**КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН БИЛИМ БЕРҮҮ
ЖАНА ИЛИМ МИНИСТРЛИГИ**

ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫНЫН ТҮШТҮК БӨЛҮМҮНҮН ЖАРАТЫЛЫШ БАЙЛЫКТАРЫ ИНСТИТУТУ

ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШ К 01.15.504

Кол жазма укугунда
УДК: 517.956.6

СААДАЛОВ ТӨЛӨНБАЙ ЫСМАНОВИЧ

ТӨРТҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ ПСЕВДОПАРАБОЛАЛЫК ЖАНА ГИПЕРБОЛАЛЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР ҮЧҮН ЖАЛГАШТЫРУУ МАСЕЛЕЛЕРИ

01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу»

Физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын
АВТОРЕФЕРАТЫ

Ош – 2016

Диссертациялык жумуш М.М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин «Информатика» кафедрасында аткарылды

Илимий жетекчи:	физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Сопуев Адахимжан**
Расмий оппоненттер:	физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Керимбеков Акылбек Керимбекович**
	физика-математка илимдеринин кандидаты, доцент **Зулпукаров Алтынбек Зулпукарович**
Жетектөөчү мекеме	КР УИАнын теориялык жана колдонмо математика Институту

Диссертациялык иш 2016 - жылдын 23 - декабрында саат 12^{00} дө Ош мамлекеттик университетинин жана Кыргыз Республикасынын УИАнын түштүк бөлүмүнүн жаратылыш ресурстары Институту физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн уюштурулган К 01.15.504 диссертациялык кеңештин жыйынында корголот. Дареги: 723500 Ленин көчөсү, 331.

Диссертациялык жумуш менен Ош мамлекеттик университетинин Борбордук китепканасынан таанышса болот.

Автореферат 2016 – жылдын 18 – ноябрында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы
ф.-м.и.к, доцент Бекешов Т.О.

ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨ

Жумуштун актуалдуулугу. Бир тектүү эмес же бөлүкчө бир тектүү чөйрөлөрдө болуп жаткан кубулуштарды математикалык моделдештирүү методдорунун бири болуп, аларды экинчи, үчүнчү жана төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелерине окуп үйрөнүүгө келтирүү болуп саналат. Түрдүү жылуулук физикалык мүнөздөөчүсү бар жылуулук берүүчү кубулуштардын математикалык модели катары көпчүлүк учурда жекече туундулуу теңдемелер үчүн локалдык эмес жалгаштыруу шарттары бар маселелери пайдаланылып келе жаткандыгын белгилеп кетүүгө болот.

Төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелери салыштырмалуу аз изилденген. Жекече туундулуу теңдемелердин тартибинин жогорулашы менен маселенин коюлушунун корретивдүүлүгү теңдеменин чечимин табуу, жалгаштыруу шарттарынын санын аныктоо жана маселенин чечилиши сыяктуу суроолордун пайда болушу айкын жана конкреттүү учурда терең изилдөөнү талап кылат.

Кичине мүчөлөрү бар төртүнчү тартиптеги гиперболалык жана псевдопараболалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелери корректтүүлүгүн далилдөө жумуштун актуалдуулугун айгинелейт.

Диссертациянын илимий проекттер жана негизги илим – изилдөө иштери менен байланышы:

Диссертациялык жумуш Ош мамлекеттик университеттин алдындагы фундаменталдык жана колдонмо изилдөөлөр институтундагы Кыргыз Республикасынын Билим жана илим министрлиги тарабынан каржыланган “Гидроаэродинамиканын, химиялык кинетиканын, жылуулук-салмак алмаштыруу жана жаратылыштын башка кубулуштарынын математикалык моделдерин окуп үйрөнүү ” темадагы илимий изилдөө долбоорунун алкагында жүргүзүлдү (мамлекеттик каттоо номери № 0005721, 20.04.2012).

Изилдөөнүн максаты:

- төртүнчү тартиптеги псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелердин чечимдеринин жашашын жана жалгыздыгын далилдөө;
- жалгаштыруу маселелери корректтүүлүгүн камсыз кылуучу шарттарын аныктоо;
- берилген функциялардын жылма болуу шарттарын жана жалгаштыруу маселелерин чыгарууга мүмкүн болгон жетиштүү шарттарды табуу;
- төртүнчү тартиптеги псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин чечимдери жалгыздыгын далилдөө.

