параболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с младшими членами [Текст] / К. Абдумиталип уулу // Вестник КРСУ. – Бишкек, 2022. – Т. 22. – №12. – С. 3-11. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=50199509

Абдумиталип уулу Кубатбектин “Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелер” деген темада 01.01.02 – дифференциалык тендемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: чек аралык маселе, чек аралык шарттар, жалгаштыруу маселелери, аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер, Гриндин жана Римандын функциялары, интегралдык теңдеме, чечимдин жалгыздыгы, чечимдин жашашы.

Изилдөөнүн объектиси: төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелер.

Изилдөөнүн предмети: төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык тендемелер үчүн чек аралык маселелеринин корректтүүлүгү.

Изилдөөнүн максаты: Төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелеринин бир маанилүү чечимге ээ болушунун жеткиликтүү шарттарын аныктоо.

Изилдөө методдору: математикалык физиканын тендемелери, аралаш типтеги тендемелер, функционалдык анализ жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер теорияларынын методдору, Гриндин жана Римандын функциялары колдонулат.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы жана теориялык маанилүүлүгү:

- төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн коюлган чек аралык маселелердин корректүүлүк шарттары аныкталган;
- төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелердин чечимдеринин жашашынын жана жалгыздыгынын жеткиликтүү шарттары табылган;
- төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелердин бир маанилүү чечилиши далилденген;
- төртүнчү тартиптеги аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелер үчүн Римандын функциясы тургузулган.

Алынган теориялык жыйынтыктар аралаш парабола-гиперболикалык чек аралык маселелер теориясындагы жаңы жыйынтыктар болуп эсептелет.

Изилдөөнүн практикалык маанилүүлүгү. Маселерди чечүүнүн иштеп чыгылган алгоритми аралаш парабола-гиперболикалык теңдемелердин чек аралык маселелери менен байланышкан практикалык маселелерди чечүүдө колдонсо болот.

РЕЗЮМЕ

диссертации Абдумиталип уулу Кубатбека на тему: “Краевые задачи для смешанных параболо-гиперболических уравнений четвертого порядка” на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: краевые задачи, граничные условия, задачи сопряжения, параболо-гиперболические уравнения, функции Грина и Римана, интегральное уравнение, единственность решения, существование решения.

Объект исследования: краевые задачи для смешанных параболо-гиперболических уравнений четвертого порядка.

Предмет исследования: корректность краевых задач для смешанных параболо-гиперболических уравнений четвертого порядка.

Цель исследования: установление достаточных условий однозначной разрешимости краевой задачи сопряжений для смешанных параболо-гиперболических уравнений четвертого порядка.

Методы исследования: используются методы теории уравнений математической физики, уравнений смешанного типа, функционального анализа и теории нелинейных интегральных уравнений, функции Грина и Римана.

Научная новизна и теоретическая значимость исследования:

- сформулированы корректность постановки краевых задач и задачи сопряжений для смешанных параболо-гиперболических уравнений четвертого порядка;

- найдены достаточные условия существования и единственности решений краевых задач для смешанных параболо-гиперболических уравнений четвертого порядка;
- доказаны однозначные разрешимости краевых задач для смешанных параболо-гиперболических уравнений четвертого порядка;
- построены функции Римана для смешанных параболо-гиперболических уравнений четвертого порядка.

Полученные теоретические результаты являются новыми в теории смешанных параболо-гиперболических уравнений четвертого порядка.

Практическая значимость полученных результатов. Разработанный алгоритм построения решения может быть использован в приложениях при решении практических задач, связанных с краевых задач для смешанных параболо-гиперболических уравнений четвертого порядка.

SUMMARY

Dissertation "Boundary value problems for mixed fourth order parabolo-hyperbolic equations" of Abdumitalip uulu Kubatbek is submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences, speciality 01.01.02 – differential equations, dynamical systems and optimal control

Keywords: boundary value problems, boundary conditions, conjugation problems, parabolo-hyperbolic equations, Green's and Riemann's functions, integral equation, uniqueness of a solution, existence of a solution.

Object of research: boundary value problems for mixed fourth-order parabolo-hyperbolic equations.

Subject of research: well-posedness of boundary value problems for mixed fourth-order parabolo-hyperbolic equations.

The purpose of the study: establishing of sufficient conditions for the unique solvability of the boundary value problem of conjugations for mixed fourth-order parabolo-hyperbolic equations.

Research methods: methods of the theory of equations of mathematical physics, equations of mixed type, functional analysis and the theory of nonlinear integral equations, Green's and Riemann's functions are used.

Scientific novelty and theoretical significance of the research:

• the correctness of the formulation of boundary value problems and the problem of conjugations for mixed parabolo-hyperbolic equations of the fourth order was formulated;

• sufficient conditions for the existence and uniqueness of solutions to boundary value problems for mixed fourth-order parabolo-hyperbolic equations were found;

• unique solvability of boundary value problems for mixed fourth-order parabolo-hyperbolic equations was proved;

• Riemann functions are constructed for mixed parabolo-hyperbolic equations of the fourth order.

The theoretical results obtained are new in the theory of mixed fourth-order parabolo-hyperbolic equations.

Practical significance of the results obtained. The developed algorithm for constructing a solution can be used in applications for solving practical problems related to boundary value problems for mixed fourth-order parabolo-hyperbolic equations.

ШАРТТУУ БЕЛГИЛЕРДИН ТИЗМЕСИ

Кыскартылган белгилер

- R – чыныгы сандардын көптүгү;
- $\forall$ – "Каалагандай … ";
- $\cap$ – көптүктөрдөгү кесилишүү амалы;
- $\cap$ – көптүктөрдөгү бириктирүү амалы;
- $\subset$ – көптүктөрдөгү камтылуу шарты;
- $\in$ – элементтин көптүккө таандыгынын белгиси;
- $=$ – барабардык белгиси;
- $\neq$ – теңсиздиктин белгиси;
- $\equiv$ – теңдеш барабардыктын белгиси;
- D ($\bar{D}$) – ачык (жабык) чектелген область;
- $\overline{D}_1$, $\overline{D}_2$ – $\overline{D}$ аймагына камтылуучу жабык аймактары;
- $C^{(n)}(D)$ – D областындагы өзү жана n- тартипке чейинки туундулары менен кошо аныкталган жана үзгүлтүксүз функциялардын классы;
- $C^{n+m}(D)$ – D областындагы бардык $\dfrac{\partial^{r+s}}{\partial x^r \partial y^s}\left(r = 0,1,...,n;\ s = 0,1,...,m\right)$ туундулары үзгүлтүксүз болгон функциялардын классын билдирет;
- $\|K\|_{C(\bar{Q})} = \max\limits_{(x,\xi)\in\bar{Q}} |K(x,\xi)|$.

Басуугa кол коюлду: 25.01.2023 ж.
Форматы 60х84 1х16.
Шарттуу: 1,5 б.т. Нускасы 100 даана.

ОшМУнун "Билим" редакциялык-басма бөлүмү
Ош ш., Ленин көчөсү 331.