

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ,
НАУКИ И ИННОВАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН**

ФЕРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО**



ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции на тему

**«СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ И СМЕЖНЫХ РАЗДЕЛОВ
МАТЕМАТИКИ»**



Фергана, 16-17 май, 2025 год

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA
INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

FARG'ONA DAVLAT UNIVERSITETI

O'ZR FA V.I.ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA
INSTITUTI

DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA
MATEMATIKANING TURDOSH
BO'LIMLARI ZAMONAVIY
MUAMMOLARI

mavzusidagi Respublika ilmiy anjumani

T E Z I S L A R T O ' P L A M I

Farg'ona, 2025 - yil 16 - 17 - may

-----◇-----

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И
ИННОВАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ФЕРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

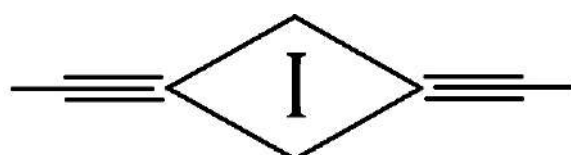
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ
В.И.РОМАНОВСКОГО АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

T E Z I S Y D O K L A D O V

Республиканской научной конференции на тему

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И
СМЕЖНЫХ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ

Фергана, 16-17 май, 2025 год



Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики: тезисы докладов Республиканской научной конференции (16-17 мая 2025 года, г.Фергана, Узбекистан). – Фергана. 2025. – 303 с.

Тезисы докладов Республиканской научной конференции "Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики" содержат научные доклады по следующим направлениям: вырождающиеся уравнения и уравнения смешанного типа; неклассические уравнения математической физики; динамические системы и оптимальное управление; алгебра, анализ, геометрия и теория вероятностей; прикладная математика и информатика; методика преподавания математики и информатики.

Данная конференция организована на основании приказа №490 Министра высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан от 24 декабря 2024 года.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

профессор Арипов М.М.	профессор Ходжибаев В.Р.
профессор Ашуров Р.Р.	доцент Гозиев К.С.
профессор Артыкбаев А.	доцент Ибайдуллаев Т.
профессор Арзикулов Ф.Н.	доцент Каримов К.Т.
профессор Ахлимирзаев А.	доцент Кодиров К.Р.
профессор Каримов Э.Т.	доцент Рахимов К.О.
профессор Каримов Ш.Т.	доцент Рузалиев Ш.А.
профессор Хасанов А.	доцент Халилов К.С.

Ответственные за выпуск:

к.ф.-м.н., доцент	Хайдаров И.У.
к.ф.-м.н., доцент	Тожибоев И.Т.
PhD по ф.-м. н.	Маманазаров А.О.
PhD по ф.-м. н.	Усмонов Д.А.
	Турдиев Х.Н.
	Орипов Д.Д.

Организационный комитет

- Шермухаммадов Б.Ш. - председатель, ректор ФерГУ.
Аюпов Ш.А. - сопредседатель, академик АН РУз., Президент АН РУз.
Азамов А. - сопредседатель, академик АН РУз.
Ахмадалиев Ю.И. - зам. председателя, проректор по научной работе и инновациям ФерГУ.
Бакиров Т.Ю. - зам. председателя, декан физико-математического факультета ФерГУ.

Члены оргкомитета

- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| Абдукодиров А.Т. (г.Фергана) | Арзикулов Ф.Н. (г.Андижан) |
| Азизов Э.Ю. (г.Фергана) | Ахлимирзаев А. (г.Андижан) |
| Апаков Ю.П. (г.Наманган) | Бердышев А.С. (г.Алматы) |
| Гозиев К.С. (г.Фергана) | Рахимов К.О. (г.Фергана) |
| Зуннунов Р.Т. (г.Ташкент) | Рахматуллаев М.М. (г.Наманган) |
| Ибайдуллаев Т.Т. (г.Андижан) | Тожибоев И.Т. (г.Фергана) |
| Кадиркулов Б.Ж. (г.Ташкент) | Хакимов Р.М. (г.Наманган) |
| Каримов К.Т. (г.Фергана) | Халилов К.С. (г.Фергана) |
| Каримов Ш.Т. (г.Фергана) | Хасанов А. (г.Ташкент) |
| Каримов Э.Т. (г.Ташкент) | Хасанов А.Б.(г.Самарканд) |
| Кодиров К.Р. (г.Фергана) | Хонкулов У.Х. (г.Фергана) |
| Мамажонов Ж.Д. (г.Фергана) | Эргашев Т.Г. (г.Ташкент) |
| Мирсабуров М. (г.Термез) | Юлдашев Т.К. (г.Ташкент) |