Изилдөөнүн методдору. Диссертациялык жумушта теңдеменин чечимин түзүүдө теңдеменин тартибин төмөндөтүү методу жана Римандын функциясы методу колдонулган. Чечимдин жашашы жана жалгыздыгын далилдөө максатында чек аралык маселелерди Фредгольм жана Вольтер түрүндөгү интегралдык теңдемелерди жана алардын системаларын чыгарууга келтирүү методу ошондой эле кысып чагылтуу принциби жана удаалаш жакындаштыруу методу пайдаланылган.

Изилдөөнүн илимий жаңылыктары. Жумуштун илимий жаңылыгы жаңы чек аралык маселенин корректтүү коюлушунан, локалдык эмес жалгаштыруу шарттарын формулировкалоодон, теңдеменин аныкталуу аймагынын ийри сызыктуу чек араларынын формаларын табуудан жана берилген чек аралык шарттардан турат. Түзүлгөн теория төртүнчү тартиптеги псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин корректтүүлүгүн далилдөөгө мүмкүнчүлүк берет.

Негизги илимий жаңылыктар:

- жаңы чек аралык маселенин коюлушунун корректтүүлүгү иштелип чыгылды;
- локалдык эмес жалгаштыруу шарттары аныкталды;
- берилген чек аралык шарттар үчүн теңдемелердин аныкталуу аймагынын ийри сызыктуу чек араларынын формалары табылды;
- төртүнчү тартиптеги псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелери үчүн жалгаштыруу маселелеринин корректтүүлүгүн далилдөө теориясы түзүлдү.

Теориялык жана практикалык баалуулугу. Диссертациянын жыйынтыктары төртүнчү тартиптеги псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелерин изилдөө менен байланышкан жана аларды экинчи, үчүнчү, төртүнчү, жогорку тартиптеги жекече туундулуу теңдемелер үчүн чек аралык маселелер теориясын өнүктүрүүдө, ошондой эле бир тектүү эмес жана бөлүктөп бир тектүү чөйрөдө болуп жаткан кубулуштарды моделдештирүүдө колдонууга болот. Андан сырткары диссертациянын материалдарын илимий изилдөөлөрдө, жогорку окуу жайлардагы профилдик жана башка табигый-техникалык багыттар үчүн атайын курстарды иштеп чыгууда колдонуу мүмкүн.

<u>Коргоого алып чыгылуучу негизги жоболор:</u>

1. Псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн тик бурчтуу жана ийри чек арасы бар областтарда коюлган чек аралык жана жалгаштыруу маселелеринин корректтүүлүгү баяндалган;
2. Псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн локалдуу эмес жалгаштыруу шарттары бар чек аралык маселелердин чечимдеринин жашашынын жана жалгыздыгынын жеткиликтүү шарттары табылган;
3. Жалгаштыруу шарттары характеристикалык эмес сызыктарда берилген учурдагы псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн чек аралык маселелердин чечимдеринин бир маанилүү аныкталышынын жеткиликтүү шарттары табылган;
4. Кичине мүчөлөрү бар псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн Риман функциясы тургузулган жана анын касиеттери изилденген;
5. Жалгаштыруу маселелеринин корректтүүлүгүн камсыздоочу шарттар аныкталган.

Жумуштун апробациясы. Изилдөөнүн негизги жыйынтыктары семинарларда, конференцияларда, кафедранын кеңешмелеринде баяндалып талкууланып келген: атап айтсак, “Башкаруу теорияларынын, топологиянын жана оператордук теңдемелердин актуалдуу проблемалары” аттуу эл аралык илимий конференциясы (2013-ж, Чолпон-Ата ш.); Жалал-Абад мамлекеттик университетинин 20 жылдыгына карата арналган республикалык илимий-теориялык конференциясы (2013-ж, Жалал-Абад ш.); Түрк тилдүү мамлекеттердин математиктеринин V эл аралык конгресси (2014-ж, Ысык-Көл, Аврора); Эл аралык форумда (2015-ж, Ысык-Көл, Бозтери айылы); “Естественные математические науки в современном мире” аттуу XLII эл аралык илимий – практикалык конференция (2016-ж, Новосибирск ш.).

