ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

Б. ОСМОНОВ АТЫНДАГЫ ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШ Д 05. 22. 651

Кол жазма укугунда

УДК 517.968.72+74

Абдирайимова Назигай Абдинабиевна

Кошумча ядролор методу жана вольтерралык интегро-дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарынын жарым октогу асимптотикалык касиеттери

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты
окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын
АВТОРЕФЕРАТЫ

Ош – 2023

Диссертациялык иш Ош мамлекеттик университетинин математикалык анализ кафедрасында аткарылган.

Илимий жетекчиси: **Искандаров Самандар**, физика-математика илимдеринин доктору, профессор, Кыргыз Республикасынын УИАнын Математика институтунун интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясынын лабораториясынын башчысы (Кыргызстан, Бишкек ш.)

Расмий оппоненттер: **Дауылбаев Муратхан Кудайбергенович**, аль-Фараби атындагы Казак Улуттук университетинин профессору, физика-математика илимдеринин доктору (Казакстан, Алма-Ата).

Тампагаров Куштарбек Бекмуратович, физика-математика илимдеринин доктору, медициналык-социалдык илимий-изилдөө институтунун ректору (Кыргызстан, Жалал-Абад ш.)

Жетектөөчү уюм: Жусуп Баласагын атындагы Кыргыз Улуттук университетинин дифференциалдык теңдемелер кафедрасы, 720000 КР, Бишкек шаары, көч. Фрунзе, 547.

Диссертацияны коргоо 2023-жылдын 28-февралы саат 11 ^{00} дө 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү, 331, 203-каана дареги боюнча Ош мамлекеттик университетинин жана Б. Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн уюштурулган Д 05.22.651 диссертациялык кеңешинин жыйынында болуп өтөт.

Диссертацияны коргоонун онлайн трансляциялоо коду: https://vc.vak.kg/b/052-pvt-luj-9ih.

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин жана Б. Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинин китепканаларынан жана диссертациялык кеңештин https://oshsu.kg/ сайтынан таанышууга болот.

Автореферат 2023-жылдын 26-январында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин
Окумуштуу катчысы, ф.-м.и.к., доцент Бекешов Т.О.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациялык теманын актуалдуулугу. Белгилүү болгондой, Вольтерра тибиндеги интегро-дифференциалдык теңдемелердин (ИДТлардын) чыгарылыштарынын көз карандысыз өзгөрүлмөнүн чексиз өсүшү менен асимптотикалык касиеттерин (чектелгендик, нөлгө умтулуу, турумдуулук, асимптотикалык турумдуулук ж.б.) изилдөөдө дүйнөнүн көп өлкөлөрүнүн окумуштууларынын эмгектеринин негизинде кубаттуу илимий багыты түзүлгөн. Бул багыттагы изилдөөлөрдүн теориялык жана практикалык маанилүүлүгүнө байланышкан В. Вольтерранын эмгектеринен баштап, (алар анын кеңири белгилүү болгон эки монографиясында чагылдырылган: М.: Наука, 1976, 1982) акыркы жетимиш жыл аралыгында көптөгөн эмгектер пайда болду, алардын көбү Я.В. Быковдун (1957), Р. Беллмандын, К.Л. Куктун (1967), C. Corduneanu’нын (1973), М. Иманалиевдин (1974), Н.Х. Арутюняндын, В.Б. Колмановскийдин (1983), Дж. Хейлдин (1984), Б.С. Разумихиндин (1988), А.А. Мартынюктун, В. Лакшмикантамдын, С. Лилдин (1989), А.А. Мартынюктун, Д. Катонун, А.А. Шестаковдун (1990), А.А. Шестаковдун (1990), G. Gripenberg’тин, S.-O. Londen’дин, O. Staffan’дын (1990), Н.В. Азбелевдин, В.П. Максимовдун, Л.Ф. Рахматуллиндин (1991), В. Лакшмикантамдын, С. Лилдин, А.А. Мартынюктун (1991), М.К. Дауылбаевдин (1999), Н.В. Азбелевдин, П.М. Симоновдун (2001), С. Искандаровдун (2002), T.A. Burton’дун (2005), R.P. Agarwal’дын, L. Berezansky’дин, E. Braverman’дын, A. Domoshnitsky’дин (2012) монографияларында жана J.A. Nohel'дин (1964, 1971), Н.В. Азбелевдин, Л.Ф. Рахматуллиндин (1978), C.M. Dafermo’нун, J.A. Nohel’дин (1979), Н.В. Азбелевдин, В.П. Максимовдун (1982), М.И. Иманалиевдин, Б.В. Хведелидзенин, Т.Г. Гегелиянын, А.А. Бабаевдин, А.И. Боташевдин, (1982), Н.В. Азбелевдин (1985, 1988), Н.Х. Арутюняндын, А.Д. Дроздовдун, В.Б. Колмановскийдин (1987), O.J. Staffan’дын (1988), S. Elaydi’нин, S. Sivasundaram’дын (1989), Н.В. Азбелевдин, Л.М. Березанскийдин, А.В. Чистяковдун (1989), М.И. Иманалиевдин, А.И. Боташевдин (1990), T. Furumochi’нин, S. Matsuoka’нын (1999), М.И. Иманалиевдин, С. Искандаровдун (2000), C. Tunç’тун жана O. Tunç’тардын (2018) маалымат макалаларында чагылдырылган. Бул эмгектерде Вольтерра тибиндеги сызыктуу жана сызыктуу эмес, скалярдык жана вектордук, функционалдык жана оператордук ИДТлардын чыгарылыштарынын түрдүү асимптотикалык касиеттерин изилдөө үчүн жаңы методдор иштелген жана жаңы илимий багыттар аныкталган.

Белгилей кетсек, Вольтерра тибиндеги ИДТдын жарым интервалда жалпы жана сапаттык теориясында орун алышына В. Вольтерра (1881-1940, 1976, 1982), Я.В. Быков (1951-1957), М.И. Иманалиев (1956-2015), Ю.А. Ведь (1960-2006), А.И. Боташев (1962-1998), Л.Е. Кривошеин (1962), J.J. Levin (1963-1968), J.A. Nohel (1964-1971), C. Corduneanu (1963-1973), А.Д. Мышкис (1949-1977, 2003), Н.В. Азбелев (1979-2001), Н.Н. Красовский (1956-1959), Е.А. Барбашин

(1957-1967), А.М. Самойленко (1973-1976), В.П. Максимов (1982-1991), Л.Ф. Рахматуллина (1978-1991), Л.Н. Березанский (1982-2012), А.И. Домошницкий (2012), П.М. Симонов (1991-2001), В.Р. Винокуров (1967), К. Какишов (1973-1991), К. Алымкулов (1972-1992), П.С. Панков (1971-1992), А. Саадабаев (1982-2009), Г. Ражапов (1965-1973), З. Пахыров (1971-2017), А. Асанов (1977-2022), А.Б. Байзаков (2003-2022), М.К. Дауылбаев (1979-2022), Б.С. Разумихин (1988), А.А. Мартынюк (1985-1991), В. Лакшимикантам и С. Лила (1969-2007), T.A. Burton (1978-2005), R.P. Agarwal (1982-2012), G. Gripenberg, S.-O. Londen жана O. Staffans (1979-1990), C. Tunç (2016-2022) жана көптөгөн ата мекендик жана чет өлкөлүк окумуштуулар өз салымдарын кошушкан.

Жарыяланган эмгектердин кылдат талдоосу көрсөткөндөй, кыргыз жана чет элдик авторлордун эмгектеринин көптүгүнө карабастан, $t \in I$ жарым огунда төмөнкү Вольтерра тибиндеги жогорку тартиптеги сызыктуу ИДТлардын чыгарылыштарынын асимптотикалык касиеттери боюнча изилдөөлөр аз жүргүзүлгөн:

$$x^{(m)}(t) + \sum_{k=0}^{m-1} a_k(t) x^{(k)}(t) + \int_{t_0}^{t} \sum_{r=0}^{p} Q_r(t,\tau) x^{(r)}(\tau) d\tau = f(t), \ \ t \ge t_0\,, \qquad (**)$$

мында $p < m-1$, $Q_r(t,\tau)$ $(r = 0,1..p)$-кичине эмес ядролор, б. а. толук эмес ядролуу $(m \ge 2)$ m-тартиптеги ИДТ. Бул жерде белгилей кетүүчү нерсе, В. Вольтерранын монографиясында (1982, 193-194-беттер) толук эмес ядролуу экинчи тартиптеги бир тектүү сызыктуу интегро-дифференциалдык теңдеме б.а. $Q_1(t,\tau) \equiv 0$ жана коэффициенти $a_0 = const > 0$ болгон учурда сызыктуу эредитардуулук учурунда (сызыктуу аракеттен кийин) серпилгич кылдын термелүүсүн изилдөөдө пайда болгондугу жөнүндө жазылган. Мындай экинчи тартиптеги ИДТ, Фурьенин өзгөрмөлөрдү ажыратуу методун колдонууда, гиперболалык типтеги жекече туундулуу ИДТдан пайда болот.

Сунушталган диссертациялык иштин толук эмес ядролуу экинчи, үчүнчү, төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу жана сызыктуу сымал ИДТлардын чыгарылыштарынын жарым окто асимптотикалык турумдуулугунун жана турумдуулугунун жетиштүү шарттарын табууда кошумча ядролор методун өнүктүрүүгө багытталгандыгы, теманын актуалдуулугун көрсөтөт.

