

## Тема: Тригонометриялык барабарсыздыктар.

**Когнитивдик максаты:** негизги тригонометриялык барабарсыздыктарды билишет. Аларды түрдүү жолдор менен графиктин, формуланын жана бирдик айлананын жардамында чыгара алышат.

**Социо-маданий максаты:** бири-биринин пикирин угууга, туура тыянак чыгарууга үйрөнүшөт. Жуптарда жана топтордо иштей алышат. Өз оюн бөлүшүп, бири-бирин окутушат.

**Лингвистикалык максаты:** ар бир сабакта тиешелүү сөздүктү, лексикалык минимумдарды жаттап барышат. Тилдик конструкцияларды кебинде колдонушат. Кош тилдүүлүккө даярданышат.

**Лексикалык минимумдар:** тригонометрических неравенств, монотонности функции, единичный окружность, график тригонометрических функции.

Сабактын жабдылышы: сүйлөөчү дубалдар, сөздүк, тригонометриялык функциялардын графиктери, бирдик айлана.

Чакыруу этабы:

**решение тригонометрических неравенств вида  $\sin x > a$ ,  $\sin x < a$ .**

1. Неравенства, содержащие переменную только под знаком тригонометрической функции, называется тригонометрическими.
2. При решении тригонометрических неравенств используют свойства монотонности тригонометрических функций, а также промежутки из знакопостоянства.
3. Для решения простейших тригонометрических неравенств вида  $\sin x > a$  ( $\sin x < a$ ) используют единичную окружность или график функции  $y = \sin x$ .

4. Важным моментом является знание, что:

$$\sin x = 0, \text{ если } x = \pi k, k \in Z$$

$$\sin x = 1, x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

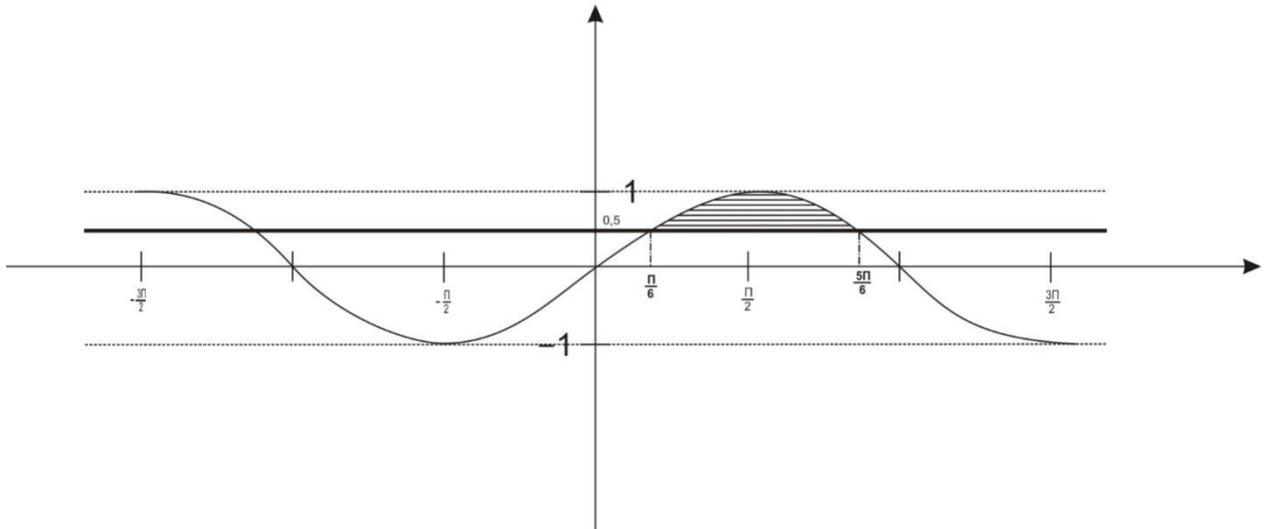
$$\sin x = -1, x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

$$\sin x > 0, \text{ если } 2\pi k < x < \pi + 2\pi k, k \in Z$$

$$\sin x < 0, \text{ если } -\pi + 2\pi k < x < 2\pi k, k \in Z$$

Пример. Решить неравенство:  $\sin x > \frac{1}{2}$ .