Жумуштун айрым жыйынтыктары ф.-м. и. д., профессор А.Сопуев жетектеген “Жекече туундулуу теңдемелер” аттуу семинарында (2012-2016 жж, ОшМУ); ф.-м. и. д., профессор К.Алымкулов жетектеген “Дифференциалдык теңдемелер теориясынын заманбап маселелери” аттуу ЖОЖдор аралык илимий семинарында (2012-2016 жж, Ош ш.); ф.-м. и. д., профессор К.С.Алыбаев жетектеген дифференциалдык теңдемелер боюнча семинарында талкууланган. (2013-2016 жж., ЖАМУ, Жалал-Абад ш.).

Диссертациялык жумуш боюнча илимий басылмалар. Изилдөө ишинин темасы боюнча 13 илимий басылмаларда 9 макала [1] - [2], [5] -[11] жана 4 тезис [3], [4], [12], [13] жарыкка чыккан, анын ичинен 4 макала Россиянын РИНЦте катталган басылмаларынан жарык көргөн.

Биргеликте жасалган жумуштардагы автордун өзүнүн салымы:
[2] - [4], [6], [9], [13] жумуштарда маселенин коюлушу илимий жетекчиге, ал эми чечимдин жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү теореманы далилдөө, негизги жыйынтыктарды алуу авторго таандык.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Диссертация киришүүдөн, 10 бөлүмдөн турган 4 главадан, 76 пайдаланылган адабияттардын тизмесинен жана корутундудан турат. Бөлүмдөрдү номерлөө эки цифрадан турат: биринчиси главанын номерин, ал эми экинчиси – бөлүмдүн номерин көрсөтөт. Теоремаларды, формулаларды, маселе-мисалдарды номерлөө үч цифрадан турат: биринчи цифра главанын, экинчи цифра бөлүмдүн, үчүнчү цифра – бул бөлүмдөгү катар номерди көрсөтөт. Тексттин көлөмү 112 бет.

Учурдан пайдаланып, маселенин коюлушуна көмөк көрсөтүп, ар дайым баалуу жана пайдалуу кеңештерди берип, диссертациялык жумуштун жыйынтыктарын чогуу талкуулашып, өзүнүн жардамын аябаган илимий жетекчим ф.-м. и. д., профессор А.Сопуевге терең ыраазычылыгымды билдирем.

Диссертациянын кыскача мазмуну. Биринчи главада диссертациялык жумуштун темасы боюнча аткарылган жумуштар баяндалган жана аталган жумушта алынган негизги жыйынтыктар келтирилген.

1.2 - бөлүмүндө аталган изилдөөдө алынган негизги жыйынтыктар баяндалган. Жумушта төмөнкүдөй төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелери каралган.

$$L_1(u) \equiv u_{xxyy} + a_1(x,y)u_{xxy} + a_2(x,y)u_{xyy} + b_1(x,y)u_{xx} + b_2(x,y)u_{xy} + \\ + b_3(x,y)u_{yy} + c_1(x,y)u_x + c_2(x,y)u_y + d(x,y)u = f_1(x,y), \quad (1)$$

$$L_2(u) \equiv u_{xxxy} + \alpha_1(x,y)u_{xxx} + \alpha_2(x,y)u_{xxy} + \beta_1(x,y)u_{xx} + \\ + \beta_2(x,y)u_{xy} + \gamma_1(x,y)u_x + \gamma_2(x,y)u_y + \delta(x,y)u = f_2(x,y), \quad (2)$$

мында $a_i,\ c_i,\ \alpha_i,\ \beta_i,\ \gamma_i,\ f_i (i=1,2),\ b_j(j=\overline{1,3}),\ \delta$ берилген жылма функциялар болуп эсептелет.