Диссертациянын темасынын артыкчылыктуу илимий багыттар, ири илимий программалар (долбоорлор), окуу жана илимий мекемелер тарабынан жүргүзүлүүчү негизги илимий-изилдөө иштери менен байланышы. Диссертациялык иш ОшМУнун математикалык анализ кафедрасынын «Инженердик-техникалык жана физикалык маселелерди чечүүдө сингулярдуу козголгон дифференциалдык теңдемелерди колдонуу» (илимий жетекчиси - физика-математика илимдеринин доктору, профессор С. Каримов) илимий-изилдөө темасынын алкагында аткарылган (2020-2021-ж., мамлекеттик каттоосу № 0007520, 01.01.2018) жана бул иштин жыйынтыгы ушул тема боюнча отчетко киргизилди.

Изилдөөнүн максаты жана маселеси. Иштин максаты төмөнкү маселелерди чечүү үчүн башка белгилүү методдордун айкалышында кошумча ядролор методун өнүктүрүү болуп саналат:

1) Толук ядролуу Вольтерра тибиндеги экинчи тартиптеги сызыктуу ИДТнын чыгарылыштарынын, ага тиешелүү болгон экинчи тартиптеги дифференциальдык теңдеменин (ДТ) чыгарылыштары асимптотикалык турумдуу болбой калуу учурунда, асимптотикалык турумдуулугунун;
2) Белгисиз функцияны камтыган Вольтерра тибиндеги кичине эмес ядролуу экинчи, үчүнчү тартиптеги сызыктуу сымал ИДТлардын чыгарылыштарынын турумдуулугунун;
3) Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу үчүнчү, төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу ИДТлардын чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугунун;
4) Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу сымал ИДТлардын чыгарылыштарынын турумдуулугунун;

   жетиштүү шарттарын алуу.

Алынган натыйжалардын илимий жаңылыгы:

1) Вольтерра тибиндеги экинчи тартиптеги сызыктуу ИДТнын чыгарылыштарынын ага тиешелүү болгон экинчи тартиптеги дифференциальдык теңдеменин (ДТ) чыгарылыштары асимптотикалык турумдуу болбой калуу учурунда асимптотикалык турумдуулугунун;
2) Белгисиз функцияны камтыган Вольтерра тибиндеги кичине эмес ядролуу экинчи, үчүнчү тартиптеги сызыктуу сымал ИДТлардын чыгарылыштарынын турумдуулугунун;
3) Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу үчүнчү, төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу ИДТлардын чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугунун;
4) Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу сымал ИДТлардын чыгарылыштарынын турумдуулугунун;

   жетиштүү шарттары табылды.

Алынган натыйжалардын практикалык маанилүүлүгү. Алынган натыйжаларды Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу жогорку тартиптеги жаңы класстагы ИДТлардын чыгарылыштарынын жарым окто асимптотикалык турумдуулугун жана турумдуулугун изилдөөдө, о.э. кийинки аракеттеги кубулушу менен серпилгичтүүлүк теориясында, эс тутум менен үзгүлтүксүз чөйрөдө болуп жаткан кээ бир процесстердин турумдуулугун изилдөөдө, мисалы, илешкек-серпилгичтүү телолордун термелүүсүнүн турумдуулугун изилдөөдө, андан сырткары жогорку курстун студенттери, магистранттар, аспиранттар, докторанттар жана изденүүчүлөр үчүн Вольтерра тибиндеги ИДТлардын чыгарылыштарынын жарым окто турумдуулугунун теориясы боюнча атайын курстарды даярдоодо колдонууга мүмкүн.

Диссертациянын коргоого алып чыгылуучу негизги жоболору:

1) Вольтерра тибиндеги экинчи тартиптеги сызыктуу ИДТнын чыгарылыштарынын ага тиешелүү болгон экинчи тартиптеги дифференциалдык теңдеменин (ДТ) чыгарылыштары асимптотикалык турумдуу болбой калуу учурунда асимптотикалык турумдуулугунун;
2) Белгисиз функцияны камтыган Вольтерра тибиндеги кичине эмес ядролуу экинчи, үчүнчү тартиптеги сызыктуу сымал ИДТлардын чыгарылыштарынын турумдуулугунун;
3) Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу үчүнчү, төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу ИДТлардын чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугунун;
4) Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу сымал ИДТлардын чыгарылыштарынын турумдуулугунун;
   жетиштүү шарттардын табылышы;
5) Кошумча ядролор методун өнүктүрүлүшү.

Изденүүчүнүн жеке салымы. Биргелешкен эмгектерде [1-4, 6, 7, 10] маселелерди коюу, изилдөө методикасы жана жыйынтыктарды талкуулоо илимий жетекчи С. Искандаровго таандык, теоремалардын далилдерин келтирүү, натыйжалары жана иллюстративдик мисалдарды түзүү изденүүчүгө таандык.

Изилдөөнүн натыйжаларын апробациялоо. Жумуштун жыйынтыктары төмөнкү эл аралык жана ата мекендик конференцияларда баяндалган жана талкууланган:

- Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун түзүлгөндүгүнүн 35 жылдыгына арналган «III Борубаевдик окуулар» эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., КР УИАнын Математика институту, 24-май, 2019-жыл);
- Профессор Л.Е. Кривошеиндин туулган күнүнүн 100 жылдыгына арналган «Теориялык жана прикладдык математиканын актуалдуу маселелери» эл аралык илимий-практикалык конференциясында (Бишкек, Ж. Баласагын атындагы КУУ, 18-октябрь, 2019-жыл);
- Академик А.А. Борубаевдин 70 жылдыгына арналган «Азыркы математиканын маселелери» эл аралык илимий конференциясында, (Бишкек ш., КР УИАнын Математика институту, 5-19-июнь, 2021-жыл);
- «Манас» КТУнун математика кафедрасынын илимий семинарында (жетекчиси – ф.-м.и.к., проф. А.Б. Урдалетова «Манас» КТУ, март, 2020-жыл);
- «Математиканын актуалдуу проблемалары жана алардын колдонуштары» аталыштагы К. Алымкулов атындагы регионалдык семинарында (Ош, 25-октябрь, 2022-жыл);
- “Жогорку окуу жайлардагы илим изилдөөлөрдүн фундаменталдык жана колдонмо маанилүүлүгү” аталышындагы конференцияда (Жалал-Абад, 12-ноябрь, 2022-жыл).

Диссертациянын натыйжаларынын басылып чыгарылышы. Диссертациянын негизги мазмуну 9 макаладан [1-9] жана эл аралык конференцияларда жарык көргөн тезистерден [10] турат. Макала [3] Scopus маалыматтар базасына киргизилген.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Диссертациялык иш символдордон, киришүүдөн, төрт главадан, 11 бөлүмдөн, корутундудан жана 88 аталыштагы адабияттар тизмесинен, 97 барак компьютердик тексттен турат.

Авторефератта диссертацияда кабыл алынган номерлөө системасы колдонулган жана сакталган: ар бир главанын ичинде кош номерлөө кабыл алынган. Мисалы, (1.3) формула 1-главанын үчүнчү формуласы, 2.4-теоремасы 2-бөлүмдүн төртүнчү теоремасы.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

КИРИШҮҮдө теманын актуалдуулугунун негиздемеси, иштин жалпы мүнөздөмөсү, изилдөөнүн максаты жана милдеттери, илимий жаңылыгы, практикалык мааниси, ошондой эле коргоого алып чыгуучу негизги жоболор берилген.

Биричи бап “АДАБИЯТТАРГА ОБЗОР” деп аталып, диссертациянын темасы боюнча башка авторлордун эмгектерине баяндама жасалып, мурда изилденбеген маселелер аныкталып, корутунду берилген.

Экинчи бап “ИЗИЛДӨӨНҮН МЕТОДОЛОГИЯСЫ ЖАНА МЕТОДДОРУ” деп аталып, эки бөлүмдөн турат. Мында изилдөөнүн объектиси, предмети аныкталып, изилдөө үчүн конкреттүү маселелер коюлган, маселелерди чечүүгө байланышкан кээ бир сапаттуу методдорго кыскача баяндама берилген. Коюлган маселелерди чечүүдө колдонулган жана өнүктүрүлгөн методдордун мазмуну чагылдырылган. Мисалы, кошумча ядролор методу, системага келтирүүчү стандарттык эмес методу, В. Вольтерранын теңдемелерди өзгөртүп түзүү методу, кесүүчү функциялар методу, жекече кесүү методу, теңдемелерди квадратка көтөрүү методу, интегралдык барабарсыздыктар методу жана ошондой эле Люстерник-Соболевдин леммасы.

Үчүнчү бап “КОШУМЧА ЯДРОЛОР МЕТОДУ ЖАНА ВОЛЬТЕРРА ТИБИНДЕГИ ТОЛУК ЭМЕС ЯДРОЛУУ ЭКИНЧИ ЖАНА ҮЧҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫНЫН ЖАРЫМ ОКТО ТУРУМДУУЛУГУНУН ЖАНА АСИМПТОТИКАЛЫК ТУРУМДУУЛУГУНУН ЖЕТИШТҮҮ ШАРТТАРЫ” деп аталат. Бул бап төрт бөлүмдөн туруп, Вольтерра тибиндеги экинчи жана үчүнчү тартиптеги сызыктуу жана сызыктуу сымал ИДТлардын чыгарылыштарынын I жарым окто асимптотикалык турумдуулугун жана турумдуулугун изилдөөдө башка белгилүү методдорду колдонуу менен кошумча ядролор методун өнүктүрүүгө арналган.