Решение: для решения данного неравенства строим график функций  $y = \sin x$  и  $y = 0,5$ .



Из рисунка видно, что прямая  $y=0,5$  пересекает синусоиду в бесконечном числе точек. На рисунке выделены несколько промежутков значений аргумента, удовлетворяющих данному неравенству, одно из них  $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right)$ . Воспользовавшись периодичностью синуса, запишем окончательный ответ:  $\frac{\pi}{6} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z$ .

**Решение тригонометрических неравенств вида  $\cos x > a, \cos x < a$ .**

1. Для решение тригонометрических неравенств вида  $\cos x > a, \cos x < a$  используют единичную окружность или график функции  $y=\cos x$ .
2. Важным моментом является значение, что:

$$\cos x = 0, \text{ если } x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

$$\cos x = -1, \text{ если } x = \pi + 2\pi k, k \in Z$$

$$\cos x = 1, \text{ если } x = 2\pi k, k \in Z$$

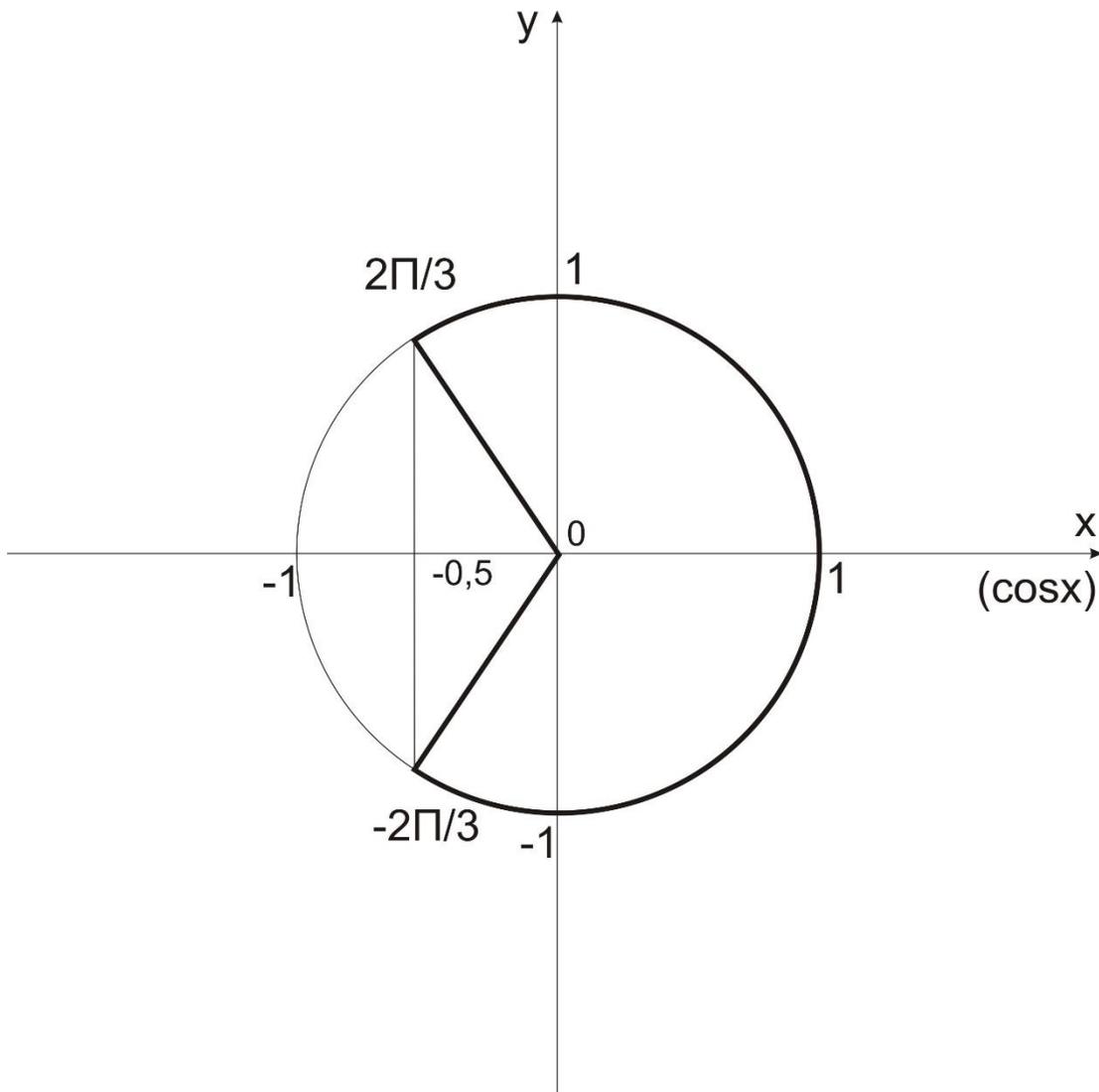
$$\cos x > 0, \text{ если } -\frac{\pi}{2} + 2\pi l < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