Программный комитет

- Алимов Ш.А. - председатель, академик АН РУз (Узбекистан)
Ашуров Р.Р. - сопредседатель, профессор (Узбекистан)
Каримов Ш.Т. - зам. председателя, профессор (Узбекистан)

Члены программного комитета

Арипов М.М. - (Ташкент)	Артыкбаев А. - (Ташкент)
Бабажонов Б.А. - (Ургенч)	Бегматов Акр.Х. - (Ташкент)
Ворисов А.К. - (Ташкент)	Гафуров М.У. - (Ташкент)
Джамалов С.З. - (Ташкент)	Дурдиев К.С. - (Бухара)
Зикиров О.С. - (Ташкент)	Имомназаров Х.- (Россия)
Исломов Б. - (Ташкент)	Касимов Ш.Г. - (Ташкент)
Мамадалиев Н. - (Ташкент)	Муминов К.К.- (Ташкент)
Розиков У.А. - (Ташкент)	Садуллаев А.С. - (Ташкент)
Тахиров Ж.О. - (Ташкент)	Фарманов Ш.К. - (Ташкент)
Фаязов К.С. - (Ташкент)	Ходжибаев В.Р. - (Наманган)
Яхшимурадов А.Б. - (Ургенч)	Шадиметов Х.М. - (Ташкент)

СОДЕРЖАНИЕ

Ахмаджон Кушакович Уринов (посвящается 75-летию со дня рождения)	15
--	----

ВЫРОЖДАЮЩИЕСЯ УРАВНЕНИЯ И СМЕШАННОГО ТИПА

1. Aripov M.M., Atabaev O. Kh. Global solvability of solutions doubly degenerate nonlinear parabolic system in a medium with variable density with nonlinear source and absorption	20
2. Mahamoud A.A., Shishkina E.L. Differential equations involving fractional-order Bessel operators	21
3. Kadirkulov B.J., Begimkulov F. Kh. On a nonlocal problem for a degenerate elliptic equation	23
4. Kalimbetov B.T., Turekhanov K.A., Khabibullaev Zh.O. Regularization method for a singularly perturbed fractional-order partial integro-differential equation with rapidly oscillating inhomogeneity	24
5. Abdullaev O.Kh., Duysenbaev R.S. An inverse problem for a loaded degenerate fractional order diffusion equation with involution perturbation	27
6. Abdullaev O.Kh., Sobirjonov A.K. An inverse problem for a fractional pseudo-parabolic loaded equation with involution perturbation	29
7. Azizov M.S., Kamolova Z.D. Initial boundary value problem for degenerate beam equation	31
8. Bibulova D.A., Kalimbetov B.T., Turekhanov K.A. Regularization method for a singularly perturbed integro-differential system with a rapidly oscillating components	32
9. Jurayeva D.U., Usmonov D.A. A Problem with integral condition for a hyperbolic equation	35
10. Karimov K.T., Azimova T.E. Ikkita buzilish nuqtalariga ega bo'lgan oddiy differensial tenglama uchun spektral masala	36
11. Khajiev I. O., Shobdarov E. B. Conditional correctness of the boundary value problem for a non-homogeneous mixed-type equation	38
12. Kadiraliyev A. Anti-periodic boundary value problem for a second-order partial differential equation with disruption	39
13. Mamanazarov A., Khalilov K., Kodiraliyev A. Direct and inverse source problems non-local boundary conditions for a time-fractional space degenerate diffusion equation	41
14. Mamanazarov A.O., Mahmudjonova Sh.B. An inverse source problem for a time-fractional space degenerate subdiffusion equation	43
15. Mamanazarov A.O., Mirzagiyosova S.M. Unique solvability of an inverse problem for a fourth order degenerate partial differential equation	45
16. Mo'ydinov I.M. Uchinchi tartibli psevdogiperbolik tenglama uchun Gursa masalasi	47