3.1-бөлүмдө төмөндөгү көрүнүштөгү

$$x''(t)+a_1(t)x'(t)+a_0(t)x(t)+\int_{t_0}^{t}\left[Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)\right]d\tau=f(t),\quad t\ge t_0 \quad (3.1)$$

Вольтерра тибиндеги экинчи тартиптеги сызыктуу ИДТнын чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугунун жетиштүү шарттарын табуу маселеси, ага тиешелеш келген экинчи тартиптеги ДТнын

$$x''(t)+a_1(t)x'(t)+a_0(t)x(t)=f(t),\ t\ge t_0 \quad (3.1_0)$$

чыгарылыштары асимптотикалык туруксуз болгон учурда чечилген, б. а. (3.1_0) сызыктуу ДТнын чыгарылыштырынын асимптотикалык турумдуулугуна интегралдык мүчөлөрдүн тийгизген таасири аныкталган.

Бул маселени изилдөөнүн методикасы төмөнкүдөй: системага келтирүүчү стандарттык эмес методун, теңдемелерди квадратка көтөрүү методун, В. Вольтерранын теңдемелерди өзгөртүп түзүү методун, кесүүчү функциялар методун, интегралдык барабарсыздыктар методун, ошондой эле Люстерник-Соболевдин леммасын колдонуу менен кошумча ядролор методу өнүктүрүлөт.

Бул бөлүмдүн негизги жыйынтыгын көрсөтөлү. (3.1) ИДТга С. Искандаровдун (1998) макаласынын негизинде “салмак” эрежеси боюнча $x'(\tau)$ менен $H(t,\tau)$ кошумча ядросун киргизебиз:

$$\begin{gathered}Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)=\\ Q_0(t,\tau)x(\tau)+\left[Q_1(t,\tau)-H(t,\tau)\right]x'(\tau)+H(t,\tau)x'(\tau)\end{gathered}, \quad (3.2)$$

андан кийин бөлүктөп интегралдайбыз:

$$\int_{t_0}^{t}H(t,\tau)x'(\tau)d\tau=H(t,t)x(t)-H(t,t_0)x(t_0)-\int_{t_0}^{t}H'_\tau(t,\tau)x(\tau)d\tau. \quad (3.3)$$

(3.2), (3.3) эске алуу менен (3.1) ИДТдан төмөнкүдөй жүктөлгөн ИДТны алабыз:

$$\begin{gathered}x''(t)+a_1(t)x'(t)+\left[a_0(t)+H(t,t)\right]x(t)+\\ +\int_{t_0}^{t}\left\{\left[Q_0(t,\tau)-H'_\tau(t,\tau)\right]x(\tau)+\left[Q_1(t,\tau)-H(t,\tau)\right]x'(\tau)\right\}d\tau=\\ =f(t)+H(t,t_0)x(t_0).\end{gathered} \quad (3.4)$$

Эми (3.4) ИДТга С. Искандаровдун (2006) стандарттык эмес өзгөртүүсүн жасайбыз: $x'(t)+\lambda^2x(t)=W(t)y(t)$ б.а. системага келтирүүчү стандарттык эмес методун колдонуп, ИДТны төмөнкү эквиваленттүү системага алып келебиз:

$$\begin{cases}x'(t)+\lambda^2x(t)=W(t)y(t),\\ y'(t)+b_1(t)y(t)+b_0(t)x(t)+\\ +\int_{t_0}^{t}\left[P(t,\tau)x(\tau)+K(t,\tau)y(\tau)\right]d\tau=F(t)+(W(t))^{-1}H(t,t_0)x(t_0),\end{cases} \quad (3.6)$$

мында

$b_1(t) \equiv a_1(t) - \lambda^2 + W'(t)(W(t))^{-1}, \;\; b_0(t) \equiv \left[a_0(t) + H(t,t) - \lambda^2 a_1(t) + \lambda^4 \right](W(t))^{-1},$

$P(t,\tau) \equiv (W(t))^{-1}[Q_0(t,\tau) - H'_\tau(t,\tau) + \lambda^2 H(t,\tau) - \lambda^2 Q_1(t,\tau)],$

$K(t,\tau) \equiv (W(t))^{-1}[Q_1(t,\tau) - H(t,\tau)]W(\tau), \qquad F(t) \equiv f(t)(W(t))^{-1}.$

(3.6) системасын изилдөөдө С. Искандаровдун (2012) методун колдонобуз, б. а. ар бир теңдемени өзүнчө метод менен изилдейбиз, тактап айтканда (3.5) системанын биринчи теңдемесине квадратка көтөрүү методун (С. Искандаров, 1981, 2002), ал эми экинчи теңдемесине кесүүчү функциялар методун (С. Искандаров, 1980, 2002) колдонуп, болжолдоолорду жана белгилөөлөрдү киргизебиз:

$$K(t,\tau) = \sum_{i=0}^{n} K_i(t,\tau), \qquad F(t) = \sum_{i=0}^{n} F_i(t), \qquad (K), (F)$$

$$R_i(t,\tau) \equiv K_i(t,\tau)\big(\psi_i(t)\psi_i(\tau)\big)^{-1}, \;\; E_i(t) \equiv F_i(t)\big(\psi_i(t)\big)^{-1} \qquad (i = 1..n),$$

$$R_i(t,t_0) = A_i(t) + B_i(t) \;\; (i = 1..n), \qquad (R)$$

$\psi_i(t) \;\; (i = 1..n)$ – кандайдыр бир кесүүчү функциялар,

$c_i(t) \;\; (i = 1..n)$ – кандайдыр бир функциялар жана С. Искандаровдун (Бишкек, 2003) доктордук диссертациясындагы 2.4, 2.5 леммаларды колдонобуз. (3.6) системанын ар бир теңдемеси үчүн жүргүзүлгөн өзгөртүп түзүүлөрдү кошуп, Ю.А. Ведь, З. Пахыровдун (1973) интегралдык барабарсыздыктар методун колдонобуз. Жыйынтыгында төмөнкүдөй теореманы алабыз

3.1-ТЕОРЕМА. Төмөнкү шарттар 1) $\lambda \neq 0, W(t) > 0;$ $(K), (F), (R)$; 2) $b_1(t) \geq 0;$ 3) $A_i(t) \geq 0, B_i(t) \geq 0, \; B'_i(t) \leq 0, \; R'_{i\tau}(t,\tau) \geq 0,$

$A^*_i(t) \in L^1(I, R_+), c_i(t), R^*_i(t) \in L^1(I, R_+) \;\; A'_i(t) \leq A^*_i(t)A_i(t), \;\; \left(E_i^{(k)}(t)\right)^2 \leq B_i^{(k)}(t)c_i^{(k)}(t),$

$R''_{it\tau}(t,\tau) \leq R^*_i(t)R'_{i\tau}(t,\tau) \quad (i = 1..n; \, k = 0,1);$

4) $(W(t))^2 + |b_0(t)| + |F_0(t)| + (W(t))^{-1}|H(t,t_0)| +$

$+\int_{t_0}^{t} [|P(t,\tau)| + |K_0(t,\tau)|] d\tau \in L^1(I, R_+ \setminus \{0\})$

аткарылса, анда (3.6) системасынын $(x(t), y(t))$ каалагандай чыгарылыштары үчүн төмөнкүдөй тыянактар туура болот:

$$x^{(k)}(t) \in L^2(I,R) \qquad (k = 0,1), \;\; x(t) = O(1), \quad y(t) = O(1).$$

3.1-НАТЫЙЖА. Эгерде 3.1-теореманын бардык шарттары аткарылса жана $t \to \infty$да $W(t) \to 0$ болсо, анда (3.1) ИДТнын каалагандай $x(t)$ чыгарылышы үчүн бул тыянак туура: $t \to \infty$да $x^{(k)}(t) \to 0 \;\; (k = 0, 1)$ болот, б.а. (3.1) ИДТнын каалагандай $x(t)$ чыгарылышы асимптотикалык турумдуу.

Чындыгында, биринчиден, (3.10) теңдемеден Люстерник-Соболевдин леммасына таянып: «эгерде $x^{(k)}(t) \in L^2(I,R) \;\; (k = 0,1)$ болсо, анда $\lim_{t\to\infty} x(t) = 0$ болот» (1965, 2012) (3.1) ИДТнын каалагандай $x(t)$ чыгарылышы: $t \to \infty$да

$x(t)\to 0$ болот; экинчиден (3.5) ордуна коюсунун негизинде $t\to\infty$ да $x(t)\to 0$, $W(t)\to 0$ болот; жана $t\to\infty$да $x'(t)\to 0$ $y(t)=O(1)$ келип чыгат. Мындан, (3.1) ИДТнын каалагандай $x(t)$ чыгарылышы асимптотикалык турумдуу.