$$\cos x < 0, \text{ если } \frac{\pi}{2} + 2\pi l < x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

Пример. Решите  $\cos 3x \geq -0,5$

Решение: обозначим  $3x = a$ , тогда данное неравенство примет вид  $\cos a \geq -0,5$ .

Множество всех точек, удовлетворяющих данному неравенству есть дуга, выделенная на рисунке.



Концы этой дуги выходят в искомое множество, так как их абсциссы равно

$-0,5$  и, значит, удовлетворяют данному неравенству. Таким образом,

$-\frac{2\pi}{3} \leq a \leq \frac{2\pi}{3}$ . учитывая периодичность косинуса, запишем множество всех решений неравенства  $\cos a \geq -0,5$ .

$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \leq a \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Переходя снова к переменной  $x$ , получаем искомый ответ:

$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \leq 3x \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, \quad k \in Z$$

Для решения данного неравенства можно было использовать график функции  $y = \cos x$ , и  $y = -0,5$ .

**Решение тригонометрических неравенств вида  $\operatorname{tg} x > a$ ,  $\operatorname{tg} x < a$ .**

1. Для решения простейших тригонометрических неравенств вида  $\operatorname{tg} x > a$ ,  $\operatorname{tg} x < a$  используют единичную окружность или график функции  $y = \operatorname{tg} x$ .

2. Важно знать, что:

$$\operatorname{tg} x > 0, \text{ если } \pi k < x < \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$$

$$\operatorname{tg} x < 0, \text{ если } \pi k - \frac{\pi}{2} < x < \pi k, \quad k \in Z$$

Тангенс не существует, если  $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ ,  $k \in Z$ .

Пример. Решите неравенство:  $\operatorname{tg} 2x \geq 1$ .

Решение:  $\operatorname{tg} 2x \geq 1$  введем новую переменную, т.е. обозначим  $2x = a$ , тогда данное неравенство примет вид  $\operatorname{tg} a \geq 1$ .

Построим единичную окружность и линии тангенсов, которая является касательной к окружности в точке  $(1; 0)$ .

Так как  $a$  - решение неравенства  $\operatorname{tg} a \geq 1$ .

$$\operatorname{tg} a = \frac{\sin a}{\cos a}; \quad \cos a \neq 0. \quad D: \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right), \quad k \in Z.$$

Тогда:  $\frac{\pi}{4} \leq a < \frac{\pi}{2}$ ; чтобы получить все решения неравенства  $\operatorname{tg} a \geq 1$ , достаточно к концам

указанного промежутка  $\frac{\pi}{4} \leq a < \frac{\pi}{2}$  прибавить период тангенса, получим:

$$\frac{\pi}{4} + \pi k \leq a < \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z,$$

Так как  $2x = a$ , то ответ:  $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \leq x < \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$ ,  $k \in Z$ .

