

Тема: Логарифмдик жана көрсөткүчтүү барабарсыздыктар.

Сабактын максаттары:

Конитивдик максат: Логарифмдик жана көрсөткүчтүү барабарсыздыктарды чыгара алат. Табылган чечимдерди өз алдынча текшере алат.

Социо-маданий максаты: Жуптарда, топтордо иштей алат. . Өзүнүн жыйынтыгын курбулары менен салыштырат, талдайт. Каталарын түзөтүшөт. Баалуу пикирди тандоого үйрөнөт.

Лингвистикалык максаты: лексикалык минимумдарды жаттап барышат. Тилдик конструкцияларды туура колдонууга үйрөнүшөт. Маселени максаттуу тилден Т1ге которот, маанисин түшүнөт.

Лексикалык минимумдар: неравенство, показательные неравенство, логарифмические неравенство, общие свойства неравенств, свойства монотонности и область определения.

Сабактын түрү: практикалык сабак.

Сабактын жүрүшү:

Чакыруу этабы: (орус тилинде жүргүзүлөт).

1. Неравенство, содержащее переменную только под знаком логарифма, называется логарифмическими. Например, неравенства вида

$$\log_a f(x) > \log_a \varphi(x), \log_a f(x) < \log_a \varphi(x)$$

При $a > 0, a \neq 1$ является логарифмическими.

2. Неравенства $\log_a f(x) > \log_a \varphi(x)$ равносильно системе $f(x) > \varphi(x) > 0$ при $a \in (1; +\infty)$ и системе $0 < f(x) < \varphi(x)$ при $a \in (0; 1)$
3. При решении логарифмических неравенств следует учитывать общие свойства неравенств, свойство монотонности логарифмической функции и область ее определения.

Решить неравенство:

$$1) \log_{0,5} \frac{5x-3}{x+2} > 1. \quad 2) \log_{20} x + \log_{20}(x+1) \leq \log_{20}(2x+6)$$

Решение. 1) $\log_{0,5} \frac{5x-3}{x+2} > 1$. выразив правую часть неравенства через логарифм, получим: $\log_{0,5} \frac{5x-3}{x+2} > \log_{0,5} 0,5$

Это неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} \frac{5x-3}{x+2} < 0,5 \\ \frac{5x-3}{x+2} > 1 \end{cases}$$

Второе неравенство которой характеризует область определения логарифмической функции, а первое- ее убывание при основании $0 < 0,5 < 1$.

Далее имеем:

$$\begin{cases} \frac{5x-3}{x+2} > 0 \\ \frac{5x-3-0,5(x+2)}{x+2} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5x-3}{x+2} > 0 \\ \frac{4,5x-4}{x+2} < 0 \end{cases}$$

Решив последний системы, получаем ответ $(\frac{3}{5}; \frac{8}{9})$.

2) $\log_{20}x + \log_{20}(x+1) \leq \log_{20}(2x+6)$. Имеем:

$$\begin{cases} x > 0 \\ x+1 > 0 \\ 2x+6 > 0 \\ \log_{20}x + \log_{20}(x+1) \leq \log_{20}(2x+6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x(x+1) \leq 2x+6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x^2 - x - 6 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (x-3)(x+2) \leq 0 \end{cases} \text{ ответ: } (0; 3].$$

Показательные неравенства.

1. Неравенство, содержащее переменную в показателе степени, называется показательным.
2. Решение показательных неравенств вида $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ (где $a > 0, a \neq 1$) основано на следующих утверждениях:

Если $a > 1$, то неравенства $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ и $f(x) < g(x)$ равносильны;

Если $0 < a < 1$, то неравенства $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ и $f(x) > g(x)$ равносильны (это следует из того, что при $a > 1$ показательная функция возрастает, а при $0 < a < 1$ убывает).

Решить неравенство:

1) $(0,25)^{6x-x^2} > 0,25^5$ 2) $(x-3)^{2x^2-7x} > 1$

Решение. 1) $0 < 0,25 < 1$, заданное неравенство равносильно неравенству: $6x - x^2 < 5$, т.е. $(x-1)(x-5) > 0$. Решая последнее, получаем ответ. Ответ: $(-\infty; 1) \cup (5; \infty)$.

2) Здесь можно рассмотреть два случая: $x-3 > 1$ и $0 < x-3 < 1$.