3.1-МИСАЛ. (3.1) ИДТ үчүн $t_0=0,\ a_1(t)\equiv 4e^{5t}+e^{-3t},\quad a_0(t)\equiv -1,$

$$Q_0(t,\tau)\equiv 36e^{-5t+10\tau}\sqrt{t-\tau+1}-\frac{2e^{-5t+10\tau}}{\sqrt{t-\tau+1}}+Q_1(t,\tau)+\frac{e^{-t}}{e^t+e^\tau+2},$$

$$Q_1(t,\tau)\equiv -\frac{e^{-t+\tau}\left|\cos\tau\right|}{(t+\tau+1)^{10}}\left\{\left[\exp\left(\frac{\sin t}{(t+5)^2}\right)+\tau\right]^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{t-\tau+2}\right\}\times$$

$$\times\exp(\sqrt[3]{t\sin t}+t^2+\sqrt[3]{\tau\sin\tau}+\tau^2)+4e^{-5t+10\tau}\sqrt{t-\tau+1}-\frac{e^{-t+\tau}\left|\cos\tau\right|}{(t+\tau+1)^{10}},$$

$$f(t)\equiv -\frac{e^{-t}\exp(\sqrt[3]{t\sin t}+t^2)}{t+3}$$

менен $H(t,\tau)\equiv 4e^{-5t+10\tau}\sqrt{t-\tau+1},\qquad \lambda=1,\ W(t)\equiv e^{-t}$ болгондо, 3.1-теореманын жана 3.1-натыйжанын бардык шарттары аткарылат. Мында $b_1(t)=4e^{5t}+e^{-3t}-2,\ b_0(t)\equiv -e^{-2t},$

$$P(t,\tau)\equiv\frac{1}{e^t+e^\tau+2},\ n=1,\ \psi_1(t)\equiv\exp(t^2+\sqrt[3]{t\sin t}),$$

$$R_1(t,\tau)\equiv\left[\exp\left(\frac{\sin t}{(t+5)^2}\right)+\tau\right]^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{t-\tau+2},$$

$$A_1(t)\equiv\exp\left(\frac{\sin t}{2(t+5)^2}\right),\ A_1^*(t)\equiv R_1^*(t)\equiv\frac{t+7}{\left(t+5\right)^3},\ B_1(t)\equiv\frac{1}{t+2},$$

$E_1(t)\equiv -\dfrac{1}{t+3},\ c_1(t)\equiv\dfrac{1}{t+2}$ болот. Демек, мындай ИДТнын каалагандай чыгарылышы асимптотикалык турумдуу. Бирок, төмөнкү тиешелеш келген экинчи тартиптеги ДТ үчүн: $x''(t)+(4e^{5t}+e^{-3t})x'(t)-x(t)=0,\ t\ge 0,$ Д.Р. Меркин белгилегендей (1987), $a_0(t)\equiv -1<0$ болгон учурда, анын каалагандай чыгарылышы асимптотикалык турумдуу болбошу мүмкүн.

3.2-бөлүм кошумча ядролор методун өнүктүрүүгө арналып, 3.1-бөлүм сыяктуу эле (3.2) эрежеге ылайык кандайдыр бир $H(t,\tau)$ кошумча ядро киргизилет, В. Вольтерранын (1976) теңдемелерди өзгөртүп түзүү методун, жекече кесүү методун (С. Искандаров, Д.Н. Шабданов, 2004) жана Ю.А. Ведь, З. Пахыровдордун (1973) интегралдык барабарсыздыктар методун колдонуу менен экинчи тартиптеги сызыктуу сымал ИДТнын чыгарылыштарынын турумдуулугунун жетиштүү шарттары табылат:

$$x''(t)+a_0(t)x(t)+\int_{t_0}^{t}Q_0(t,\tau)x(\tau)d\tau=f(t)+$$
$$+F(t,x(t),\int_{t_0}^{t}h(t,\tau,x(\tau))d\tau),\quad t\ge t_0 \qquad (3.13)$$

толук эмес ядролор кичине эмес ядролор болгон учурунда, б. а. төмөнкү шарт:

$$\int_{t_0}^{\infty}\int_{t_0}^{t}\left|Q_0(t,\tau)\right|d\tau dt=\infty$$

жана сызыктуу сымалдуулук шарты:

$$\left|F(t,x,y)\right|\le F_0(t)+g_0(t)\left|x\right|+g_1(t)\left|y\right|,\quad \left|h(t,\tau,x)\right|\le g_2(t,\tau)\left|x\right| \qquad (F,\ h)$$

аткарылса. $F_0(t),g_k(t),g_2(t,\tau)$ $(k=0,1)$ – терс эмес функциялар. Белгилей кетсек, бул бөлүмдө системага келтирүүчү стандарттык эмес методун колдонгон жокпуз, ал эми В. Вольтерранын теңдемелерди өзгөртүп түзүү методун колдонууда өзгөртүп түзүлгөн жүктөлгөн экинчи тартиптеги жарым окто каралган ИДТ $x'(t)$га көбөйтүлөт. Ал эми жекече кесүү методун колдонууда болжолдоолорду жана белгилөөлөрдү киргизебиз:

$$H(t,\tau)=\sum_{i=1}^{n}H_i(t,\tau),$$

$\psi_i(t)$ $(i=1..n)$ – кандайдыр бир кесүүчү функциялар, $P_i(t)\equiv H_i(t,t)(\psi_i(t))^{-2}$, $T_i(t,\tau)\equiv H_i(t,\tau)(\psi_i(\tau))^{-1}$ – жекече кесилген ядролор $(i=1..n)$;

$P_i(t)$ жана $E_i(t)$ $(i=1..n)$ функцияларын байланыштыруучу $f(t)=\sum_{i=0}^{n}f_i(t)$, $E_i(t)\equiv f_i(t)(\psi_i(t))^{-1}$ $(i=1..n)$, кандайдыр бир функциялар $c_i(t)$ $(i=1..n)$, 3.1. бөлүмүндөгү 3.1-теоремадагы 3) шартка аналогиялуу $B_i(t)$ функциясынын ордуна $P_i(t)$ $(i=1..n)$ функциясы турат.

3.3-бөлүмдө 3.1-бөлүмдөгү изилдөөнүн методикасы, төмөндөгү Вольтерра тибиндеги үчүнчү тартиптеги сызыктуу ИДТнын чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугунун жетиштүү шарттарын табууда өнүктүрүлөт:

$$x'''(t)+a_2(t)x''(t)+a_1(t)x'(t)+a_0(t)x(t)+$$
$$+\int_{t_0}^{t}\left[Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)\right]d\tau=f(t),\quad t\ge t_0 \qquad (3.21)$$

$Q_k(t,\tau)$, $(k=0,1)$ – кичине эмес ядролор болгон учурда, б. а. шарттар аткарылса:

$$\int_{t_0}^{\infty}\int_{t_0}^{t}\left|Q_k(t,\tau)\right|d\tau dt=\infty\quad (k=0,1).$$

Бул учурда $x''(\tau)$ менен кандайдыр бир $H(t,\tau)$ кошумча ядро киргизелет:

$$Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)=Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)+$$
$$+H(t,\tau)x''(\tau)-H(t,\tau)x''(\tau)$$

бөлүктөн интегралдоо жүргүзүлөт:

$$-\int_{t_0}^{t} H(t,\tau)x''(\tau)d\tau = -H(t,t)x'(t) + H(t,t_0)x'(t_0) + \int_{t_0}^{t} H'_\tau(t,\tau)x'(\tau)d\tau$$

жана ИДТ (3.21) төмөнкүдөй жүктөлгөн ИДТга келет:

$$x'''(t) + a_2(t)x''(t) + a(t)x'(t) + a_0(t)x(t) + \\ +\int_{t_0}^{t}\left[Q_0(t,\tau)x(\tau) + Q(t,\tau)x'(\tau) + H(t,\tau)x''(\tau)\right]d\tau = f(t) - H(t,t_0)x'(t_0), \quad (3.24)$$

мында $a(t) \equiv a_1(t) - H(t,t),\qquad Q(t,\tau) \equiv Q_1(t,\tau) + H'_\tau(t,\tau).$

(3.24) ИДТга 3.1-бөлүмдө колдонулган стандарттык эмес өзгөртүүсү жасалат: $x'(t) + \lambda^2 x(t) = W(t)y(t)$. Анын негизинде үчүнчү тартиптеги жүктөлгөн ИДТ (3.24) $x(t)$ үчүн бир ДТдан турган, ал эми $y(t)$ үчүн бир ИДТдан турган эквиваленттүү системага алынып келинет. Бул системанын биринчи теңдемесине квадратка көтөрүү методу, ал эми экинчи теңдемесине В. Вольтерранын теңдемелерди өзгөртүп түзүү методу ($y'(t)$ көбөйтүлөт) жана кесүүчү функциялар методу колдонулуп, өз өзүнчө жасалган өзгөртүп түзүүлөр кошулуп, андан кийин Ю.А. Ведь, З. Пахыровдордун (1973) интегралдык барабарсыздыктар методу жана Люстерник-Соболевдин леммасы колдонулат.