17. **Nishonova Sh.T., Akbarova O.M.** To'g'ri to'rtburchakda ikkita tip o'zgarish chizig'iga ega bo'lgan aralash tipdagi tenglama uchun Dirixle-Neyman masalasi 49
18. **Rakhmonov Z.R., Yarmetova D.I.** Asymptotics of self-similar solutions of the heat conduction problem in an inhomogeneous medium with a source 50
19. **Rasulova K. M., Azizov M. S.** On an inverse problem for the string vibration equation 52
20. **Ruziev M.Kh., Kazakbaeva K.B.** A nonlocal boundary value problem for the Holmgren equation with singular coefficient and spectral parameter 53
21. **Sadieva A.S., Tursunov D.A., Orozov M.O.** On a singularly perturbed problem with unstable spectrum 55
22. **Sobirjonova M. Q.** Unique solvability of an inverse problem for a fourth order degenerate partial differential equation 57
23. **Toktorbaev A.M., Toktomuratova Zh.E.** Movement of the piston in a reacting mix of gases 59
24. **Tolipov N.I.** Yuqori juft tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun boshlang'ich va chegaraviy masalalarning yechilishini tadqiq qilish 60
25. **Toshpulatov M.** An inverse source problem for a time-fractional mixed equation in a cylindrical domain 61
26. **Xalilov Q.S., Ne'matjonova M.R.** Giperbolik tenglamasida spektral parametr qatnashgan aralash tipdagi tenglama uchun integral shartli bir masala haqida 62
27. **Муравник А. Б., Половинкин И. П., Ситник С. М.** О некоторых современных задачах по теории операторов преобразования и их приложениям к дифференциальным уравнениям 64
28. **Исломов Б. И.** Трёхмерный аналог задачи Трикоми для уравнения параболо - гиперболического типа дробного порядка в бесконечной призматической области 67
29. **Джамалов С.З.** Прямые и обратные задачи для уравнения смешанного типа второго и высокого порядков 70
30. **Джамалов С.З., Шакиров А.А.** Об одной коэффициентной обратной задаче с нелокальными граничными условиями периодического типа для трехмерного уравнения Трикоми в параллелепипеде 70
31. **Кадиркулов.Б.Ж., Узакбаева Д.Е.** Об одной прямой и обратной задаче для вырождающегося уравнения смешанного типа четвёртого порядка 72
32. **Кожобеков К.Г., Сопуев А.А.** Об одной краевой задаче для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа третьего порядка с интегральным условием склеивания 73
33. **Мирсабуров М., Амонов Б.Б., Утачрова С.Н.** Задача Франкля с нелокальным условием на несимметричном, относительно начало координат, отрезке оси $x = 0$. 74

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{m+2} y^{\frac{1-\beta_0}{2}} \int_0^\infty \frac{sh(x\sqrt{\lambda^2+s^2}) + sh((1-x)\sqrt{\lambda^2+s^2})}{1-ch(\sqrt{\lambda^2+s^2})} \frac{s}{\sqrt{\lambda^2+s^2}} J_{\frac{1-2\beta}{2}}\left(\frac{2sy^{\frac{m+2}{2}}}{m+2}\right) ds \\
& \times \int_0^\infty \varphi_2(y) y^{\frac{2m+\beta_0+1}{2}} J_{\frac{1-2\beta}{2}}\left(\frac{2sy^{\frac{m+2}{2}}}{m+2}\right) dy
\end{aligned}$$

We find the function $u_2(x, y)$ using the Fourier method (separation of variables).

$$u_2(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n y^{\frac{1-\beta_0}{2}} K_{\frac{1-2\beta}{2}}\left(\frac{2\sqrt{\lambda^2+(2\pi n)^2}}{m+2} y^{\frac{m+2}{2}}\right) \cos(2\pi nx)$$

the coefficients of which we select so that $u(x, y)$ satisfies conditions (10)–(12).

Note that the local boundary value problem for equation (1) in the domain D was studied in [3].

References

1. **Bateman G., Erdelyi A.** *Vysshie transtsendentnye funktsii*. Nauka, Moscow 1974.
2. **Olver F.** *Asymptotics and special functions*. Elsevier Science, Amsterdam 2014.
3. **Ruziev M.Kh.** *A boundary value problem for the degenerated elliptic equation with singular coefficient and spectral parameter*. Journal of Partial Differential Equations, 2018. 31, No 3, 214–223.

