Министерство образования и науки Республики Казахстан

Таразский государственный университет имени М.Х. Дулати

МАТЕРИАЛЫ

республиканской научно-практической конференции магистрантов, докторантов и молодых ученых на тему «Наука и современность – 2015», посвященной реализации Послания Президента РК народу Казахстана «НҰРЛЫ ЖОЛ – ПУТЬ В БУДУЩЕЕ»

13 марта 2015 г.

II ТОМ

Серии:
- **Инновационная деятельность в области науки и научно-технической деятельности;**
- **IT-технологии: развитие и приложения.**

Копия верна
Уч. секр. ТарГУ
Муратова Т.И

Ақпараттық технологиялар, автоматика және телекоммуникация факультеті

Издательство
«Тараз университеті»
Тараз, 2015

Копия верна
Уч. секр. ТарГУ

Ақпараттық технологиялар, автоматика және телекоммуникация факультеті

Осы формуланы (11) катардың сәйкестігін дәлелдеуде қолданамыз. Алдыңғы коэффициенттерді өрнектейтін регуляр қатарларды көбейту нәтижесі ретінде құрылатын қатардың әрбір коэффициенті реттелген катар болып табылады. Осы қатарлардың барлығына ортақ реттелудің көрсеткішін q деп белгілейік. Реттелген қатарларды көбейтуге арналған Ляпунов теоремасынан шығатыны, мұндай көрсеткіш нақты табылуы мүмкін және оның (10) реттелу көрсеткіші ретінде бұрын енгізілген q санынан ерекшелігі аз болады.

Ары қарай, ізделінді ξ функциясын бейнелейтін катардың мажорантасын құрып, λ параметрінің кіші мәндерінде немесе $\alpha=2\pi A^3\lambda$-да (11) қатар жинакталып, біздің есебіміздің шешімі болатынын нақты айта аламыз. Нәтижесінде келесі теорема дәлелденеді:

Егер z=0 жазықтығында, b_n коэффициенттері $|b_n| < Nq^n$ шартын қанағаттандыратын, $q < \frac{A}{h}$ және A мен h сандары берілген ($A<h$):

$$W_{z=0} = \frac{4}{3}\pi A^3\left(\frac{\chi}{h}\right)^2 + \alpha\cdot\left(\frac{\chi}{h}\right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} b_n \chi^n U_n(\chi), \tag{13}$$

түрінде өрнектеуге болатын W потенциалы анықталатын болса, онда есептің α параметрінің жеткілікті кіші мәндері үшін z=0 жазықтығының астында орналасқан тығыздығы 1-ге тең, біртекті денені табуға болады; мәндері (13)-өрнекпен берілген Кеплер потенциалы бар бұл дене радиусы A сферадан аз ғана ерекшеленеді және OZ осіне қатысты симметриялы болып табылады.

Анықталған кейбір шарттардағы шешімдері жоғарыда көрсетілген, біз қарастырып отырған есептің жалғыз шешімі бар.

Әдебиет

1. Сретенский Л.Н. Об одной обратной задаче теории потенциала, Изв. АН СССР, сер. матем., 1931, №5-6, стр.551-570.
2. Serikbaev A. About one inverse problem of potential of simple puff for the break surface // Тезисы Международной конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения» Алматы, 2001, стр. 1.
3. Кирейтов В.Р. Прямая и обратная задача Дирихле для потенциала Кеплера. Новосибирск. Издательский дом, Манускрипт, 2002.