Жогорку туундуларына карата чыныгы эселүү мүнөздөөчүлөрү бар эки гиперболалык типтеги сызыктуу теңдеме ((1) теңдеме) каноникалык түргө келтирилген. Мында $x = const,\ y = const$ түз сызыктары (1) теңдеменин эки эселүү чыныгы мүнөздөөчүлөрү болуп эсептелет.

(2) теңдеме эки чыныгы мүнөздөөчүлөрү (алардын бири үч эселүү, экинчиси бир эселүү) бар гиперболалык типтеги сызыктуу теңдеме, ошондой эле бул теңдеме да жогорку туундуларына карата каноникалык түргө келтирилген. Мында $y = const$ түз сызыгы (2) теңдеменин чыныгы үч эселүү, ал эми $x = const$ - бир эселүү мүнөздөөчүсү болуп эсептелет. Бул учурда (2) теңдеме көпчүлүк учурда псевдопараболалык теңдеме деп аталат.

Экинчи главада мүнөздөөчүнүн $y=0$ шарты боюнча (1) жана (2) теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселесинин бир маанилүү чыгарылышынын жетиштүү шарттары тургузулган.

2.1 - бөлүмдө чокулары $A_0(0,h),\ A_1(0,-h_1), B_1(\ell,-h_1),\ B_0(\ell,h)\ (h,\ h_1,\ell>0),$ болгон D мүнөздүү тик бурчтукта $D_1 = D \cap (y>0)$ жана $D_2 = D \cap (y<0)$ областтардын $J = \{(x,y):\ 0<x<\ell, y=0\}$ жалпы чек арасында локалдык эмес шарттуу төртүнчү тартиптеги псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн чек аралык маселеси каралган. (1- сүрөт)

2.1.1 – маселе. D_1 областында *(1)* теңдемени жана

$$u(0,y) = \varphi_1(y),\ u_x(0,y) = \varphi_2(y),\ 0 \le y \le h, \quad (3)$$

$$u(x,h) = \psi(x),\ 0 \le x \le \ell, \quad (4)$$

чек аралык шарттарын, ал эми D_2 областында (2) теңдемени жана

$$u(x,y) \in C(\overline{D}) \cap [C^{2+2}(D_1) \cup C^{3+1}(D_2)]$$

$$u(0,y) = \chi_1(y),\ u_x(0,y) = \chi_2(y), \\ u_{xx}(0,y) = \chi_3(y),\ -h_1 \le y \le 0, \quad (5)$$

чек аралык шарттарын жана

$$u(x,+0) = u(x,-0),\ u_y(x,+0) == \rho(x) \times \\ \times u_y(x,-0) + \int_0^x \theta(x,\xi) u_y(\xi,-0)d\xi + r(x), \quad (6)$$

жалгаштыруу шарттарын канааттандырган $u(x,y) \in C(\overline{D}) \cap [C^{2+2}(D_1) \cup C^{3+1}(D_2)]$ функциясын тапкыла,

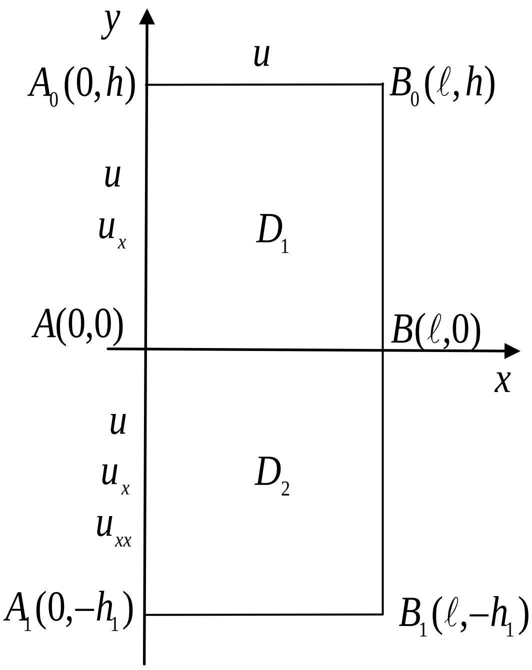


Рис. 1.