UDK 517.928.2

On a singularly perturbed problem with unstable spectrum

Sadieva A. S.¹, Tursunov D. A.², Orozov M. O.

¹ Osh State University, Osh, Kyrgyzstan; dtursunov@oshsu.kg

² Osh State University, Osh, Kyrgyzstan; sadieva@oshsu.kg

One of the main results in the theory of singularly perturbed equations is the theorem of A.N. Tikhonov on the passage to the limit. He formulated sufficient conditions under which the solution to the perturbed problem and the solution to the unperturbed system are asymptotically close. Further, these sufficient conditions came to be called stability conditions. The first work, when the stability conditions are violated on a certain segment, but the passage to the limit is performed, is the work of M.A. Shishkova [1]–[3], student of L.S. Pontryagin.

Consider the Cauchy problem

$$\varepsilon X'(t, \varepsilon) = A(t)X(t, \varepsilon) + F(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (1)$$

$$X(t_0, \varepsilon) = X^0, \quad (2)$$

where $0 < \varepsilon$ is a small parameter, $A(t)$ is a second-order square matrix function with elements $a_{jk}(t)$, $F(t) = \text{colon}(f_1(t), f_2(t))$, the elements $a_{jk}(t)$, $f_k(t)$ are analytical functions in the region under consideration, $X^0 = \text{colon}(x_1^0, x_2^0)$ is a constant vector.

Let the following conditions be met:

Cond 1. The matrix function $A(t)$ has complex conjugate eigenvalues:

$\lambda_1(t) = \alpha(t) + i\beta(t)$, $\lambda_2(t) = \alpha(t) - i\beta(t)$ and $\alpha(t) < 0$, for $t_0 \leq t < 0$;

$\alpha(t) > 0$, for $0 < t \leq T$; $\alpha(0) = 0$ but $\beta(0) \neq 0$.

From the theory of ordinary differential equations it follows that the Cauchy problem is correct, i.e. a solution to the Cauchy problem exists, is unique and is stable even if stability is lost [3,4,5,6].

Our task is to construct an asymptotic expansion of the solution to the Cauchy problem (1)-(2) during loss of stability with any degree of accuracy in terms of the degree of the small parameter ε .

As usual, we will seek for an external solution in the form, [4]-[5]:

$$U(t, \varepsilon) = U_0(t) + \varepsilon U_1(t) + \dots + \varepsilon^n U_n(t) + \dots \quad (3)$$

Substituting relation (3) into equation (1) we have:

$$\varepsilon U'_0(t) + \varepsilon^2 U'_1(t) + \dots + \varepsilon^{n+1} U'_n(t) + \dots = A(t)(U_0(t) + \varepsilon U_1(t) + \dots + \varepsilon^n U_n(t) + \dots) + F(t)$$

equating the coefficients at the same powers of the small parameter we obtain:

$$A(t)U_0(t) + F(t) = 0 \Rightarrow U_0(t) = -A^{-1}(t)F(t),$$

$$U'_{n-1}(t) = A(t)U_n(t) \Rightarrow U_n(t) = A^{-1}(t)U'_{n-1}(t), \quad n \in N.$$

Thus, we have recurrently defined all terms of series (3):

$$U_0(t) = -A^{-1}(t)F(t), \quad U_1(t) = -A^{-1}(t)U'_0(t), \quad \dots, \quad U_n(t) = -A^{-1}(t)U'_{n-1}(t), \dots$$

Note that if in the region under consideration, then series (3) will be a smooth external asymptotic solution of the Cauchy problem in the region under consideration. And if at some points of the region the matrix function $A(t)$ becomes zero, then the external solution will not be smooth and problem (1)-(2) becomes bisingular [4]-[5]. For example,

Cond 2. Let $\operatorname{Re}(u_1(t_1^*, t_2^*) - u_1(t_0, 0)) = 0$, where (t_1^*, t_2^*) is the only simple root of the eigenvalue $\lambda_1(t) = \alpha(t) + i\beta(t)$ in the domain D , where $D = \{(t_1, t_2) | t = t_1 + it_2, \operatorname{Re}(u_k(t) - u_k(t_0)) \leq 0, k = 1, 2\}$, $i = \sqrt{-1}$, $u_k(t) = \int \lambda_k(t) dt$, $k = 1, 2$.