УДК 517.97.62-50

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕПЛОВОГО ПРОЦЕССА

Наметкулова Р.Ж.
Таразский государственный университет им. М.Х. Дулати, г. Тараз

I. Краевая задача управляемого процесса. Рассмотрим управляемый процесс, описываемый краевой задачей [1-3]:

$$\nu_t = \nu_{xx} + \lambda\int_0^T K(t,\tau)\nu(\tau,x)d\tau + g(t,x)f[t,u(t)],$$

$$0 < x < 1, \qquad 0 < t \le T, \tag{1}$$

$$\nu(0,x) = \psi(x), \; 0 < x < 1, \tag{2}$$

$$\nu_x(t,0) = 0, \qquad \nu_x(t,1) + \alpha\nu(t,1) = 0, \qquad 0 < t \le T, \tag{3}$$

где функция $\nu(t,x)$, $(t,x) \in Q = \{0 < x < 1,\ 0 < t \le T\}$ – описывает состояния управляемого процесса, где $K(t,\tau)$ – известная функция, определенная в квадрате $A = \{0 < t < T,\ 0 < \tau < T\}$ и удовлетворяющая условию:

Копия верна
Уч. секр. ТарГУ Муратова Г.

$$\int_0^T\int_0^T K^2(t,\tau)\,d\tau d\tau = K_0 < \infty; \qquad (4)$$

$g(t,x) \in H(Q)$, $\psi(x) \in H(0,1)$, $f[t,u(t)] \in H(0,T)$ – заданные функции, причем функция $f[t,u(t)]$ нелинейно зависит от функции управления $u(t) \in H(0,T)$ и по функциональной переменной $u(t)$ монотонна, т.е.

$$\frac{\partial f[t,u(t)]}{\partial u} \neq 0, \forall t \in [0,T]; \qquad (5)$$

λ – параметр, постоянная $\alpha>0$, T – фиксированный момент времени, $H(Y)$ – гильбертово пространство функций, определенных на множестве Y.

Решение краевой задачи (1)-(3) ищем в виде:

$$v(t,x) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n(t) z_n(x). \qquad (6)$$

Здесь функции [4]:

$$z_n(x) = \sqrt{\frac{2(\lambda_n^2 + \alpha^2)}{\lambda_n^2 + \alpha^2 + \alpha}} \cos \lambda_n x,$$

при каждом фиксированном n=1, 2, 3, …, является решением краевой задачи:

$$z''(x) + \lambda^2 z(x) = 0, z'(0) = 0, z'(1) + \alpha z(1) = 0 \qquad (7)$$

и образует полную ортонормированную систему собственных функций в пространстве $H(0,1)$, а соответствующие собственные значения λ_n краевой задачи (7), определяются как решение трансцендентного уравнения, $\lambda tg=\alpha$ и удовлетворяет условиям:

$$\lambda_n < \lambda_{n+1}, \lim_{n\to\infty} \lambda_n = \infty, (n-1)\pi < \lambda_n < \frac{\pi}{2}(2n-1); \qquad (8)$$

Коэффициенты Фурье $v_n(t)$, согласно методике работы [5], как решение линейного неоднородного интегрального уравнения Фредгольма 2-рода вида:

$$v_n(t) = \lambda \int_0^T K_n(t,s) v_n(s)\,ds + a_n(t) \qquad (9)$$

с ядром:

$$K_n(t,s) = \int_0^t e^{-\lambda_n^2(t-\tau)} K(\tau,s)\,d\tau \qquad (10)$$

и свободным членом:

и

$$a_n(t) = e^{-\lambda_n^2 t}\psi_n + \int_0^t e^{-\lambda_n^2(t-\tau)} g_n(\tau) f[\tau,u(\tau)]\,d\tau, \qquad (11)$$

определяется по формуле [6]:

$$v_n(t) = \lambda \int_0^T R_n(t,s,\lambda) a_n(s)\,ds + a_n(t), \qquad (12)$$

где резольвента $R_n(t,s,\lambda)$ ядра $K_n(t,s)$ определяется с помощью повторных ядер $K_{n,i}(t,s)$ в виде следующего ряда Неймана:

$$R_n(t,s,\lambda) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} K_{n,i}(t,s) \qquad (13)$$

и при выполнении условия:

$$|\lambda|\sqrt{K_0T} < \sqrt{2}\lambda_1,$$

является непрерывной функцией, а также удовлетворяет оценке:

$$|R_u(t,s,\lambda)| \le \frac{1}{\sqrt{2\lambda_1^2} - |\lambda|\sqrt{K_0T}}\left(\int_0^T K^2(\eta,s)d\eta\right)^{1/2}.$$

Отметим, что в силу условий (6) и (14) каждое управление $u(t) \in H(0,T)$ определяет единст слабо обобщенное решение $v(t,x) \in H(Q)$ краевой задачи (1)-(3).

