**Лекция 1 (1 час)**

**Тема:** Стохастическое моделирование. Основные понятия теории вероятностей

**План**

1. Введение.
2. Основные понятия теории вероятностей
3. Стохастические (вероятностные) модели широко применяются в тех случаях, когда те или иные факторы носят неопределенный характер. Такие ситуации характерны для самых разных областей человеческой деятельности. Примерами могут служить погодные условия через несколько лет, спрос на какую-либо продукцию, политическая ситуация в данной стране и т. п. Для лучшего понимания рассматриваемых методов полезно иметь в виду, что неопределенность может иметь довольно разный характер. При этом логические рассуждения не создают информацию из ничего, а структурируют уже имеющуюся.

**2.** Большое количество явлений и фактов, встречающихся в повседневной жизни, имеют случайную природу. Например, появление герба при бросании монеты является случайным событием, однако, при многократном бросании монеты выясняется, что примерно в половине случаев выпадает герб. Когда рассматриваются массовые количества однородных явлений или фактов, то вскрываются определенные закономерности. Изучение этих закономерностей и составляет предмет *теории вероятностей* и основанной на ней *математической статистики.* При этом изучаемые явления рассматриваются в абстрактной форме, независимо от их конкретной природы, что дает возможность использования определенного

математического аппарата. Установленные общие закономерности и положения могут применятся к широкому классу явлений.

Первичным понятием теории вероятностей является понятие *события.* Описательное понятие события заключается лишь в том, что это некоторое явление, которое может произойти или не произойти при выполнении определенного комплекса условий *G.*

*Испытанием*  мы будем называть тип опыта (эксперимента).

Например, извлечение наудачу карты из колоды – испытание.

Бросание наудачу игральной кости (монеты) – испытание.

Существенно, что испытания в приведенных примерах (как и все испытания в данном курсе) выполняются *наудачу*, т.е. субъективный фактор здесь предполагается исключенным.

**Определение. *Случайным событием*** *называется выделенный исход некоторого испытания.*

Очевидно, что в конкретном испытании рассматриваемое случайное событие может наступить, а может и не наступить. (Отметим также, что сам эпитет “случайное” перед термином “событие“ в дальнейшем для краткости мы обычно будем опускать.)

Всюду ниже для обозначения событий мы будем использовать заглавные буквы латинского алфавита (возможно, с индексами). Например, ,*B,C,…*или .

**Пример.** Пусть испытание – извлечение карты из колоды. Тогда событиями являются: *A*– извлечена карты красной масти, *B –* извлечена “ картинка“, *C –* извлечен туз и т.п. Если в результате конкретного испытания из колоды достали, например, семерку бубен, то событие *A* наступило, события *B*  и *C –* нет.

**Пример.** Пусть испытание – бросание игральной кости. Тогда событиями являются, например, *A* –число выпавших очков – четно, *B –* число выпавших очков – больше 4, *C–*  на верхней грани игральной кости выпала “5”.

Удобным обозначением для событий, относящихся к рассматриваемому испытанию (бросание игральной кости), служит перечисление всех исходов благоприятствующих наступлению события. Например, здесь ** ={2,4,6}, ={5,6}, ={5}.

Понятие случайного события является основополагающим в изучении вероятностных методов и моделей. Под случайным будем понимать событие, которое может произойти или не произойти в результате некоторого испытания. При этом испытанием может быть как целенаправленное действие, так и явление, происходящее независимо от наблюдателя. В дальнейшем случайные события будем называть просто событиями.

