МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И ИННОВАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ФЕРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции на тему

«СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И СМЕЖНЫХ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ»

I

Фергана, 16-17 май, 2025 год

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

FARG'ONA DAVLAT UNIVERSITETI

O'zR FA V.I.ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI

DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA MATEMATIKANING TURDOSH BO'LIMLARI ZAMONAVIY MUAMMOLARI

mavzusidagi Respublika ilmiy anjumani

T E Z I S L A R   T O' P L A M I

Farg'ona, 2025 - yil 16 - 17 - may

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И ИННОВАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ФЕРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

Т Е З И С Ы   Д О К Л А Д О В

Республиканской научной конференции на тему

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И СМЕЖНЫХ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ

Фергана, 16-17 май, 2025 год

I

Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики: тезисы докладов Республиканской научной конференции (16-17 мая 2025 года, г.Фергана, Узбекистан). – Фергана. 2025. – 303 с.

Тезисы докладов Республиканской научной конференции "**Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики**" содержат научные доклады по следующим направлениям: вырождающиеся уравнения и уравнения смешанного типа; неклассические уравнения математической физики; динамические системы и оптимальное управление; алгебра, анализ, геометрия и теория вероятностей; прикладная математика и информатика; методика преподавания математики и информатики.

Данная конференция организована на основании приказа №490 Министра высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан от 24 декабря 2024 года.

Организационный комитет

Шермухаммадов Б.Ш.	- председатель, ректор ФерГУ.
Аюпов Ш.А.	- сопредседатель, академик АН РУз., Президент АН РУз.
Азамов А.	- сопредседатель, академик АН РУз.
Ахмадалиев Ю.И.	- зам. председателя, проректор по научной работе и инновациям ФерГУ.
Бакиров Т.Ю.	- зам. председателя, декан физико-математического факультета ФерГУ.

Члены оргкомитета

Абдукодиров А.Т. (г.Фергана)	Арзикулов Ф.Н. (г.Андижан)
Азизов Э.Ю. (г.Фергана)	Ахлимирзаев А. (г.Андижан)
Апаков Ю.П. (г.Наманган)	Бердышев А.С. (г.Алматы)
Гозиев К.С. (г.Фергана)	Рахимов К.О. (г.Фергана)
Зуннунов Р.Т. (г.Ташкент)	Рахматуллаев М.М. (г.Наманган)
Ибайдуллаев Т.Т. (г.Андижан)	Тожибоев И.Т. (г.Фергана)
Кадиркулов Б.Ж. (г.Ташкент)	Хакимов Р.М. (г.Наманган)
Каримов К.Т. (г.Фергана)	Халилов К.С. (г.Фергана)
Каримов Ш.Т. (г.Фергана)	Хасанов А. (г.Ташкент)
Каримов Э.Т. (г.Ташкент)	Хасанов А.Б.(г.Самарканд)
Кодиров К.Р. (г.Фергана)	Хонкулов У.Х. (г.Фергана)
Мамажонов Ж.Д. (г.Фергана)	Эргашев Т.Г. (г.Ташкент)
Мирсабуров М. (г.Термез)	Юлдашев Т.К. (г.Ташкент)

Программный комитет

Алимов Ш.А.	- председатель, академик АН РУз (Узбекистан)
Ашуров Р.Р.	- сопредседатель, профессор (Узбекистан)
Каримов Ш.Т.	- зам. председателя, профессор (Узбекистан)

Члены программного комитета

СОДЕРЖАНИЕ

НЕКЛАССИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

$\Omega_2 = \Omega \cap \{y < 0,\, x + y < 0\}$, $D_j = \Omega_j \times (0, c)$, $j = \overline{0,2}$, $OP = \Omega \cap (y = 0)$, $OQ = \{(x,y) : x + y = 0,\, 0 < x < 1/2\}$, $OM = \{(x,y) : x = 0, 0 < y < 1\}$, $OM^* = MM^* \backslash \overline{OM}$, $O(0,0)$, $M(0,1)$, $M^*(0,-1)$, причем здесь $\gamma = const \in R$, $0 < \gamma < 1/2$.

В области D уравнения (1) принадлежит смешанному типу, а именно: в области D_0- эллиптическому типу, а в областях D_1 и D_2- гиперболическому типу. Прямоугольник $OP \times (0, c)$ являются плоскостями изменения типа уравнения.