II. Постановка задачи оптимального управления и условия оптимальности. Рассмотрим оптимизации, где требуется минимизировать квадратичный интегральный функционал

$$J[u(t)] = \int_0^1 [v(T,x) - \xi(x)]^2\,dx + \beta\int_0^T u^2(t)dt, \beta > 0,$$

где $\xi(x) \in H(0,1)$ – заданная функция, на множестве решений краевой задачи (1)-(3), т.е. нуж такое управление $u^0(t) \in H(0,T)$, которое вместе с соответствующим ему решением $v^0(t,x)$ задачи (1)-(3) доставляет наименьшее возможное значение функционала (16). [illegible] оптимальным управлением, а $v^0(t,x)$ – оптимальным процессом.

Поскольку каждое управление $u(t)$ единственным образом определяет управляемый процес то в силу условия (5) управлению $u(t)+\Delta u(t)$, соответствует решение краевой задачи (1)- $v(t,x)+\Delta v(t,x)$, где $\Delta v(t,x)$ приращение соответствующее приращению $\Delta u(t)$. Согласно методике принципа максимума [4] приращение функционала (16) можно представить в виде:

$$\Delta J[u] = J[u+\Delta u] - J[u] = -\int_0^T \Delta\Pi[t,v(t,x),\omega(t,x),u(t)]dt + \int_0^1 \Delta v^2(T,x)dx,$$

где

$$\Delta\Pi(t,v,\omega,u) = \Pi(t,v(t,x),\omega(t,x),u(t)+\Delta u(t)) - \Pi(t,v(t,x),\omega(t,x),u(t)),$$

$$\Pi(t,v(t,x),\omega(t,x),u(t)) = \int_0^1 g(t,x)\omega(t,x)dx f[t,u(t)] - \beta u^2(t),$$

а функция $\omega(t,x)$ определяется как решение сопряженной краевой задачи:

$$\omega_t + \omega_{xx} + \lambda\int_0^T K(\tau,t)\omega(\tau,x)d\tau = 0,\ 0 < x < 1,\ 0 \le t < T,$$

$$\omega(T,x) + 2[v(T,x) - \xi(x)] = 0,\ 0 < x < 1,$$

$$\omega_x(t,0) = 0,\ \omega_x(t,1) + \alpha\omega(t,1) = 0,\ 0 \le t < T,$$

Согласно принципу максимума для систем с распределенными параметрами [4] как следст оптимальное управление определяется из соотношений:

$$2\beta u(t) f_u^{-1}[t,u(t)] = \int_0^1 g(t,x)\omega(t,x)dx,$$

$$f_u[t,u(t)]\left(\frac{u(t)}{f_u[t,u(t)]}\right)_u > 0,$$

которые называются условиями оптимальности.

Литература

...Беткулова Р.Ж., Калдрымбетова А.К. Обобщенное решение [illegible] управления ...ового процесса, описываемого фредгольмовым интегро-дифференциальным уравнением // [illegible] и моделирование процессов технологии [illegible]

... Применение решений [illegible] описываемого фредгольмовым интегро... [illegible] – С. 75...

...имбетов А.К. Нелинейное [illegible] ...параметрами. –Дисс… докт. физ.-мат. наук. [illegible]

...терина Л.А., Соболев В.И. [illegible]

Копия верна
Уч. секр. ТарГУ
Муратова Г.И

Ақпараттық технологиялар, автоматика және телекоммуникация факультеті

ТАБИҒАТ [illegible]

[illegible]

М.Х. Дулати атындағы Тараз мемлекеттік университеті [illegible]

...энергетика биологиялық тірі [illegible] бұл [illegible] химия [illegible] [illegible]