**Пример.** Студент сдает экзамен — испытание. "Он получил оценку 5" — событие.

Каждому событию может быть поставлено в соответствие число, принадлежащее отрезку [0,1] и называемое вероятностью данного события. Вероятность можно понимать как меру достоверности (в том числе и субъективной) данного события. В таком смысле слово "вероятность" употребляется и в бытовой речи, где, однако, ее обычно "измеряют" в процентах — от О до 100%. Вероятность обычно обозначают буквой р (от англ. probability — вероятность). Чем более достоверным представляется наступление события, тем больше его вероятность. Вероятность невозможного события считается равной нулю, вероятность абсолютно достоверного события — единице. Для определения вероятностей событий возможны различные подходы. Начнем с рассмотрения ситуации, когда в результате испытания может произойти один из некоторого конечного множества равновозможных исходов {пространства исходов). Если общее число исходов (или, иначе говоря, элементарных событий) равно п, то каждому из них приписывается вероятность 1/п.

**1. Определение.** *Два события называются* ***равными****, если одно из них наступает тогда и только тогда, когда наступает другое*.

**Пример.** Будут произведены 3 выстрела в мишень. *А –* число попаданий в мишень равно 0, *В –* число попаданий в мишень меньше, чем 0,5. Очевидно, что 

**2. Определение.** *Два события называются* ***равновозможными,*** *если вероятности их наступления равны (в смысле статистического определения вероятности).*

На практике равновозможность событий обычно усматривается из симметрии ситуации.

**Пример.** Пусть испытание – бросание монеты. Тогда события  *–* выпадение “орла” и  *–* выпадение “решки” являются равновозможными.

**3. Определение*.*** *Событие называется* ***достоверным,*** *если оно наступает в каждом из испытаний.*

Достоверное событие будем обозначать через  Такое событие определено однозначно для каждого вида испытания.

**Пример.** Пусть испытание – бросание игральной кости. Тогда  где m – число выпавших очков.

Т.к. , то  т.е.



**4. Определение.** *Событие называется* ***невозможным,*** *если оно не наступает ни в одном из испытаний.*

Невозможное событие будем обозначать символом ∅. Это событие определено однозначно для каждого вида испытания.

**Пример.** Пусть измеряется рост наудачу взятого человека. Тогда ∅ = (значение роста – отрицательное число) = (рост – более 100 км) =….

Т.к.  то  т.е.



**5. Определение.** *Два события называются* ***несовместными*** *(****несовместимыми****), если они не могут наступить одновременно.*

**Пример.** Испытание – извлечение карты из колоды. Если событие *А –* извлечена карта красной масти, событие *В –* извлечена карта черной масти, то *А* и *В –* несовместны.

**Пример.** Пусть по мишени производится 3 выстрела и *m* – число попаданий в мишень. Тогда события, например,  и  – несовместны.

**6. Определение.** *События   называются* ***единственно возможными*** *для некоторого испытания, если в результате испытания хотя бы оно из них обязательно наступает.*

**Пример.** Пусть испытание – бросание игральной кости.    Тогда события *А* и *В –* единственно возможны (т.к. не существует такого исхода бросания игральной кости, при котором ни *А,* ни *В* не наступило). Напротив, *А* и *С* не являются единственно возможными (т.к. при выпадении “6” ни *А,* ни *С*  не наступают).

**7. Определение*.*** *Говорят, что события  образуют* ***полную систему (группу),***  *если эти события попарно несовместимы и единственно возможны.*

**Пример.** Пусть испытание – бросание игральной кости. Тогда события  образуют полную систему.

**Пример.** Пусть по мишени производится 3 выстрела и *m* – число попаданий в мишень. Тогда события, например,  образуют полную систему.

Заметим, что при заданном типе испытания полная система событий определена, вообще говоря, неоднозначно.

**Определение.** *Если два события образуют полную систему, то они называются парой* ***взаимно противоположных*** *событий.*

Если одно из событий такой пары обозначено, скажем, через , другое будет обозначено 

**Пример.** Пусть испытание – бросание монеты. Тогда события *А* – выпадение “орла” и *В*  – выпадение “решки” являются взаимно противоположными ().

**Пример.** Пусть по мишени производится 3 выстрела, и *m* – число попаданий в мишень. Тогда события, например,  и  – взаимно противоположны.