3.4-бөлүмдө 3.4-маселеси чечилген, б.а. Вольтерра тибиндеги үчүнчү тартиптеги ИДТнын чыгарылыштарынын турумдуулугунун жетиштүү шарттары табылат:

$$x'''(t) + a_2(t)x''(t) + a_1(t)x'(t) + a_0(t)x(t) + \int_{t_0}^{t} Q_0(t,\tau)x(\tau)d\tau = f(t) + \\ +F(t, x(t), \int_{t_0}^{t} h(t,\tau,x(\tau))d\tau), \quad t \ge t_0 \quad (3.33)$$

$Q_0(t,\tau)$ кичине эмес ядролор болгон учурда б. а. төмөнкү шарты:

$$\int_{t_0}^{\infty}\int_{t_0}^{t}\left|Q_0(t,\tau)\right|d\tau dt = \infty$$

жана сызыктуу сымалдуулук шарты:

$$\left|F(t,x,y)\right| \le F_0(t) + g_0(t)\left|x\right| + g_1(t)\left|y\right|, \quad \left|h(t,\tau,x)\right| \le g_2(t,\tau)\left|x\right| \qquad (SN)$$

аткарылса. $F_0(t), g_0(t), g_1(t), g_2(t,\tau)$ – терс эмес функциялар.

<u>3.4-маселесин изилдөөнүн методикасы төмөнкүдөй:</u> системага келтирүүчү стандарттык эмес методу, В. Вольтерранын теңдемелерди өзгөртүп түзүү методу, кесүүчү функциялар методу, интегралдык барабарсыздыктар методдорунун айкалышында кошумча ядролор методу өнүктүрүлөт.

Бул бөлүмдө (3.33) 3.1 бөлүмүндөгү “салмак” эрежесине аналогиялуу (3.2) ИДТга $x''(\tau)$ менен кандайдыр бир $H_2(t,\tau)$ кошумча ядрону киргизебиз:

$$Q_0(t,\tau)x(\tau) = Q_0(t,\tau)x(\tau) - H_2(t,\tau)x''(\tau) + H_2(t,\tau)x''(\tau). \quad (3.34)$$

(3.34) катышын эске алуу менен эки жолу бөлүктөп интегралдоону жүргүзөбүз:

$$-\int_{t_0}^{t} H_2(t,\tau)x''(\tau)d\tau = -H_2(t,t)x'(t) + H_2(t,t_0)x'(t_0) + \int_{t_0}^{t} H'_{2\tau}(t,\tau)x'(\tau)d\tau =$$
$$= -H_2(t,t)x'(t) + H_2(t,t_0)x'(t_0) + H'_{2\tau}(t,t)x(t) -$$
$$-H'_{2\tau}(t,t_0)x(t_0) - \int_{t_0}^{t} H''_{2\tau\tau}(t,\tau)x(\tau)d\tau,$$

Мында $H'_{2\tau}(t,t) \equiv \frac{\partial H_2(t,\tau)}{\partial \tau}\Big|_{\tau=t}$. Анда ИДТ (3.33) төмөнкүдөй жүктөлгөн ИДТга келет:

$$x'''(t) + a_2(t)x''(t) + \left[a_1(t) - H_2(t,t)\right]x'(t) + \left[a_0(t) + H'_{2\tau}(t,t)\right]x(t) +$$
$$+\int_{t_0}^{t} \left\{ \left[Q_0(t,\tau) - H''_{2\tau\tau}(t,\tau)\right]x(\tau) + H_2(t,\tau)x''(\tau)\right\} d\tau =$$
$$= f(t) - H_2(t,t_0)x'(t_0) + +H'_{2\tau}(t,t_0)x(t_0) + \tag{3.36}$$
$$+F(t, x(t), \int_{t_0}^{t} h(t,\tau,x(\tau))d\tau),\ t \ge t_0.$$

Жүктөлгөн ИДТга (3.36) системага келтирүүчү стандарттык эмес методун колдонуп, б.а. С. Искандаровдун (2006) макаласынын негизинде стандарттык эмес өзгөртүүсүн киргизебиз: $x''(t) + \lambda^2 x(t) = W(t)y(t)$, анын негизинде үчүнчү тартиптеги жүктөлгөн ИДТ (3.36) $x(t)$ үчүн бир ДТдан турган, ал эми $y(t)$ үчүн бир ИДТдан турган эквиваленттүү системага алынып келинет. 3.1-бөлүмүндөгүдөй кылып, бул системаны В. Вольтерранын (1976) теңдемелерди өзгөртүп түзүү методу менен изилдейбиз, биринчи теңдемени $x'(t)$, ал эми экинчи теңдемени $y(t)$ көбөйтүп, кесүүчү функциялар методун жана интегралдык барабарсыздыктар методун өнүктүрөбүз.

Төртүнчү бап “КОШУМЧА ЯДРОЛОР МЕТОДУ ЖАНА ВОЛЬТЕРРА ТИБИНДЕГИ ТОЛУК ЭМЕС ЯДРОЛУУ ТӨРТҮНЧҮ ЖАНА БЕШИНЧИ ТАРТИПТЕГИ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫНЫН ЖАРЫМ ОКТО ТУРУМДУУЛУГУНУН ЖАНА АСИМПТОТИКАЛЫК ТУРУМДУУЛУГУНУН ЖЕТИШТҮҮ БЕЛГИЛЕРИ” деп аталат. Ал төрт бөлүмдөн туруп, Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу жарым октогу төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу жана сызыктуу сымал ИДТлардын чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугун жана турумдуулугун изилдөө маселелери каралган.

4.1-бөлүмдө 4.1-маселеси чечилген, б.а. Вольтерра тибиндеги төртүнчү тартиптеги ИДТнын чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугунун жетиштүү шарттары табылат:

$$x^{(4)}(t)+a_3(t)x'''(t)+a_2(t)x''(t)+a_1(t)x'(t)+a_0(t)x(t)+$$
$$+\int_{t_0}^{t}\left[Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)+Q_2(t,\tau)x''(\tau)\right]d\tau=f(t),\quad t\ge t_0 \tag{4.1}$$

$Q_k(t,\tau)$ $(k=0,1,2)$ кичине эмес ядролор болгон учурунда, б.а. төмөнкү аткарылса:

$$\int_{t_0}^{\infty}\int_{t_0}^{t}\left|Q_k(t,\tau)\right|d\tau dt=\infty\quad (k=0,1,2). \qquad (Q_{k2})$$

Белгилеп кетүүчү нерсе, 4.1-маселесин изилдөөнүн методикасы 3.1-маселени изилдөөнүн методикасына аналогиялуу. Бул учурда ИДТга (4.1) $x'''(\tau)$ менен кандайдыр бир $H_1(t,\tau)$ кошумча ядрону киргизебиз:

$$\sum_{k=0}^{2}Q_k(t,\tau)x^{(k)}(\tau)=\sum_{k=0}^{2}Q_k(t,\tau)x^{(k)}(\tau)+H_1(t,\tau)x'''(\tau)-H_1(t,\tau)x'''(\tau) \tag{4.2}$$

бөлүктөп интегралдоону жүргүзөбүз:

$$-\int_{t_0}^{t}H_1(t,\tau)x'''(\tau)d\tau=-H_1(t,t)x''(t)+H_1(t,t_0)x''(t_0)+\int_{t_0}^{t}H'_{1\tau}(t,\tau)x''(\tau)d\tau$$

жана өзгөртүп түзүлгөн төртүнчү тартиптеги жүктөлгөн ИДТга стандарттык эмес өзгөртүүнү жасайбыз (С. Искандаров, 2012): $x'''(t)+px''(t)+qx'(t)+rx(t)=W(t)y(t)$. Андан кийин биринчи теңдемени, б.а. алынган эквиваленттүү системадагы үчүнчү тартиптеги ДТны теңдемени квадратка көтөрүү методу, ал эми экинчи теңдемени кесүүчү функциялар методу менен изилдейбиз.

4.2-бөлүм 4.2-маселени чечүүгө арналган, б.а. Вольтерра тибиндеги төртүнчү тартиптеги сызыктуу сымал ИДТнын чыгарылыштарынын турумдуулугунун жетиштүү шарттары табылат:

$$x^{(4)}(t)+a_3(t)x'''(t)+a_2(t)x''(t)+a_1(t)x'(t)+a_0(t)x(t)+$$
$$+\int_{t_0}^{t}[Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)+Q_2(t,\tau)x''(\tau)]d\tau= \tag{4.12}$$
$$=f(t)+F(t,x(t),x'(t),\int_{t_0}^{t}h(t,\tau,x(\tau),x'(\tau))d\tau),\quad t\ge t_0$$

$Q_k(t,\tau)$ $(k=0,1,2)$ кичине эмес ядролор болгон учурунда б.а. 4.1 бөлүмүндөгү (Q_{k2}) шарты жана жана функциялардын сызыктуу сымалдуулук шарты $F(t,x,y,z),h(t,\tau,x,y)$:

$$\left|F(t,x,y,z)\right|\le F_0(t)+g_0(t)|x|+g_1(t)|y|+g_2(t)|z|,$$
$$\left|h(t,\tau,x,y)\right|\le g_3(t,\tau)|x|+g_4(t,\tau)|y| \qquad (SN)$$

аткарылса. $F_0(t),\ g_k(t),\ g_v(t,\tau)$ $(k=0,1,2;\ v=0,1)$ – терс эмес функциялар.

4.2-маселесин изилдөөнүн методикасы 3.4-маселени изилдөөнүн методикасына аналогиялуу. Бул бөлүмдүн негизги жыйынтыктарын келтирели.