мында $a_i, c_i, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i (i=1,2),\ b_j, \chi_j (j=\overline{1,3}), \varphi_1, \varphi_2, d, \delta, \psi, \rho, \theta, r$ *- берилген функциялар.*

Бул учурда төмөнкү шарттар аткарылат:

$$\begin{aligned}
&a_1 \in C(\overline{D}_1) \cap C^{2+1}(D_1),\ a_2 \in C(\overline{D}_1) \cap C^{1+2}(D_1),\\
&b_1 \in C(\overline{D}_1) \cap C^{2+0}(D_1), b_2 \in C(\overline{D}_1) \cap C^{1+1}(D_1),\\
&b_3 \in C(\overline{D}_1) \cap C^{0+2}(D_1), c_1 \in C(\overline{D}_1) \cap C^{1+0}(D_1),\\
&c_2 \in C(\overline{D}_1) \cap C^{0+1}(D_1), d \in C(\overline{D}_1),\ \alpha_1 \in C(\overline{D}_2) \cap\\
&\cap C^{3+0}(D_2), \delta \in C(\overline{D}_2), \alpha_2 \in C(\overline{D}_2) \cap C^{2+1}(D_2),\\
&\beta_1 \in C(\overline{D}_2) \cap C^{2+0}(D_2), \beta_2 \in C(\overline{D}_2) \cap C^{1+1}(D_2),\\
&\gamma_1 \in C(\overline{D}_2) \cap C^{1+0}(D_2), \gamma_2 \in C(\overline{D}_2) \cap C^{0+1}(D_2),\\
&\theta \in C^{3+0}(\overline{Q}), \rho, r \in C^3[0,\ell].
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
&\varphi_1, \varphi_2 \in C^2[0,h],\ \psi \in C^2[0,\ell],\ \chi_1,\ \chi_2,\ \chi_3 \in C^1[-h_1,0],\\
&\varphi_1(0) = \chi_1(0),\ \varphi_2(0) = \chi_2(0),\ \varphi_2(h) = \psi(0).
\end{aligned} \tag{8}$$

Төмөндөгүдөй белгилөөлөрдү кийирели

$$\begin{aligned}
&u(x,+0) = u(x,-0) = \tau(x),\ 0 \le x \le \ell,\\
&u_y(x,+0) = v_1(x),\ \ u_y(x,-0) = v_2(x),\ 0 \le x \le \ell,
\end{aligned} \tag{9}$$

мында $\tau(x),\ v_1(x), v_2(x)$ - азырынча белгисиз функциялар.

Анда 2.1.1 - маселесинин маселенин коюлушундагы (9) нун экинчи шартынан

$$\nu_1(x) = \rho(x)\nu_2(x) + \int_0^x \theta(x,\xi)\nu_2(\xi)d\xi + r(x) \tag{10}$$

алабыз.

(3) шарттары жана $\quad u(x,0) = \tau(x), u_y(x,+0) = v_1(x), 0 \le x \le \ell \quad$ (11)

баштапкы шарттары менен (1) теңдеме үчүн жардамчы маселени талдап көрөлү. Бул маселени чыгаруу максатында $\vartheta(x,y;\xi,\eta)$ Римандын функциясын кийирели жана ал $D_1^* = \{(\xi,\eta) : 0 < \xi < x, 0 < \eta < y\}$ ($D_1^* \subset D_1$) областында

$$L_1^*(\vartheta) \equiv \vartheta_{\eta\eta\xi\xi} - (a_1\vartheta)_{\eta\xi\xi} - (a_2\vartheta)_{\eta\eta\xi} + (b_1\vartheta)_{\xi\xi} + (b_2\vartheta)_{\eta\xi} + (b_3\vartheta)_{\eta\eta} - (c_1\vartheta)_{\xi} - (c_1\vartheta)_{\eta} + d\vartheta = 0$$

теңдеменин чечими болсун жана төмөнкү чектик шарттарды канааттандырсын.

$$\begin{aligned}
&\vartheta(x,y;\xi,\eta)\big|_{\xi=x} = 0, \quad \vartheta_\xi(x,y;\xi,\eta)\big|_{\xi=x} = \omega_1(\xi,\eta;x),\\
&\vartheta(x,y;\xi,\eta)\big|_{\eta=y} = 0, \quad \vartheta_\eta(x,y;\xi,\eta)\big|_{\eta=y} = \omega_2(\xi,\eta;y),
\end{aligned}$$

