Тема: Туунду жана алардын колдонулуштары

Когнитивдик максаты:туунду түшүнүгү менен балдар буга чейин эле мектеп курсунан жана матанализ предметинен тааныш. Элементардык функциялардын жана таблицалык туундуларды билет деп алып, алардын колдонулуштарына токтолобуз.

Социо-маданий максаты:жуптарда жана чакан топтордо иштешип, баалуу пикирди иргеп алууга үйрөнүү. Өз пикирин жана курбуларынын пикирин сыйлоого үйрөнүү.

Лингвистикалык максаты: ар бир сабакта сөздүктү жана лексикалык минимумдарды жаттап барат. Туруктуу сөз айкаштарын, тилдик конструкцияларды колдонууга көнүгөт. Кош тилдүү компетенциялары калыптанат.

Лексикалык минимумдар:производной элементарных функции; производной суммы, произведения, частного; призводной степенной и сложной функции; нахождения наименьшего и наибольшего значения функции; формулы приближенных вычислении.

Сабактын жабдылышы:сүйлөөчү дубалдар, таблицалык туундулар, таркатма материалдар.

Чакыруу этабы:(максаттуу тилде жүргүзүлөт)

Производная суммы

1. Пусть U, V–две функции, определенные на одном и том же промежутке. Тогда производная суммы этих функции равна сумме их производных, если они существуют, т.е. $\left(U(x)+V(x)\right)' = U'(x)+V'(x)$ (1)

   Эта формула справедлива для любого конечного числа слагаемых:

   $(U_1+U_2+...+U_n)' = U_1'+U_2'+\ ...+U_n'$.

Производная произведения

2. Производная произведения двух функций Uи V вычисляется по формуле
   $\left(U(x)\cdot V(x)\right)' = U'(x)\cdot V(x)+U(x)\cdot V'(x)$ (2)
   в предложении, что производные $U'(x), V'(x)$ существуют.
3. Постоянный множитель можно выносить за знак производной:
   $\left(k\cdot f(x)\right)' = k\cdot f'(x)$ (3)

Производная частного

4. Если функции U, Vимеют в точке x производные и если V(x)≠0, то в этой точке существует производная их частного $\frac{U}{V}$, которая вычисляется по формуле:

   $\frac{U}{V} = \frac{U'\cdot V-U\cdot V'}{V^2}$ (4)
5. Частные случаи:

$$\left(\frac{U}{C}\right)' = \frac{1}{C}\cdot U' \qquad (5)$$

$$\left(\frac{C}{U}\right)' = -\frac{c}{U^2} \qquad (6)$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} \qquad (7)$$

Производная степенной и сложной функции

Формулы дифференцирования

При условии U=g(x)	При условии U=x
	$C' = 0$
	$x' = 1$
$(U^n)' = nU^{n-1}\cdot U'$	$(x^n)' = nx^{n-1}$
$\left(\frac{1}{U}\right)' = -\frac{1}{U^2}\cdot U'$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
$(\sqrt{U})' = \frac{1}{2\sqrt{U}}\cdot U'$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Производные тригонометрических функции

При условии U=g(x)	При условии U=x
$(\sin U)' = \cos x\cdot U'$	$(\sin x)' = \cos x$
$(\cos U)' = -\sin U\cdot U'$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(tgU)' = \frac{1}{\cos^2 U}\cdot U'$	$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$(ctgU)' = -\frac{1}{\sin^2 U}\cdot U'$	$(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Формулы приблеженных вычислений

1. $\sqrt{1+\Delta x} \approx 1 + \frac{1}{2}\Delta x$ (1)
2. $\sqrt[n]{x_0+\Delta x} \approx \sqrt[n]{x_0} + \frac{\sqrt[n]{x_0}}{n\cdot x_0}\cdot\Delta x, \quad при \;\; x_0 \neq 0, \;\; где \;\; \frac{\sqrt[n]{x_0}}{n\cdot x_0} = f'(x_0)$ (2)
3. $(1+\Delta x)^n \approx 1 + n\cdot\Delta x, \;\; n\in Z$ (3)
4. $(x+\Delta x)^n \approx x + n\cdot x^{n-1}\cdot\Delta x, \;\; n\in Z$ (4)
5. $f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot\Delta x$ (5)

Пример-1. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $y = 2x^3 - 3x^2 + 4$ на промежутке [-2; -0,5].

Решение: находим критические точки функции. Так как $y' = 6x^2 - 6x \ = -6x(x+1),$ тог имеют две критические точки: x=0, x=-1.

В промежутке [-2; -0,5] лежит одна из критических точек: x=-1.

Так как y(-2)=8, y(-1)=3, y(-0,5)=3,5 то наименьшее значение функции

$y = 2x^3 - 3x^2 + 4$ достигается в точке x=-1 и равно 3, а наименьшее-в точке x=-2 и равно 8. Кратко это можно записать так:

Ответ: $\min\limits_{[-2;\ -0,5]} y(x) = y(-1) = 3;$ $\max\limits_{[-2;\ -0,5]} y(x) = y(-2) = 8$

Пример-2. Вычислить приближенно значение: $\sqrt[3]{26,19}$

Решение: $\sqrt[3]{26,19}$ здесь $y = \sqrt[3]{x},$ a $y' = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

Полагая $x_0 = 27,\ \Delta x = -0,81$ и получим

$$\sqrt[3]{26,19} = \sqrt[3]{27-0,81} = \sqrt[3]{27} - \frac{0,81}{3\cdot\sqrt[3]{27^2}} = 3 - \frac{0,81}{3\cdot 9} = 2,97.$$

Түшүнүү жана ойлонуу этаптары:

Группанын студенттерин 3 топко бөлүп алып, ар бир группага таркатма матеиалдарды берилет. Жыйынтыгында презентация жасашат.