Түшүнүү жана ойлонуу этаптары: Студенттер үчүн мисалдар сунушталат. Ким биринчи чыгарса, жупта талкуулайт. Туура жооп табылган соң доскада чыгарышат. Тригонометриялык барабарсыздыктарды чыгарууда бирдик айлана менен иштөөгө басым жасатам.

**Сунушталуучу мисалдар:**

$$1) \sin(2x - 30^\circ) < 0,5 \quad 2) 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 \geq 0 \quad 3) \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \geq -\sqrt{3}$$

### Чыгаруу:

мисал-1.  $\sin(2x - 30^\circ) < 0,5$

$$\pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi k < 2x - 30^\circ < 2\pi + \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\pi - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + 2\pi k < 2x < 2\pi + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\pi + 2\pi k < 2x < 2\pi + \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

жообу:  $\frac{\pi}{2} + \pi k < x < \frac{7\pi}{6} + \pi k, \quad k \in Z.$

мисал-2.  $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 \geq 0, \quad \cos x = y$

$$2y^2 + 3y - 2 = 0, \quad D = 25, \quad y_1 = -2, \quad y_2 = 0,5$$

1)  $y \leq -2$       2)  $y \geq \frac{1}{2}$

$$\cos x \leq -2 \quad \cos x \geq \frac{1}{2}$$

$x \in R$

$$x \in \left[ -\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k \right], \quad k \in Z.$$

Жообу:  $x \in \left[ -\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k \right], \quad k \in Z.$

мисал-3.  $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \geq -\sqrt{3}$

$$-\frac{\pi}{3} + \pi k < x - \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\pi k < x < \frac{5\pi}{6} + \pi k, \quad k \in Z.$$

Жообу:  $\pi k < x < \frac{5\pi}{6} + \pi k, \quad k \in Z.$

### Тилдикконструкциялар:

1. Неравенства, содержащие переменную только под знаком тригонометрической функции, называется ... .  
(тригонометрическими)
2. Для решение тригонометрических неравенств используют ... или ... .  
(единичную окружность, график функции).
3. Тригонометрические неравенств  $\cos x > a$ ,  $\cos x < a$ ,  $\sin x > a$ ,  $\sin x < a$  имеет решение при условии ... .  
а)  $|a| \leq 1$       б)  $|a| > 1$
4. Построим единичную окружность и проведем линии тангенсов, которая является ... к окружности в точке (1;0).

- а) касательной б) нормаль

**Баалоо.** Материалдын мазмунунуз дештүргөнүнө жана тилдик көндүмдөрүн эске алып, жыйынтык баасын коём.

**Тапшырма:**

- 1) Словарь, лексикалык минимумдарды жаттоо;
- 2) Рабочий листти толтуруу.

**Рабочий лист**

**1. Словарь**

Тригонометрических неравенств-тригонометриялык барабарсыздыктар

Дуга окружности-айлананын жаасы

Линия тангенсов-тангенстер сызыгы

Искомое множество-изделүүчү көптүк

- 2. Лексикалык минимумдар:** тригонометрических неравенств, монотонности функции, единичный окружность, график тригонометрических функции.

**3. Тилдик конструкциялар:**

1. Неравенства, содержащие переменную только под знаком тригонометрической функции, называется ... .

(тригонометрическими)

2. Для решение тригонометрических неравенств используют ... или ... . (единичную окружность, график функции).

3. Тригонометрические неравенств  $\cos x > a$ ,  $\cos x < a$ ,  $\sin x > a$ ,  $\sin x < a$  имеет решение при условии ... .

а)  $|a| \leq 1$                       б)  $|a| > 1$

4. Построим единичную окружность и проведем линии тангенсов, которая является ... к окружности в точке (1;0).

а) касательной б) нормаль

- 4.** [1]. Решите задач §1.В. стр 255, §2.В. стр 259, §3.В. стр 263.