4.1-бөлүмү сыяктуу, ИДТга (4.12) $x'''(\tau)$ менен кандайдыр бир $H_3(t,\tau)$ кошумча ядросун “тараза” эрежесинин негизинде киргизели:

$$\sum_{k=0}^{2} Q_k(t,\tau)x^{(k)}(\tau)=\sum_{k=0}^{2} Q_k(t,\tau)x^{(k)}(\tau)+H_3(t,\tau)x'''(\tau)-H_3(t,\tau)x'''(\tau). \tag{4.13}$$

жана бөлүктөп интегралдап, төмөнкүнү алабыз

$$-\int_{t_0}^{t} H_3(t,\tau)x'''(\tau)d\tau=-H_3(t,t)x''(t)+H_3(t,t_0)x''(t_0)+\int_{t_0}^{t} H'_{3\tau}(t,\tau)x''(\tau)d\tau. \tag{4.14}$$

Анда (4.13) жана (4.14) негизинде ИДТдан (4.12) төмөнкүдөй төртүнчү тартиптеги жүктөлгөн ИДТны алабыз:

$$\begin{aligned}
&x^{(4)}(t)+a_3(t)x'''(t)+\left[a_2(t)-H_3(t,t)\right]x''(t)+\\
&+a_1(t)x'(t)+a_0(t)x(t)+\int_{t_0}^{t}\{Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)+\\
&+\left[Q_2(t,\tau)+H'_{3\tau}(t,\tau)\right]x''(\tau)+H_3(t,\tau)x'''(\tau)\}d\tau=\\
&=f(t)-H_3(t,t_0)x''(t_0)+F(t,x(t),x'(t),\int_{t_0}^{t}h(t,\tau,x(\tau),x'(\tau))d\tau),\quad t\ge t_0.
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Өзгөртүп түзүлгөн (4.15) ИДТга С. Искандаровдун (2006) стандарттык эмес өзгөртүүсүн жасайбыз: $x''(t)+\lambda^2x(t)=W(t)y(t)$ жана С. Искандаровго, Д.Н. Шабдановго (2007) аналогиялуу (4.15) ИДТны төмөнкү эквиваленттүү системага келтиребиз:

$$\begin{cases}
x''(t)+\lambda^2x(t)=W(t)y(t),\\
y''(t)+b_3(t)y'(t)+b_2(t)y(t)+b_1(t)x'(t)+b_0(t)x(t)+\\
+\int_{t_0}^{t}\left[T_0(t,\tau)x(\tau)+T_1(t,\tau)x'(\tau)+T_2(t,\tau)y(\tau)+K(t,\tau)y'(\tau)\right]d\tau=\\
=(W(t))^{-1}[f(t)-H_3(t,t_0)x''(t_0)]+\\
+(W(t))^{-1}F(t,x(t),x'(t),\int_{t_0}^{t}h(t,\tau,x(\tau),x'(\tau))d\tau),\quad t\ge t_0,
\end{cases} \tag{4.17}$$

мында

$$b_3(t)\equiv a_3(t)+2W'(t)(W(t))^{-1},$$
$$b_2(t)\equiv a_2(t)-H_3(t,t)-\lambda^2+a_3(t)W'(t)(W(t))^{-1}+W''(t)(W(t))^{-1},$$
$$b_1(t)\equiv[a_1(t)-\lambda^2 a_3(t)](W(t))^{-1},$$
$$b_0(t)\equiv[a_0(t)-\lambda^2 a_2(t)+\lambda^2 H_3(t,t)+\lambda^4](W(t))^{-1},$$
$$T_0(t,\tau)\equiv(W(t))^{-1}[Q_0(t,\tau)-\lambda^2 Q_2(t,\tau)-\lambda^2 H'_{3\tau}(t,\tau)],$$
$$T_1(t,\tau)\equiv(W(t))^{-1}[Q_1(t,\tau)-\lambda^2 H_3(t,\tau)],$$
$$T_2(t,\tau)\equiv(W(t))^{-1}[Q_2(t,\tau)W(\tau)+H'_{3\tau}(t,\tau)W(\tau)+H_3(t,\tau)W'(\tau)],$$
$$K(t,\tau)\equiv(W(t))^{-1}H_3(t,\tau)W(\tau).$$

(4.17) системасын изилдөө үчүн В. Вольтерранын (1976) теңдемелерди өзгөртүп түзүү методун колдонобуз: биринчи теңдемени $x'(t),$ ал эми экинчи теңдемени $y'(t)$ көбөйтөбүз. Андан кийин 3.1-бөлүмүнө аналогиялуу кесүүчү функциялар методун колдонуп, б.а. болжолдоолорду жана белгилөөлөрдү киргизебиз (С. Искандаров, 1980, 2002):

$$K(t,\tau)=\sum_{i=0}^{n}K_i(t,\tau), \quad (K), \qquad (W(t))^{-1}f(t)=\sum_{i=0}^{n}f_i(t), \quad (f)$$
$$R_i(t,\tau)\equiv K_i(t,\tau)\big(\psi_i(t)\psi_i(\tau)\big)^{-1},\ E_i(t)\equiv f_i(t)\big(\psi_i(t)\big)^{-1} \qquad (i=1..n),$$
$$R_i(t,t_0)=A_i(t)+B_i(t) \qquad (i=1..n), \qquad (R)$$

$\psi_i(t)$ $(i=1..n)$ – кандайдыр бир кесүүчү функциялар,
$c_i(t)$ $(i=1..n)$ – кандайдыр бир функциялар, С. Искандаровдун (Бишкек, 2003) доктордук диссертациясындагы 1.4, 1.5 леммаларды, Ю.А. Ведь, З. Пахыровдун (1973) интегралдык барабарсыздыктар методун колдонуп, төмөнкүдөй теореманы алабыз

4.2-ТЕОРЕМА. Төмөнкү шарттар 1) $\lambda\neq 0, W(t)>0,$ *(SN), (K), (f), (R);*
2) $b_3(t)\geq 0;$ 3) $b_2(t)\geq b_{20}>0,\ 0\leq b_2^*(t)\in L^1(I,R_+)\ \ b_2'(t)\leq b_2^*(t)b_2(t);$
4) $A_i(t)\geq 0,\ B_i(t)\geq 0,\ B_i'(t)\leq 0,\ R'_{i\tau}(t,\tau)\geq 0,\quad A_i^*(t)\in L^1(I,R_+),\ c_i(t),\ R_i^*(t)\in L^1(I,R_+)$
$A_i'(t)\leq A_i^*(t)A_i(t),$
$(E_i^{(k)}(t))^2\leq B_i^{(k)}(t)c_i^{(k)}(t)$ $(i=1..n;\ k=0,1);$

5) $$W(t)+|f_0(t)|+(W(t))^{-1}|H_3(t,t_0)|+|b_k(t)|+\int_{t_0}^{t}\Big[|T_j(t,\tau)|+|K_0(t,\tau)|\Big]d\tau+$$
$$+(W(t))^{-1}\{F_0(t)+g_k(t)+\int_{t_0}^{t}g_2(t)[g_3(t,\tau)+g_4(t,\tau)]d\tau\}\in L^1(I,R_+\setminus\{0\})$$

$(k=0,1;\ j=0,1,2)$ аткарылса, анда системанын (4.17) $(x(t),y(t))$ каалагандай чыгарылыштары үчүн төмөнкүдөй тыянактар туура болот:

$$x^{(k)}(t)=O(1) \qquad (k=0,1), \qquad y^{(k)}(t)=O(1) \qquad (k=0,1),$$

андан сырткары, 6) $W^{(k)}(t) = O(1)\ (k = 0,1)$ болсо, анда ИДТнын (4.12) каалагандай $x(t)$ чечими үчүн: $x^{(v)}(t) = O(1)\ (v = 0,1,2,3)$, болот, б.а. ИДТнын(4.12) каалагандай чечими турумдуу.

4.3-бөлүмдө 4.3-маселеси чечилген, б.а. 3.1, 3.3, 4.1 маселелерин изилдөө методикасы өнүктүрүлүп, Вольтерра тибиндеги бешинчи тартиптеги сызыктуу ИДТнын чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугунун жетиштүү шарттары табылат:

$$x^{(5)}(t) + a_4(t)x^{(4)}(t) + a_3(t)x'''(t) + a_2(t)x''(t) + a_1(t)x'(t) + a_0(t)x(t) +$$
$$+\int_{t_0}^{t}\left[Q_0(t,\tau)x(\tau) + Q_1(t,\tau)x'(\tau) + Q_2(t,\tau)x''(\tau) + Q_3(t,\tau)x'''(\tau)\right]d\tau = \qquad (4.22)$$
$$= f(t), \quad t \ge t_0$$

$Q_k(t,\tau)\ (k = 0,1,2,3)$ кичине эмес ядролор болгон учурунда:

$$\int_{t_0}^{\infty}\int_{t_0}^{t}\left|Q_k(t,\tau)\right|d\tau dt = \infty \quad (k = 0,1,2,3). \qquad (Q_{k3})$$

