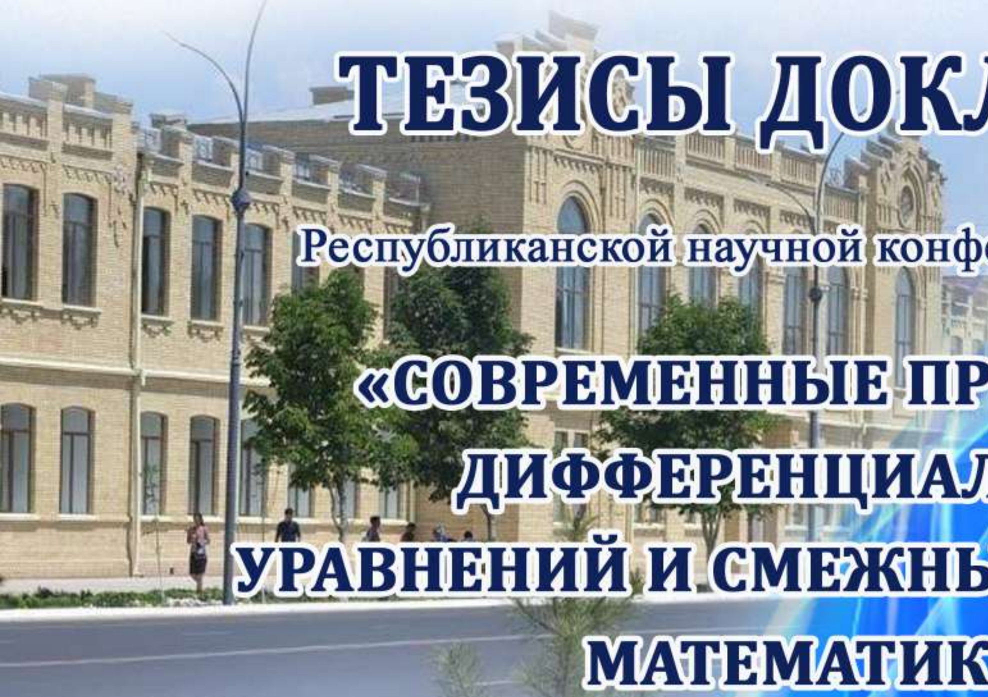
**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ,
НАУКИ И ИННОВАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН**

ФЕРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО**



ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции на тему

«СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И СМЕЖНЫХ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ»

I

Фергана, 16-17 май, 2025 год

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

FARG‘ONA DAVLAT UNIVERSITETI

O‘zR FA V.I.ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI

DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA MATEMATIKANING TURDOSH BO‘LIMLARI ZAMONAVIY MUAMMOLARI

mavzusidagi Respublika ilmiy anjumani

T E Z I S L A R   T O‘ P L A M I

Farg‘ona, 2025 - yil 16 - 17 - may

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И ИННОВАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ФЕРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

Т Е З И С Ы   Д О К Л А Д О В

Республиканской научной конференции на тему

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И СМЕЖНЫХ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ

Фергана, 16-17 май, 2025 год

I

Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики: тезисы докладов Республиканской научной конференции (16-17 мая 2025 года, г.Фергана, Узбекистан). – Фергана. 2025. – 303 с.

Тезисы докладов Республиканской научной конференции "**Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики**" содержат научные доклады по следующим направлениям: вырождающиеся уравнения и уравнения смешанного типа; неклассические уравнения математической физики; динамические системы и оптимальное управление; алгебра, анализ, геометрия и теория вероятностей; прикладная математика и информатика; методика преподавания математики и информатики.

Данная конференция организована на основании приказа №490 Министра высшего образования, науки и инноваций Республики Узбекистан от 24 декабря 2024 года.

Организационный комитет

Шермухаммадов Б.Ш.	- председатель, ректор ФерГУ.
Аюпов Ш.А.	- сопредседатель, академик АН РУз., Президент АН РУз.
Азамов А.	- сопредседатель, академик АН РУз.
Ахмадалиев Ю.И.	- зам. председателя, проректор по научной работе и инновациям ФерГУ.
Бакиров Т.Ю.	- зам. председателя, декан физико-математического факультета ФерГУ.