When condition Cond 2 is satisfied, series (3) in the region D , namely at points $t = t_1^* \pm it_2^*$ has a singularity, since the eigenvalues of the matrix function $A(t)$ at these points vanish. Note that $[t_0, T] \subset D$, for $t_2 = 0 : [t_0, T] \equiv D$.

For example, if the eigenvalues $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$ have simple zeros in the region under consideration, then the growing singularity has the form :

$$U_k(t) = O\left(\left((t - t^*)(t + t^*)\right)^{-1-2k}\right), \quad k = 0, 1, 2, \dots, (\lambda_1(t^*) = 0, \lambda_2(-t^*) = 0).$$

And if the eigenvalues $\lambda_1(t)$ and $\lambda_2(t)$ have n fold zero in the region under consideration, then the growing singularity has the form:

$$U_k(t) = O\left(\left((t - t^*)(t + t^*)\right)^{-n-(n+1)k}\right), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

We will study the Cauchy problem (1)-(2) in domain D under conditions Cond 1 and Cond 2. Let the inequality $\det B_0(t) \neq 0$ be satisfied in domain D .

References

1. **Nikolsky M.S., Grigorenko N.L., Dmitriev V.I.** *Selected works of L. S. Pontryagin*. Moscow: MAX Press. - 2004. - 551 p.
2. **Shishkova M.A.** *Examination of a system of differential equations with a small parameter in the highest derivatives*. Dokl. Akad. Nauk SSSR, **(209)3**, 576–579 (1973).

3. Neishtadt A.I., Treschev D.V. *Dynamical phenomena connected with stability loss of equilibria and periodic trajectories*. Russian Math. Surveys, **76**(5), 883–926 (2021).
4. Tursunov D.A. *Asymptotics of the solution of the Cauchy problem in the case of a change in the stability of a stationary point in the plane of "Rapid motions"*. Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta, Matematika i Mekhanika **54**, 46–57 (2018). DOI: 10.17223/19988621/54/4
5. Tursunov D. A., Sadieva A.S. *Asymptotics of the solution of the Cauchy problem with an unstable spectrum and prolonging loss of stability*. Lobachevskii Journal of Mathematics, **45**(3), 1309–1317 (2024) UDK 517.95

Unique solvability of an inverse problem for a fourth order degenerate partial differential equation

Sobirjonova M. Q.

Fergana State University, Fergana, Uzbekistan;
mohinurqahramonovna1@gmail.com

In the domain $\Omega = \{(x, t) : 0 < x < 1, 0 < t < T\}$, we consider the following equation

$$t^\gamma {}_C D_{0t}^\alpha u(x, t) + [x^\beta u_{xx}(x, t)]_{xx} = f(x), \quad (1)$$

where ${}_C D_{0t}^\alpha$ is Caputo fractional differential operator α order [1]

$${}_C D_{0t}^\alpha g(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{g'(z) dz}{(t-z)^\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad t > 0,$$

α, β, T are given real numbers, such that $0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1, T > 0$; $f(x)$ is an unknown function on $(0, 1)$.

We study the following inverse source problem for equation (1).

Problem I. Show the existence and uniqueness of a pair of functions $\{u(x, t), f(x)\}$ with the following properties: 1.) $u(x, t) \in C(\bar{\Omega}), t^\gamma {}_C D_{0t}^\alpha u(x, t), [x^\beta u_{xx}(x, t)]_{xx} \in C(\Omega), f(x) \in C(0, 1)$;

2.) They satisfy equation (1);

3.) Satisfies the following initial condition, the boundary condition and the over-determination condition

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in [0, 1] \quad (2)$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(1, t) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(x^\beta \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = 0, \quad 0 < t \leq T, \quad (3)$$

and the following over-determination condition

$$u(x, T) = \psi(x), \quad x \in [0, 1], \quad (4)$$

where $\varphi(x)$ is a given function continuous on $[0, 1]$, such that $\varphi(0) = 0, \varphi(1) = 0, \varphi'(1) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} [x^\beta \varphi''(x)] = 0, \psi(x)$ is a given function.

We will seek a solution of the homogeneous equation corresponding to equation (1), satisfying the conditions (3) in the form $u(x, t) = v(x)T(t)$. Then, with respect to the function $\nu(x)$, we obtain the following spectral problem:

$$Lv \equiv [x^\beta v''(x)]'' = \lambda v(x), \quad x \in (0, 1); \quad (5)$$