мында $\omega_1(\xi,\eta;x), \omega_2(\xi,\eta;y)$ функциялары төмөнкү маселелердин чыгарылыштары катары аныкталат:

$$\begin{aligned}
&\vartheta_{\eta\eta\xi}(x,y;x,\eta) - [a_1(x,\eta)\vartheta_\xi(x,y;x,\eta)]_\eta + b_1(x,\eta)\vartheta_\xi(x,y;x,\eta) = 0,\ 0 \le \eta \le y,\\
&\vartheta_\xi(x,y;x,\eta)\big|_{\eta=y} = 0,\ \vartheta_{\xi\eta}(x,y;x,\eta)\big|_{\eta=y} = 1;\\
&\vartheta_{\xi\xi\eta}(x,y;\xi,y) - [a_2(\xi,y)\vartheta_\eta(x,y;\xi,y)]_\xi + b_3(\xi,y)\vartheta_\eta(x,y;\xi,y) = 0,\ 0 \le \xi \le x,\\
&\vartheta_\eta(x,y;\xi,y)\big|_{\xi=x} = 0,\ \vartheta_{\eta\xi}(x,y;\xi,y)\big|_{\xi=x} = 1.
\end{aligned}$$

Анда жардамчы маселенин чыгарылышы төмөнкү түргө келет:

$$u(x,y)=A_1(x,y)\varphi_1(y)-\vartheta_\eta(x,y;0,y)\varphi_2(y)+\int_0^y[B_1(x,y;\eta)\varphi_2(\eta)-$$
$$-C_1(x,y;\eta)\varphi_1(\eta)]d\eta+\int_0^x[\vartheta(x,y;\xi,0)\nu_1''(\xi)-D_1(x,y;\xi)\tau''(\xi)+$$
$$+a_2(\xi,0)\vartheta(x,y;\xi,0)\nu_1'(\xi)-E_1(x,y;\xi)\tau'(\xi)+b_3(\xi,0)\vartheta(x,y;\xi,0)\nu_1(\xi)-$$
$$-F_1(x,y;\xi)\tau(\xi)]d\xi+\int_0^x d\xi\int_0^y\vartheta(x,y;\xi,\eta)f_1(\xi,\eta)d\xi, \quad (12)$$

мында $A_1(x,y), B_1(x,y;\eta), C_1(x,y;\eta), D_1(x,y;\xi), E_1(x,y;\xi), F_1(x,y;\xi)$ функциялары 2.1.1 маселенин берилгендери жана $\vartheta(x,y;\xi,\eta)$ функциясы аркылуу туюнтулуп калат. (4) шартты пайдаланып (12) ден $\tau(x)$ жана $\nu_1(x)$ функциялары үчүн D_1 областынын сыртында төмөнкүнү алабыз:

$$D_{1\xi}(x,h;x)\tau(x)-\vartheta_\xi(x,h;x,0)\nu_1(x)=$$
$$=\int_0^x H_1(x,\xi)\tau(\xi)d\xi+\int_0^x H_2(x,\xi)\nu_1(\xi)d\xi+\Phi_1(x), \quad (13)$$

мында $H_1(x,\xi), H_2(x,\xi), \Phi_1(x)$ - $\vartheta(x,y;\xi,\eta)$ функциясы жана 2.1.1 – маселенин берилгендери аркылуу туюнтулуучу белгилүү функциялар.