Члены оргкомитета

Абдукодиров А.Т. (г.Фергана)	Арзикулов Ф.Н. (г.Андижан)
Азизов Э.Ю. (г.Фергана)	Ахлимирзаев А. (г.Андижан)
Апаков Ю.П. (г.Наманган)	Бердышев А.С. (г.Алматы)
Гозиев К.С. (г.Фергана)	Рахимов К.О. (г.Фергана)
Зуннунов Р.Т. (г.Ташкент)	Рахматуллаев М.М. (г.Наманган)
Ибайдуллаев Т.Т. (г.Андижан)	Тожибоев И.Т. (г.Фергана)
Кадиркулов Б.Ж. (г.Ташкент)	Хакимов Р.М. (г.Наманган)
Каримов К.Т. (г.Фергана)	Халилов К.С. (г.Фергана)
Каримов Ш.Т. (г.Фергана)	Хасанов А. (г.Ташкент)
Каримов Э.Т. (г.Ташкент)	Хасанов А.Б.(г.Самарканд)
Кодиров К.Р. (г.Фергана)	Хонкулов У.Х. (г.Фергана)
Мамажонов Ж.Д. (г.Фергана)	Эргашев Т.Г. (г.Ташкент)
Мирсабуров М. (г.Термез)	Юлдашев Т.К. (г.Ташкент)

Программный комитет

Алимов Ш.А.	- председатель, академик АН РУз (Узбекистан)
Ашуров Р.Р.	- сопредседатель, профессор (Узбекистан)
Каримов Ш.Т.	- зам. председателя, профессор (Узбекистан)

Члены программного комитета

Арипов М.М. - (Ташкент)
Артыкбаев А. - (Ташкент)
Бабажонов Б.А. - (Ургенч)
Бегматов Акр.Х. - (Ташкент)
Ворисов А.К. - (Ташкент)
Гафуров М.У. - (Ташкент)
Джамалов С.З. - (Ташкент)
Дурдиев К.С. - (Бухара)
Зикиров О.С. - (Ташкент)
Имомназаров Х.- (Россия)
Исломов Б. - (Ташкент)
Касимов Ш.Г. - (Ташкент)
Мамадалиев Н. - (Ташкент)
Муминов К.К.- (Ташкент)
Розиков У.А. - (Ташкент)
Садуллаев А.С. - (Ташкент)
Тахиров Ж.О. - (Ташкент)
Фарманов Ш.К. - (Ташкент)
Фаязов К.С. - (Ташкент)
Ходжибаев В.Р. - (Наманган)
Яхшимурадов А.Б. - (Ургенч)
Шадиметов Х.М. - (Ташкент)

СОДЕРЖАНИЕ

$$+\frac{2}{m+2}y^{\frac{1-\beta_0}{2}}\int_0^\infty \frac{sh(x\sqrt{\lambda^2+s^2})+sh((1-x)\sqrt{\lambda^2+s^2})}{1-ch(\sqrt{\lambda^2+s^2})}\frac{s}{\sqrt{\lambda^2+s^2}}J_{\frac{1-2\beta}{2}}\Big(\frac{2sy^{\frac{m+2}{2}}}{m+2}\Big)ds$$

$$\times\int_0^\infty \varphi_2(y)y^{\frac{2m+\beta_0+1}{2}}J_{\frac{1-2\beta}{2}}(\frac{2sy^{\frac{m+2}{2}}}{m+2})dy$$

We find the function $u_2(x,y)$ using the Fourier method (separation of variables).

$$u_2(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}D_n y^{\frac{1-\beta_0}{2}}K_{\frac{1-2\beta}{2}}\Big(\frac{2\sqrt{\lambda^2+(2\pi n)^2}}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}}\Big)\cos(2\pi nx)$$

the coefficients of which we select so that $u(x,y)$ satisfies conditions (10)–(12).

Note that the local boundary value problem for equation (1) in the domain D was studied in [3].

References

1. **Bateman G., Erdelyi A.** *Vysshie transtsendentnye funktsii.* Nauka, Moscow 1974.
2. **Olver F.** *Asymptotics and special functions.* Elsevier Science, Amsterdam 2014.
3. **Ruziev M.Kh.** *A boundary value problem for the degenerated elliptic equation with singular coefficient and spectral parameter.* Journal of Partial Differential Equations, 2018. 31, No 3, 214–223.