Белгилей кетсек, 4.3-маселеси үчүн 3.1, 3.3, 4.1 маселелерин изилдөө методикасын өнүктүрүү төмөнкүдөй болот: ИДТга (4.22) $x^{(4)}(\tau)$ менен кандайдыр бир $H_4(t,\tau)$ кошумча ядрону киргизебиз:

$$\sum_{k=0}^{3}Q_k(t,\tau)x^{(k)}(\tau) = \sum_{k=0}^{3}Q_k(t,\tau)x^{(k)}(\tau) + H_4(t,\tau)x^{(4)}(\tau) - H_4(t,\tau)x^{(4)}(\tau) \qquad (4.23)$$

бөлүктөп интегралдайбыз:

$$-\int_{t_0}^{t}H_4(t,\tau)x^{(4)}(\tau)d\tau = -H_4(t,t)x'''(t) + H_4(t,t_0)x'''(t_0) + \int_{t_0}^{t}H'_{4\tau}(t,\tau)x'''(\tau)d\tau. \qquad (4.24)$$

Анда (4.23) жана (4.24) негизинде ИДТдан (4.22) төмөнкүдөй жүктөлгөн ИДТны алабыз:

$$x^{(5)}(t) + a_4(t)x^{(4)}(t) + \left[a_3(t) - H_4(t,t)\right]x'''(t) +$$
$$+a_2(t)x''(t) + a_1(t)x'(t) + a_0(t)x(t) +$$
$$+\int_{t_0}^{t}\{Q_0(t,\tau)x(\tau) + Q_1(t,\tau)x'(\tau) + Q_2(t,\tau)x''(\tau) + \qquad (4.25)$$
$$+\left[Q_3(t,\tau) + H'_{4\tau}(t,\tau)\right]x'''(\tau) + H_4(t,\tau)x^{(4)}(\tau)\}d\tau = f(t) - H_4(t,t_0)x'''(t_0).$$

ИДТга (4.25) 4.1-бөлүмдөгүдөй системага келтирүүчү стандарттык эмес методун колдонуп, төмөнкү стандарттык эмес өзгөртүүнү жасайбыз (С. Искандаров, 2012): $x'''(t) + px''(t) + qx'(t) + rx(t) = W(t)y(t)$. Андан кийин биринчи теңдемени, б.а. эквиваленттик системадагы үчүнчү тартиптеги ДТны теңдемени квадартка көтөрүү методу менен, ал эми экинчи теңдемени, б.а.

экинчи тартиптеги ИДТны В. Вольтерранын теңдемелерди өзгөртүп түзүү методу ($y'(t)$ көбөйтөбүз) жана кесүүчү функциялар методу менен изилдейбиз.

4.4-бөлүмдө 4.4-маселеси чечилген, б.а. Вольтерра тибиндеги бешинчи тартиптеги ИДТнын чыгарылыштарынын турумдуулугунун жетиштүү шарттары табылат:

$$x^{(5)}(t)+\sum_{k=0}^{4}a_k(t)x^{(k)}(t)+\int_{t_0}^{t}\sum_{j=0}^{3}Q_j(t,\tau)x^{(j)}(\tau)d\tau = \\ = f(t)+F(t,x(t),x'(t),\int_{t_0}^{t}h(t,\tau,x(\tau),x'(\tau))d\tau), \quad t\ge t_0 \qquad (4.36)$$

$Q_j(t,\tau)$ $(j=0,1,2,3)$ кичине эмес ядролор болгон учурунда б. а. (Q_{k3}) шарты жана сызыктуу сымалдуулук шарты:

$$|F(t,x,u,\vartheta)|\le F_0(t)+g_0(t)|x|+g_1(t)|u|+g_2(t)|\vartheta|, \\ |h(t,\tau,x,u)|\le g_3(t,\tau)|x|+g_4(t,\tau)|u| \qquad (CH)$$

аткарылса. $F_0(t),\ g_0(t),\ g_1(t), g_2(t),\ g_3(t,\tau), g_4(t,\tau)$ – терс эмес функциялар.

4.4-маселесин изилдөөнүн методикасы 3.4-,4.2-маселелерди изилдөөнүн методикасына аналогиялуу. Бул учурда 4.3-бөлүмү сыяктуу, $x^{(4)}(\tau)$ менен кандайдыр бир $H_4(t,\tau)$ кошумча ядросу (4.23) эрежесинин негизинде киргизилип, бөлүктөп интегралдоо жүргүзүлөт (4.24) жана алынган бешинчи тартиптеги ИДТга С. Искандаров (2007) боюнча стандарттык эмес өзгөртүүлөр киргизелет: $x''(t)+\lambda^2x(t)=W_1(t)y(t),\ y''(t)+\mu^2y(t)=W_2(t)z(t)$, анын негизинде бешинчи тартиптеги жүктөлгөн ИДТ үч теңдемеден турган эквиваленттүү системага келтирилет: $x(t)$ жана $y(t)$ үчүн эки ДТдан турган, ал эми $z(t)$ үчүн бир ИДТдан турган. Андан кийин 3.1-бөлүмдөгүдөй кылып, бул системаны В. Вольтерранын (1976) теңдемелерди өзгөртүп түзүү методу менен изилдейбиз, биринчи теңдемени $x'(t)$, экинчи теңдемени $y'(t)$, ал эми үчүнчү теңдемени $z(t)$ көбөйтүп, кесүүчү функциялар методун жана интегралдык барабарсыздыктар методун өнүктүрөбүз.

КОРУТУНДУ

Диссертациялык иште Вольтерра тибиндеги экинчи тартиптеги сызыктуу ИДТнын чыгарылыштарынын жарым окто ага тиешелүү болгон экинчи тартиптеги ДТнин чыгарылыштары асимптотикалык турумдуу болбой калуу учурунда асимптотикалык турумдуулугунун; белгисиз функцияны камтыган Вольтерра тибиндеги кичине эмес ядролуу экинчи жана үчүнчү тартиптеги сызыктуу ИДТлардын чыгарылыштарынын турумдуулугунун; Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу үчүнчү, төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу ИДТлардын чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугунун; Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу сымал ИДТлардын чыгарылыштарынын турумдуулугунун жетиштүү шарттары табылды.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. **Абдирайимова, Н.А.** Об асимптотической устойчивости решений линейного вольтеррова интегро-дифференциального уравнения третьего порядка с неполными ядрами [Текст] / С. Искандаров, Н.А. Абдирайимова // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – Новосибирск, 2020. – № 2-1 (41). – С. 179-184. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42542802
2. **Абдирайимова, Н.А.** О влиянии интегральных возмущений на асимптотическую устойчивость решений линейнего дифференциального уравнения второго порядка [Текст] / С. Искандаров, Н.А. Абдирайимова // Український математичний вісник. – Славянск, 2020. – Т.17, №2. – С. 188-195. https://drive.google.com/file/d/1SpBkl_xBjtcQ2RLvGmPJx1LE1zcXZGbz
3. **Abdiraiimova, N.A**. On the influence of integral perturbations to the asymptotic stability of solutions of a second-order linear differential equation [Текст] / S. Iskandarov, N.A Abdiraiimova // Journal of Mathematical Sciences. – New York, 2020. – Vol. 249, N 5. – P. 733-738. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45347608
4. **Абдирайимова, Н.А.** Об асимптотической устойчивости решений линейного вольтеррова интегро-дифференциального уравнения четвертого порядка с неполными ядрами [Текст] / С. Искандаров, Н.А. Абдирайимова // Вестник КРСУ. – Бишкек, 2020. – Т.20, №12. – С. 23-29. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44744331
5. **Абдирайимова, Н.А.** Достаточные признаки устойчивости решений слабо нелинейного вольтеррова интегро-дифференциального уравнения второго порядка с неполными ядрами на полуоси [Текст] / Н.А. Абдирайимова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2021. – №1 – С. 12-18. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46561743
6. **Абдирайимова, Н.А.** Метод вспомогательных ядер и устойчивость решений слабо нелинейного вольтеррова интегро-дифференциального уравнения четвертого порядка с неполными ядрами [Текст] / С. Искандаров, Н.А. Абдирайимова // Вестник ОшГУ. – Ош, 2021. – №1 – С. 46-54. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46561747
7. **Абдирайимова, Н.А.** Метод вспомогательных ядер и устойчивость решений слабо нелинейного вольтеррова интегро-дифференциального уравнения третьего порядка с неполными ядрами [Текст] / С. Искандаров, Н.А. Абдирайимова // Вестник КРСУ. – Бишкек, 2021. – Т.21, №4. – С. 3-9. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45932543

8. **Абдирайимова, Н.А.** Метод вспомогательных ядер и устойчивость решений слабо нелинейного вольтеррова интегро-дифференциального уравнения пятого порядка с неполными ядрами[Текст] / Н.А. Абдирайимова // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2021. – № 4. – С. 3-9. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47128665
9. **Abdiraiimova, N.A.** Sufficient conditions for the asymptotic stability of solutions of the linear Volterra integro-differential equation of the fifth order with incomplete kernels [Текст] / N.A. Abdiraiimova // Herald of Institute of Mathematics of NAS of KR. – Bishkek, 2021. – N 1. – P. 59-69. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49330036

Абдирайимова Назигай Абдинабиевнанын “Кошумча ядролор методу жана вольтерралык интегро-дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарынын жарым октогу асимптотикалык касиеттери” деген темада 01.01.02 – дифференциалык тендемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: Вольтерра тибиндеги интегро-дифференциалдык теңдеме (ИДТ), турумдуулук, асимптотикалык турумдуулук, интегралдык козголуулардын таасири, кошумча функциялар методу.

