# Лекция 2 (1 час)

**Тема:** Общая постановка задачи линейного программирования

**План**

1. Формулировка задачи.
2. Формы записи задач линейного программирования

## 1. Формулировка задачи

Линейное программирование – это наука о методах исследования и отыскания наибольших и наименьших значений линейной функции, на неизвестные которой наложены линейные ограничения.

Для решения задач линейного программирования потребовалось создание специальных методов. Особенно широкое распространение линейное программирование получило в экономике, так как исследование зависимостей между величинами, встречающимися во многих экономических задачах, приводит к линейной функции с линейными ограничениями, наложенными на неизвестные.

Даны линейная функция $Z=C_1x_1+C_2x_2+\ldots+C_nx_n$ (1) при ограничениях

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ldots+a_{1j}x_j+\ldots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ldots+a_{2j}x_j+\ldots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \ldots \\ a_{i1}x_1+a_{i2}x_2+\ldots+a_{ij}x_j+\ldots+a_{in}x_n=b_i \\ \ldots \\ a_{m11}x_1+a_{m2}x_2+\ldots+a_{mj}x_j+\ldots+a_{mn}x_n=b_m \end{cases} \qquad (2)$$

$$x_j \ge 0,\ j=1,\ldots,n$$

(3) где $a_{ij}$, $b_i$, $C_j$ –заданные постоянные величины.

Найти такие неотрицательные значения $x_1$, $x_2,\ldots,x_n$, которые удовлетворяют системе ограничений (2) и доставляют линейной функции (1) минимальное значение.

## 2.Формы записи задач линейного программирования

Общая задача имеет несколько форм записи.

**Векторная форма записи.** Минимизировать линейную функцию $Z=CX$ при ограничениях $A_1x_1+A_2x_2+\ldots+A_nx_n=A_0$, $X \ge 0$, (4), где $C=(c_1,c_2,\ldots,c_n)$; $X=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$; $CX$ –скалярное произведение; векторы

$$A_1=\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \ldots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, A_2=\begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \ldots \\ a_{m2} \end{pmatrix},\ldots, A_n=\begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \ldots \\ a_{mn} \end{pmatrix}, A_0=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{pmatrix}$$

состоят соответственно из коэффициентов при неизвестных и свободных членов.

**Матричная форма записи**. Минимизировать линейную функцию $Z=CX$ при ограничен...

AX=A$_0$, $X \geq 0$, где $C=(c_1,c_2,\ldots,c_n)$ –матрица-строка; $A=(a_{ij})$ –матрица системы; $X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix}$ - матрица столбец, $A_0=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{pmatrix}$ -матрица-столбец.

**Запись с помощью знаков суммирования.** Минимизировать линейную функцию $Z=\sum_{j=1}^{n} C_j x_j$ при ограничениях $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_j, i=1,\ldots,m, x_j \geq 0, j=1,\ldots,n.$

*Планом* или *допустимым решением* задачи линейного программирования называется вектор $X=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, удовлетворяющий условиям (2) и (3).

План $X=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ называется *опорным,* если векторы $A_i$, $i=1,\ldots,m,$ входящие в разложение (4) с положительными коэффициентами $x_i$, являются линейно независимыми.

Так как векторы $A_i$ являются $m$-мерными, то из определения опорного плана следует, что число его положительных компонент не может превышать $m$.

*Оптимальным планом* или *оптимальным решением* задачи линейного программирования называется план, доставляющий наименьшее (наибольшее) значение линейной функции.

В дальнейшем рассмотрим решение задач линейного программирования, связанных с нахождением минимального значения линейной функции. Там, где необходимо найти максимальное значение линейной функции, достаточно заменить на противоположный знак линейной функции и найти минимальное значение последней функции. Заменяя на противоположный знак полученного минимального значения, определяем максимальное значение исходной линейной функции.