UDK 517.928.2

On a singularly perturbed problem with unstable spectrum

Sadieva A. S.[1], Tursunov D. A.[2], **Orozov M. O.**
[1] Osh State University, Osh, Kyrgyzstan; dtursunov@oshsu.kg
[2] Osh State University, Osh, Kyrgyzstan; sadieva@oshsu.kg

One of the main results in the theory of singularly perturbed equations is the theorem of A.N. Tikhonov on the passage to the limit. He formulated sufficient conditions under which the solution to the perturbed problem and the solution to the unperturbed system are asymptotically close. Further, these sufficient conditions came to be called stability conditions. The first work, when the stability conditions are violated on a certain segment, but the passage to the limit is performed, is the work of M.A. Shishkova [1]-[3], student of L.S. Pontryagin.

Consider the Cauchy problem

$$\varepsilon X'(t,\varepsilon)=A(t)X(t,\varepsilon)+F(t),\ t\in[t_0,T], \tag{1}$$

$$X(t_0,\varepsilon)=X^0, \tag{2}$$

where $0<\epsilon$ is a small parameter, $A(t)$ is a second-order square matrix function with elements $a_{jk}(t)$, $F(t)=colon(f_1(t),f_2(t))$, the elements $a_{jk}(t),f_k(t)$ are analytical functions in the region under consideration, $X^0=colon(x_1^0,x_2^0)$ is a constant vector.

Let the following conditions be met:

Cond 1. The matrix function $A(t)$ has complex conjugate eigenvalues:
$\lambda_1(t)=\alpha(t)+i\beta(t),\ \lambda_2(t)=\alpha(t)-i\beta(t)$ and $\alpha(t)<0$, for $t_0\le t<0$;
$\alpha(t)>0$, for $0<t\le T;\ \alpha(0)=0$ but $\beta(0)\neq 0$.

From the theory of ordinary differential equations it follows that the Cauchy problem is correct, i.e. a solution to the Cauchy problem exists, is unique and is stable even if stability is lost [3,4,5,6].

Our task is to construct an asymptotic expansion of the solution to the Cauchy problem (1)-(2) during loss of stability with any degree of accuracy in terms of the degree of the small parameter ε.

As usual, we will seek for an external solution in the form, [4]-[5]:

$$U(t,\varepsilon) = U_0(t) + \varepsilon U_1(t) + \ldots + \varepsilon^n U_n(t) + \ldots \tag{3}$$

Substituting relation (3) into equation (1) we have:

$$\varepsilon U_0'(t) + \varepsilon^2 U_1'(t) + \ldots + \varepsilon^{n+1} U_n'(t) + \ldots = A(t)(U_0(t) + \varepsilon U_1(t) + \ldots + \varepsilon^n U_n(t) + \ldots) + F(t)$$

equating the coefficients at the same powers of the small parameter we obtain:

$$A(t)U_0(t) + F(t) = 0 \ \Rightarrow U_0(t) = -A^{-1}(t)F(t),$$

$$U_{n-1}'(t) = A(t)U_n(t) \ \Rightarrow U_n(t) = A^{-1}(t)U_{n-1}'(t), \ n \in N.$$

Thus, we have recurrently defined all terms of series (3):

$$U_0(t) = -A^{-1}(t)F(t), \ U_1(t) = -A^{-1}(t)U_0'(t), \ \ldots, \ U_n(t) = -A^{-1}(t)U_{n-1}'(t), \ldots$$

Note that if in the region under consideration, then series (3) will be a smooth external asymptotic solution of the Cauchy problem in the region under consideration. And if at some points of the region the matrix function A(t) becomes zero, then the external solution will not be smooth and problem (1)-(2) becomes bisingular [4]-[5]. For example,

Cond 2. Let $Re(u_1(t_1^*, t_2^*) - u_1(t_0, 0)) = 0$, where (t_1^*, t_2^*) is the only simple root of the eigenvalue $\lambda_1(t) = \alpha(t) + i\beta(t)$ in the domain D, where $D = \{(t_1, t_2) | t = t_1 + it_2, Re(u_k(t) - u_k(t_0)) \leq 0, \ k = 1, 2\}$, $i = \sqrt{-1}$, $u_k(t) = \int \lambda_k(t)dt$, $k = 1, 2$.

When condition Cond 2 is satisfied, series (3) in the region D, namely at points $t = t_1^* \pm it_2^*$ has a singularity, since the eigenvalues of the matrix function $A(t)$ at these points vanish. Note that $[t_0, T] \subset D$, for $t_2 = 0 : [t_0, T] \equiv D$.