Изилдөөнүн объектиси: Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу жарым октогу экинчи, үчүнчү, төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу жана сызыктуу сымал ИДТлар.

Изилдөөнүн предмети: чыгарылыштардын асимптотикалык турумдуулугу жана турумдуулугу, интегралдык козголуулардын таасири.

Изилдөөнүн максаты: Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу экинчи, үчүнчү, төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу жана сызыктуу сымал ИДТлардын чыгарылыштарынын жарым октогу асимптотикалык турумдуулугунун жана турумдуулугунун жетиштүү шарттарын алуу.

Изилдөө методдору: кошумча ядролор методу өнүктүрүлөт жана төмөнкүлөр колдонулат: системага келтирүүчү стандарттык эмес методунун түрдүү варианттары; В. Вольтерранын теңдемелерди өзгөртүп түзүү методу; кесүүчү функциялар методу; жекече кесүү методу; теңдемелерди квадратка көтөрүү методу; интегралдык барабарсыздыктар методу, ошондой эле Люстерник-Соболевдин леммасы.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы: Вольтерра тибиндеги экинчи тартиптеги сызыктуу ИДТнын чыгарылыштарынын ага тиешелүү болгон экинчи тартиптеги ДТнин чыгарылыштары асимптотикалык турумдуу болбой калуу учурунда

асимптотикалык турумдуулугунун; Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу үчүнчү, төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу ИДТлардын чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугунун; Вольтерра тибиндеги толук эмес ядролуу экинчи, үчүнчү, төртүнчү жана бешинчи тартиптеги сызыктуу сымал ИДТлардын чыгарылыштарынын турумдуулугунун жетиштүү шарттары табылды.

Алынган жыйынтыктардын теориялык жана практикалык маанилүүлүгү: Алынган жыйынтыктар Вольтерра тибиндеги толук эмес жана кичине эмес ядролуу жаңы класстардагы жогорку тартиптеги ИДТлардын чыгарылыштарынын турумдуулугун жана асимптотикалык турумдуулугун жана кээ бир эс тутуму бар чөйрөдөгү процесстердин турумдуулугун изилдөөдө колдонулат.

РЕЗЮМЕ

диссертации Абдирайимовой Назигай Абдинабиевны на тему: “Метод вспомогательных ядер и асимптотические свойства решений вольтерровых интегро-дифференциальных уравнений на полуоси” на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: Интегро-дифференциальное уравнение (ИДУ) типа Вольтерра, устойчивость, асимптотическая устойчивость, влияние интегральных возмущений, метод вспомогательных функций.

Объект исследования: Линейные и слабо нелинейные ИДУ второго, третьего, четвертого и пятого порядков типа Вольтерра с неполными и немалыми ядрами на полуоси.

Предмет исследования: Асимптотическая устойчивость и устойчивость решений, влияние интегральных возмущений.

Цель исследования: Получить достаточные условия асимптотической устойчивости и устойчивости решений линейных и слабо нелинейных ИДУ второго, третьего, четвертого и пятого порядков типа Вольтерра с неполными и немалыми ядрами на полуоси.

Методы исследования: Развивается метод вспомогательных ядер и используются: различные варианты нестандартного метода сведения к системе; метод преобразования уравнений В. Вольтерра; метод срезывающих функций; метод частичного срезывание; метод возведения уравнений в квадрат; метод интегрирования по частям; метод интегральных неравенств, а также лемма Люстерника-Соболева.

Научная новизна исследования: Установлены достаточные условия асимптотической устойчивости решений линейного ИДУ второго порядка типа Вольтерра в случае, когда решения соответствующего линейного дифференциального уравнения второго порядка могут быть асимптотически неустойчивыми; устойчивости решений слабо нелинейного ИДУ второго

порядка типа Вольтерра с немалым ядром при неизвестной функции; асимптотической устойчивости решений линейных ИДУ третьего, четвертого и пятого порядков типа Вольтерра с неполными и немалыми ядрами; устойчивости решений слабо нелинейного ИДУ третьего порядка типа Вольтерра с немалым ядром при неизвестной функции; устойчивости решений слабо нелинейных ИДУ четвертого и пятого порядков типа Вольтерра с неполными и немалыми ядрами.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов: Полученные результаты могут быть использованы при исследовании устойчивости и асимптотической устойчивости решений новых классов ИДУ типа Вольтерра высоких порядков с неполными и немалыми ядрами на полуоси и некоторых процессов в средах с памятью.

SUMMARY

dissertation "The method of auxiliary kernels and asymptotic properties of solutions of Volterra integro-differential equations on the semi-axis " of Abdiraiimova Nazigai Abdinabievna is submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences by the specialty 01.01.02 – differential equations, dynamical systems and optimal control

Key words: Volterra type integro-differential equation, stability, asymptotic stability, influence of integral perturbations, auxiliary function method.

Object of research: Linear and weakly nonlinear Volterra type IDEs of the second, third, fourth and fifth orders with incomplete and no small kernels on the semi-axis.

Subject of research: Asymptotic stability and stability of solutions influence of integral perturbations.

Purpose of the study: Obtain sufficient conditions for the asymptotic stability and stability of solutions of linear and weakly nonlinear IDEs of the second, third, fourth and fifth orders of the Volterra type with incomplete and non-small kernels on the semi-axis.

Research methods: The method of auxiliary kernels is being developed and the following are used: various variants of the non-standard method of reduction to a system; method of transformation of equations by V. Volterra; method of cutting functions; partial cutting method; method of squaring equations; method of integration by parts; the method of integral inequalities, as well as the Lyusternik-Sobolev’s lemma.

Scientific novelty of the research: Sufficient conditions are established for the asymptotic stability of solutions to a second-order linear IDE of the Volterra type in the case when solutions to the corresponding second-order linear DE can be asymptotically unstable; stability of solutions of a weakly nonlinear second-order IDE of the Volterra type with a non-small kernel for an unknown function; asymptotic stability of solutions of linear IDEs of the third, fourth and fifth orders of the Volterra type with incomplete and non-small kernels; stability of solutions of a weakly nonlinear

third-order IDE of the Volterra type with a non-small kernel for an unknown function; stability of solutions to weakly nonlinear IDEs of the fourth and fifth orders of the Volterra type with incomplete and non-small kernels.

Theoretical and practical significance of the results obtained: The results obtained can be used in studying the stability and asymptotic stability of solutions of new classes of high-order Volterra-type IDEs with incomplete and non-small kernels on the half-line and of some processes in environment with memory.

БЕЛГИЛӨӨЛӨРДҮН ЖАНА КЫСКАРТУУЛАРДЫН ТИЗМЕСИ:

- $I=[t_0,\infty)$, $t_0\in R$; $t\ge t_0$ белигилөөсү $t\in I$ жарым ок экендигин түшүндүрөт;
- $L^1(I,R_+)$ жарым окто интегралдануучу терс эмес функциялардын мейкиндиги б.а. $x(t)\in L^1(I,R_+)\Leftrightarrow x(t)\ge 0,\ \int\limits_{t_0}^{\infty}x(t)\,dt<\infty$.
- $|x(t)|\le M$ болгондо $x(t)=O(1),\ t\in I\Leftrightarrow\exists\ const\,M>0$ шарты аткарылат. Бул учурда $x(t)$ функциясы I жарым интервалында чектелген болот;
- ИДТ – интегро-дифференциалдык теңдеме.
- ДТ – дифференциалдык теңдеме.
- Эгерде $g(t)\in L^1(I,R)$ болсо, б .а. $\int\limits_{t_0}^{\infty}|g(t)|dt<\infty$ шарты аткарылса, анда $g(t)\in C(I,R)$ функциясы кичине функция деп аталат. Эгерде $\int\limits_{t_0}^{\infty}|g(t)|dt=\infty$ болсо, анда $g(t)\in C(I,R)$ функциясы кичине эмес функция деп аталат б.а. $g(t)\,\overline{\in}\,L^1(I,R)\Leftrightarrow g(t)\notin L^1(I,R)$. $G(t,\tau)$ $t\ge\tau\ge t_0$ үзүлтүксүз функциясы үчүн $\int\limits_{t_0}^{\infty}\int\limits_{t_0}^{t}|G(t,\tau)|d\tau dt=\infty$ шарты аткарылса, анда ал кичине эмес функция деп аталат.
- Эгерде k-тартиптеги бир тектүү сызыктуу ИДТнын бардык чыгарылыштары жана анын ($k-1$)-тартибине чейинки туундусу (($k-1$) кошо) I жарым интервалында чектелсе, бул анын чыгарылышынын турумдуулугун түшүндүрөт.
- k-тартиптеги бир тектүү сызыктуу ИДТнын бардык чыгарылыштары жана анын $(k-1)$-тартибине чейинки туундусу (($k-1$) кошо) $t\to\infty$ учурда нөлгө умтулса, бул анын чыгарылышынын асимптотикалык турумдуулугун (кыскача: АТ) түшүндүрөт.

Басууга кол коюлду:	25.01.2023
Форматы 60х84 1х16.	Шарттуу: 1,5 б.т.
Буйрутма №___.	Нускасы 100 даана.

ОшМУнун "Билим" редакциялык-басма бөлүмү
Ош ш., Ленин көчөсү 331.