В первом случае показатель $x^2 - 7x$ должен быть положителен, а во втором отрицателен. Таким образом, задача сводится к решению совокупности двух систем:

$$\text{а) } \begin{cases} x-3 > 0 \\ 2x^2 - 7x > 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 0 < x-3 < 1 \\ 2x^2 - 7x < 0 \end{cases}$$

т.е. систем $\begin{cases} x > 4 \\ 2x(x-3,5) > 0; \end{cases} \begin{cases} 3 < x < 4 \\ 2x(x-3,5) < 0. \end{cases}$

Решением первой служит открытый луч $(4; \infty)$, а решением второй – интервал $(3; 3,5)$. Объединяя эти множества, получая ответ :

$$(3; 3,5) \cup (4; \infty).$$

Түшүнүү жана ойлонуу этаптары.

3 чакан топко бөлүп, алар үчүн ар бир топко тапшырма берилет.

Г-№1. Решите неравенство.

$$a) 2^{9x-x^2} > 1$$

$$б) \log_{0,4} \frac{x^2-x}{x^2+1} < 0$$

$$\Gamma\text{-№2.а) } 0,4^{x^2-x-20} > 1$$

$$б) \log_3 2x^2 < \log_3(7x-3)$$

$$\Gamma\text{-№3.а) } 16^{\frac{2x+1}{3x-7}} \cdot 64^{\frac{1}{3}} \cdot (0,25)^{-2} > 0 б) \log_{0,5} x^2 > \log_{0,5} 3x.$$

Решение.

Г-№1.

$$a) 2^{9x-x^2} > 1$$

$$б) \log_{0,4} \frac{x^2-x}{x^2+1} < 0$$

$$9x - x^2 > 0$$

$$0 < 0,4 < 1, \text{ значит}$$

$$x(9-x) > 0 \begin{cases} \frac{x^2-x}{x^2+1} > 0 \\ \frac{x^2-x}{x^2+1} > 1 \end{cases}$$

Ответ: (0;9)

Ответ: $(-\infty; -1)$.

Г-№2.

$$a) 0,4^{x^2-x-20} > 1$$

$$a) 0,4^{x^2-x-20} > 0,4^0$$

Здесь $0 < 0,4 < 1$, тогда

$$x^2 - x - 20 < 0$$

$$(x+4)(x-5) < 0$$

Ответ: $(-4; 5)$

$$б) \log_3 2x^2 < \log_3(7x-3)$$

$$2x^2 < 7x - 3$$

$$2x^2 - 7x + 3 < 0$$

$$2(x - \frac{1}{2})(x - 3) < 0$$

$$D = 49 - 24 = 25$$

Ответ: $(\frac{1}{2}; 3)$.

$$x_1 = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2};$$

$$x_2 = \frac{7+5}{4} = 3$$

$$\Gamma\text{-№3.а) } 16^{\frac{2x+1}{3x-7}} \cdot 64^{\frac{1}{3}} \cdot (0,25)^{-2} > 0 \frac{4x+2}{3x-7} > 3$$

$$16^{\frac{2x+1}{3x-7}} - 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} > 0 \frac{4x+2-9x+21}{3x-7} > 0$$

$$16^{\frac{2x+1}{3x-7}} > 4^3 \frac{-5x+23}{3x-7} > 0$$

$$4^{\frac{2(2x+1)}{3x-7}} > 4^3$$

Ответ: $(2\frac{1}{3}; 4\frac{3}{5})$..

$$б) \log_{0,5} x^2 > \log_{0,5} 3x.$$

$$0 < 0,5 < 1. \begin{cases} x^2 < 3x \\ x^2 > 0 \\ 3x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 3x < 0. \end{cases} \quad \text{Ответ : } (0; 3).$$

Теперь , составим речевые конструкции:

1. Пусть, дано неравенства $\log_a f(x) > \log_a g(x)$.
 - 1) Если $a > 1, a \neq 1$, тогда $f(x) \dots g(x)$.
 - 2) Если $0 < a < 1$, тогда $f(x) \dots g(x)$.
2. Пусть, дано показательные неравенства $a^{f(x)} < a^{g(x)}$.
 - 1) Если $a > 1$, тогда $f(x) \dots g(x)$.
 - 2) Если $0 < a < 1$, тогда $f(x) \dots g(x)$.

Домашнее задание

[1]. К. стр.325 Б.

[2]. С. стр. 81. [5А. 011 – 5А. 017]

Литературы:

1. В.С.Крамор .Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начало анализа. М. , Просвещение 1990.

2. А.Я.Симонов и др. Система тренировочных задач и упражнений по математике. . М. , Просвещение 1991.