Заметим, что область D_0 удобнее определить в цилиндрических координатах (r, φ, z) в следующем виде: $D_0 = \{(r, \varphi, z) : r \in (0,1), \varphi \in (0, \pi/2), z \in (0, c)\}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}, \varphi = arctg\,(y/x)$.

Для уравнения (1) в области D исследуем следующую задачу:

Задача $\mathbf{F}^{(2)}$. Найти функцию $U(x,y,z)$, удовлетворяющую в области D уравнению (1) и следующим условиям:

$$U(x,y,z) \in C\left(\bar{D}\right) \cap C^{2,2,2}_{x,y,z}(D_0 \cup D_1 \cup D_2),$$

$$U(x,y,z)|_{x=\cos\varphi,\, y=\sin\varphi} = f(\varphi, z),\ \ \varphi \in (0, \pi/2),\ \ z \in (0,c),$$

$$U(0,y,z) = 0,\ y \in [0,1],\ z \in [0,c],$$

$$U_x(x,y,z)|_{x=0} = U_x(x,-y,z)|_{x=0},\ \ y \in (0,1),\ \ z \in (0,c),$$

$$U(x,y,z)|_{z=0} = U(x,y,z)|_{z=c} = 0,\ \ \ (x,y) \in \Omega,$$

а также условию склеивания

$$\lim_{y \to -0} U_y(x,y,z) = \lim_{y \to +0} U_y(x,y,z),\ \ \ x \in (0,1),\ \ z \in (0,c),$$

где $f(\varphi, z)-$ заданная функция.

Подобные задача при $\gamma = 0$ и $\gamma \neq 0$ исследованы в работах [1] и [2] соответственно.

Литература

1. **Moiseev E.I., Nefedov P.V.** *Frankl problem for the Lavrent'ev-Bitsadze equation in a 3D-domain.* Integral Transforms and Special Functions, 2013, Vol. 24, Issue 7. P. 554-560.

2. **Каримов К.Т., Шокиров А.М.** *Задача Франкля для уравнения с сингулярным коэффициентом в трехмерноой области.* Материалы международной научной конференции Уфимская осенняя математическая школа. 2-5 октября 2024 года, УФА, -с. 90-91.

UDK 517.95

Задача Дарбу для уравнения Буссинеска-Лява с оператором Бесселя

Каримов Ш. Т.[1], Орипов Ш. А.[1], **Орозов М. О.** [2],
[1] Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан;
[2] Ошский государственный университет, Ош, Кыргызская Республика;
shaxkarimov@gmail.com
shoripov1991@gmail.com

При рассмотрении ряда практически важных физических задач возникают неклассические дифференциальные уравнения. Неклассическим называют те модели математической физики, чьи представление в виде уравнений или систем уравнений в частных производных не укладываются в рамках одного из классических типов - эллиптического, параболического или гиперболического. В частности, к неклассическим относятся модели, описывающие уравнением смешанного типа (уравнения Трикоми, Геллерстедт), вырождающимся уравнениями (например уравнение Келдыша) или уравнениями Соболевского типа (напр. уравнение Баренблата- Желтова-Кочиной).

Уравнение Соболевского типа, иначе уравнениями, неразрешчнные относительно старшей производной, после известной работы Соболева [1] являются объектом исследования для многих авторов. Обзор этих работ можно найти в монографиях [2-4].

Важным классом уравнений Соболевского типа является уравнение Буссинеска-Лява четвертого порядка:

$$\Delta_x u_{yy}(x,y) - u_{yy} + \Delta_x u(x,y) = 0 \tag{1}$$

которое описывает процесс нестационарного движения вязкой стратифицированной жидкости в приближении Буссинеска, где Δ_x – многомерный оператор Лапласа. Исследованию задачи Коши, смешанных и обратных задач для уравнений Буссинеска-Лява посвящены работы С.А.Габова, А.Г. Свешникова, М.О. Корпусова, А.Б.Альшина, Ю.Д. Плетнера, А.И.Кожанова, В.И.Жегалова, А.Н.Миронова, Е.А.Уткиной и других.

Данная работа посвящена изучению вопросов разрешимости в классическом смысле аналога задачи Дарбу для уравнения

$$L_\alpha(u) = \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{2\alpha}{x}\frac{\partial u}{\partial x} - u\right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{2\alpha}{x}\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{2}$$

где $\alpha \in R$, причем $0 < \alpha < 1/2$.

Параметр α входящие в уравнение (2), определяет порядок сингулярности уравнения и задач с ним связанных. При $\alpha = 0$ уравнение (2) переходит в одномерное уравнение Буссинеска-Лява (2), а при $\alpha = (m-1)/2$ получим осесимметричный случай уравнения (2), причем в последней случае переменное x выполняет роль переменной $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + ... + x_m^2}$ в сферической системе координат.