Группа №1.

1. Найдите производную функции: $y = (ax^2 + bx + c)^k$.
2. Вычислите приближенно значение: $(0,999)^{-30}$.

Группа №2.

1. Найдите производную функции: $y = \dfrac{1+\sin x}{1-\sin x};$ $y'(\dfrac{\pi}{4}) = ?$.
2. Найдите промежутки монотонности функции: $y = x^3 - 27x.$

Группа №3.

1. Представьте число 12 в виде суммы двух положительных слагаемых так, чтобы сумма их квадратов была наименьшей.
2. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции.
   $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке [-1; 1].

Решение:

Группа №1.

1. $y' = k(ax^2+bx+c)^{k-1}(ax^2+bx+c)' = k\cdot(2ax+b)\cdot(ax^2+bx+c)^{k-1}$;
2. $(0{,}999)^{-30} = (1-0{,}001)^{-30} \approx 1+(-30)\cdot 1\cdot(-0{,}001) = 1+0{,}03 = 1{,}03$

Группа №2.

1.
$$y' = \frac{\cos x\cdot(1-\sin x)+\cos x(1+\sin x)}{(1-\sin x)^2} = \frac{2\cos x}{(1-\sin x)^2};$$
$$y'(\frac{\pi}{4}) = \frac{2\cos\frac{\pi}{4}}{(1-\sin\frac{\pi}{4})^2} = \frac{\sqrt{2}}{(1-\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}.$$
2.
$y = x^3-27x, \quad y' = 3x^2-27,$

$y' = 0, \quad 3x^2-27=0, \quad x=\pm 3$

1) $(-\infty;-3]\quad y'\geq 0$ 2) $(-3;3)\quad y'\prec 0$ 3) $[3;\infty)\quad y'\geq 0$

Ответ: $(-\infty;-3]\cup[3;\infty)$ *функция возрастает*, (-3;3) функция убывает.

Группа №3.

1. x+y=12, y=12-x.
$S(x) = x^2+(12-x)^2 = 2x^2-24x+144$

$S'(x) = 4x-24, \quad x=6.$

1) $(-\infty;6)\quad S'(x)\prec 0,$ 2) $[6;\infty)\quad S'(x)\succ 0$

Ответ: (6; 6).
2. $f(x) = x^4-8x^2-9$ на отрезке [-1; 1].
$f'(x) = 4x^3-16x = 0$

$4x(x^2-16) = 0$

$x=0, \quad x=\pm 4$

Только $x = 0 \in [-1;1]$

$f(-1) = 1-8-9 = -16,$ $f(0) = -9,$ $f(1) = -16.$

Ответ: $\min\limits_{[-1;\,1]} f(\pm 1) = -16,$ $\max\limits_{[-1;\,1]} f(0) = -9.$

Тилдик конструкциялар:

1. Необходимым условием существования производной функции в данной точке является … в этой точке.
а) непрерывность функции б) приращение функции

2. нахождение производной функции f(x) называется … в этой функции.

а) дифференцирование б) потенцирование

3. для отыскания наименьшего и наибольшего значение функции, дифференцируемой внутри отрезка и непрерывной на его концах, следует найти все критические точки функции, лежащие внутри отрезка, вычислить значения функции в этих точках и на

концах отрезка, а затем из всех полученных таким образом чисел …. (выбрать наименьшее и наибольшее).

Баалоо. Презентациянын жыйынтыгын жана тилдик көндүмдөрүн эске алып жыйынтык баа коюлат.

Тапшырма:

1). Словарь, лексикалык минимумдарды жаттоо;

2) рабочий листти толтуруу.

Адабияттар

1. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. –М., Просвеөение. 1990.
2. Симонов А.Я. и др. Система тренировочных задач и упражнений по математике. –М., Просвеөение. 1991.

Рабочий лист

1. Словарь

производной элементарных функции –элементардык функциялардын туундулары

производной суммы, произведения, частного-сумманын, айырманын, катыштын туундусу

призводной степенной и сложной функции-даражалуу жана татаал функциянын туундусу

нахождения наименьшего и наибольшего значения функции-функциянын эң кичине жана эң чоң маанисин табуу

формулы приближенных вычислении-жакындаштырып эсептөөнүн формуласы

2.Лексикалык минимумдар:производной элементарных функции; производной суммы, произведения, частного; призводной степенной и сложной функции; нахождения наименьшего и наибольшего значения функции; формулы приближенных вычислении.

3.Тилдик конструкциялар:

1. Необходимым условием существования производной функции в данной точке является … в этой точке.
   а) непрерывность функции   б) приращение функции.

2. нахождение производной функции f(x) называется … в этой функции.

а) дифференцирование   б) потенцирование

3. для отыскания наименьшего и наибольшего значение функции, дифференцируемой внутри отрезка и непрерывной на его концах, следует найти все критические точки

функции, лежащие внутри отрезка, вычислить значения функции в этих точках и на концах отрезка, а затем из всех полученных таким образом чисел …. (выбрать наименьшее и наибольшее).

4. Решите задачу: 21. §7.В. стр 284. 22. §1.Б. стр 303.