For example, if the eigenvalues $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$ have simple zeros in the region under consideration, then the growing singularity has the form :

$$U_k(t) = O\Big(((t - t^*)(t + t^*))^{-1-2k}\Big), \ k = 0, 1, 2, \ldots, (\lambda_1(t^*) = 0, \ \lambda_2(-t^*) = 0).$$

And if the eigenvalues $\lambda_1(t)$ and $\lambda_2(t)$ have n fold zero in the region under consideration, then the growing singularity has the form:

$$U_k(t) = O\Big(((t - t^*)(t + t^*))^{-n-(n+1)k}\Big), \ k = 0, 1, 2, \ldots$$

We will study the Cauchy problem (1)-(2) in domain D under conditions Cond 1 and Cond 2. Let the inequality $detB_0(t) \neq 0$ be satisfied in domain D.

References

1. **Nikolsky M.S., Grigorenko N.L., Dmitriev V.I.** *Selected works of L. S. Pontryagin.* Moscow: MAX Press. - 2004. - 551 p.

2. **Shishkova M.A.** *Examination of a system of differential equations with a small parameter in the highest derivatives.* Dokl. Akad. Nauk SSSR, **(209)3**, 576–579 (1973).

3. **Neishtadt A.I., Treschev D.V.** *Dynamical phenomena connected with stability loss of equilibria and periodic trajectories.* Russian Math. Surveys, **76(5)**, 883–926 (2021).
4. **Tursunov D.A.** *Asymptotics of the solution of the Cauchy problem in the case of a change in the stability of a stationary point in the plane of "Rapid motions".* Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta, Matematika i Mekhanika **54**, 46–57 (2018). DOI: 10.17223/19988621/54/4
5. **Tursunov D. A., Sadieva A.S.** *Asymptotics of the solution of the Cauchy problem with an unstable spectrum and prolonging loss of stability.* Lobachevskii Journal of Mathematics, **45**(3), 1309–1317 (2024) *UDK 517.95*

Unique solvability of an inverse problem for a fourth order degenerate partial differential equation

Sobirjonova M. Q.
Fergana State University, Fergana, Uzbekistan;
mohinurqahramonovna1@gmail.com

In the domain $\Omega = \{(x,t):\ 0 < x < 1,\ 0 < t < T\}$, we consider the following equation

$$t^{\gamma}{}_C D_{0t}^{\alpha} u\,(x,t) + \left[x^{\beta} u_{xx}\,(x,t)\right]_{xx} = f\,(x)\,, \tag{1}$$

where ${}_C D_{0t}^{\alpha}$ is Caputo fractional differential operator α order [1]

$${}_C D_{0t}^{\alpha} g\,(t) = \frac{1}{\Gamma\,(1-\alpha)} \int\limits_0^t \frac{g'\,(z)\,dz}{(t-z)^{\alpha}}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad t > 0,$$

α, β, T are given real numbers, such that $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$, $T > 0$; $f\,(x)$ is an unknown function on $(0,1)$.

We study the following inverse source problem for equation (1).

Problem I. Show the existence and uniqueness of a pair of functions $\{u(x,t),\ f(x)\}$ with the following properties: 1.) $u(x,t) \in C(\overline{\Omega})$, $t^{\gamma}{}_C D_{0t}^{\alpha} u(x,t)$, $\left[x^{\beta} u_{xx}(x,t)\right]_{xx} \in C(\Omega)$, $f(x) \in C(0,1)$;

2.) They satisfy equation (1);

3.) Satisfies the following initial condition, the boundary condition and the over-determination condition

$$u\,(x,0) = \varphi\,(x)\,, \quad x \in [0,1] \tag{2}$$

$$u\,(0,t) = 0, \quad u\,(1,t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}\,(1,t) = 0, \quad \lim_{x\to 0}\left(x^{\beta}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) = 0, \quad 0 < t \le T, \tag{3}$$

and the following over-determination condition

$$u(x,T) = \psi(x), \ \ x \in [0,1], \tag{4}$$

where $\varphi\,(x)$ is a given function continuous on $[0,1]$, such that $\varphi\,(0) = 0$, $\varphi\,(1) = 0$, $\varphi'\,(1) = 0$, $\lim\limits_{x\to 0}\left[x^{\beta}\varphi''\,(x)\right] = 0$, $\psi(x)$ is a given function.

We will seek a solution of the homogeneous equation corresponding to equation (1), satisfying the conditions (3) in the form $u\,(x,t) = v\,(x)\,T\,(t)$. Then, with respect to the function $\nu\,(x)$, we obtain the following spectral problem:

$$Lv \equiv \left[x^{\beta} v''\,(x)\right]'' = \lambda v\,(x)\,, \quad x \in (0,1)\,; \tag{5}$$