Известно, что вырождающиеся и сингулярные уравнения второго порядка обладают той особенностью, что для них не всегда имеет место корректность классических задач. На постановку задачи существенно влияют младшие коэффициенты. Такие вопросы для уравнений высокого порядка с сингулярными коэффициентами почти не исследованы. Уравнение (2) по классификации работы [5], принадлежит гиперболическому типу. Прямые $x = const$, $y = const$ являются действительными двукратными характеристиками.

В треугольнике Ω, ограниченной отрезками AC иBC характеристик $x = 0$, $y = h$ ($h > 0$) уравнения (2) и отрезками AB прямой $y = x$, рассмотрим задачу Дарбу.

Задача Дарбу. Найти в области Ω решение уравнения (2), удовлетворяющее условиям

$$u(0,y) = \varphi(y), \quad u_x|_{AB} = \nu_1(x), \quad u_{xy}|_{AB} = \nu_2(x), \qquad u_{xxy}|_{AB} = \nu_3(x)$$

где $\varphi(y)$, $\nu_k(x)$ $(k = \overline{1,3})$ - заданные гладкие функции.

Данная задача ранее не исследована. Исследованием различных задач для одномерного общего линейного уравнения типа (2) со старшей производной u_{xxyy} и с гладкими коэффициентами занимались А.П. Солдатов, М.Х.Шхануков, В.И.Жегалов, А.Н.Миронов, Е.А.Уткина, A.Maher и другие.

Литература

1. **Соболев С.Л.** *Об одной краевой задаче математической физики.* Известия АН СССР, Серия Матем. 1954, Т.18, No 4, С. 3-50.
2. **Kozhanov A.I.** *Composite Type Equations and Inverse Problems.* – Utrecht. 1999.
3. **Егоров И.Е., Пятков С.Г., Попов С.В.** *Неклассические дифференциально-операторные уравнения.* – Новосибирск, Наука, 2000.
4. **Свешников А.Г., Альшин А.Б., Корпусов М.Ю., Плетнер Ю.Д.** *Линейные и нелинейные уравнения Соболевского типа.* – М.: Физматлит, 2007.
5. **Джураев Т.Д., Сопуев А.** *К теории дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка.* – Ташкент: ФАН, 2000, С. 144.

УДК 517.95

Об одной краевои задаче для гиперболического уравнения второго рода, вырождающегося внутри характеристического четырехугольника

Комилова Н.
Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан;
nigora.komilova@bk.ru

Рассмотрим уравнение

$$x^n u_{xx} - |y|^m u_{yy} = 0, \ \ x \geq 0, \ \ 0 \leq n < m < 1, \tag{1}$$

где $m = m_1, \ n = n_1$ при $y > 0$ и $m = m_2, \ n = n_2$ при $y < 0$, в конечной области Ω, ограниченной характеристиками

$$AC : \frac{2}{2-n_1} x^{\frac{2-n_1}{2}} - \frac{2}{2-m_1} y^{\frac{2-m_1}{2}} = 0, \quad BC : \frac{2}{2-n_1} x^{\frac{2-n_1}{2}} + \frac{2}{2-m_1} y^{\frac{2-m_1}{2}} = 1,$$

$$AD : \frac{2}{2-n_2} x^{\frac{2-n_2}{2}} - \frac{2}{2-m_2} (-y)^{\frac{2-m_2}{2}} = 0, \quad BD : \frac{2}{2-n_2} x^{\frac{2-n_2}{2}} + \frac{2}{2-m_2} (-y)^{\frac{2-m_2}{2}} = 1$$

уравнения (1).

Пусть $\Omega^+ = \Omega \cap (y > 0), \ \Omega^- = \Omega \cap (y < 0), \ I$ – интервал $0 < x < 1$ прямой $y = 0$, а

$$u(x,y) = \begin{cases} u^+(x,y), & (x,y) \in \Omega^+ \\ u^-(x,y), & (x,y) \in \Omega^- \end{cases}$$

Известно, что решение задачи Коши для уравнения (1) в области $\Omega^{\pm}$ имеет вид [1]

$$u^{\pm}(x, \ y) = 2(1+2p)\gamma_1 x^{n/4} \int_0^1 z^p (1-z)^p t^q F(q, 1-p; p; \theta) \tau_{\pm}(t) dz$$