Экинчи жактан, 2.1.1 - маселенин коюлушун эске алуу менен y нөлгө умтулганда (2) теңдемеден төмөнкүнү алабыз:

$$\nu_1(x)=-\alpha_1(x,0)\rho(x)\tau(x)+\int_0^x H(x,\xi)\tau(\xi)d\xi+\tilde{g}(x), \quad (14)$$

мында $H(x,\xi), \tilde{g}(x)$ функциялары (2) теңдеменин коэффиценттери жана (5) чек аралык шарттын берилгендери аркылуу туюнтулат. (13) жана (14) барабардыктарда $\nu_1(x)$ функциясын жоюу менен

$$\rho_1(x)\tau(x)=\int_0^x K(x,\xi)\tau(\xi)d\xi+g(x), \quad (15)$$

интегралдык теңдемесин алабыз, мында

$$\rho_1(x)=1+[\alpha_1(x,0)\rho(x)-2a_1(x,0)]\vartheta_\xi(x,h;x,0)-\int_0^h b_1(x,t)\vartheta_\xi(x,h;x,t)dt,\ K(x,\xi),\ g(x)\ -$$

берилген функциялар.

$$\forall x\in[0,\ell]:\ \rho_1(x)\neq 0, \quad (16)$$

шарттын аткарылышынан (15) теңдеме жалгыз чечимге ээ болгон экинчи түрдөгү Вольтеррдин интегралдык теңдемеси болот.

Эгерде $\alpha_1(x,0)\rho(x)-2a_1(x,0)=0,\ b_1(x,y)=0$ болсо, анда $\rho(x)=1$, болот жана ал (16) шарттын аткарылышын аныктайт.

Биз

$$\forall(x,y)\in\overline{D}_1: b_1(x,y)-a_{1y}(x,y)\leq 0, \quad (17)$$

шарты боюнча

$$\forall\eta\in[0,h): \vartheta_\xi(x,y;x,\eta)<0. \quad (18)$$

алабыз. Чындыгында эгерде

$$\forall(x,y)\in\overline{D}_1: b_1(x,y)\geq 0, \forall x\in[0,\ell]: \alpha_1(x,0)\rho(x)-2a_1(x,0)\leq 0, \quad (19)$$

болсо, анда

$$\forall x\in[0,\ell]:\rho(x)\geq 1 \text{ болот}$$

Демек (17) жана (19) шарттары аткарылганда (16) шарт орун алат жана (15) интегралдык теңдемеси жалгыз чечимге ээ боло турган Вольтеррдин экинчи түрдөгү интегралдык теңдемеси болуп калат. $\tau(x)$ функциясын аныктап (15) теңдемеден $\nu_1(x)$ ти алабыз.

Анда D_1 областында 2.1.1 маселенин чыгарылышы (12) көрүнүшүндө болот, ал эми D_2 областында төмөнкү формула боюнча аныкталат:

$$\begin{aligned}
u(x,y)&=\vartheta_{1\xi\xi}(x,y;x,0)\tau(x)+\int_0^x A_2(x,y;\xi)\tau(\xi)d\xi+\\
&+\int_0^y[\vartheta_1(x,y;0,\eta)\chi_3'(\eta)+\alpha_1(0,\eta)\vartheta_1(x,y;0,\eta)\chi_3(\eta)-B_2(x,y;\eta)\chi_2'(\eta)+\\
&+C_2(x,y;\eta)\chi_2(\eta)+D_2(x,y;\eta)\chi_1'(\eta)+E_2(x,y;\eta)\chi_1(\eta)]d\eta,
\end{aligned}\tag{20}$$

мында $A_2(x,y;\xi),B_2(x,y;\eta),C_2(x,y;\eta),D_1(x,y;\eta),E_2(x,y;\eta)$ - берилген функциялар, ал эми $\vartheta_1(x,y;\xi,\eta)$ - $L_2^*(\vartheta_1)=\vartheta_{1\xi\xi\xi\eta}-(\alpha_1\vartheta_1)_{\xi\xi\xi}-(\alpha_2\vartheta_1)_{\xi\xi\eta}+(\beta_1\vartheta_1)_{\xi\xi}+(\beta_2\vartheta_1)_{\xi\eta}-(\gamma_1\vartheta_1)_{\xi}-(\gamma_2\vartheta_1)_{\eta}+\delta\vartheta_1=0$ теңдемесинин чечими катары аныкталуучу Римандын функциясы жана ал

$$\vartheta_1(x,y;x,\eta)=0,\ \vartheta_{1\xi}(x,y;x,\eta)=0,\ \vartheta_{1\xi\xi}(x,y;x,\eta)=exp\left(\int_y^\eta \alpha_1(x,t)dt\right),$$

$$\vartheta_1(x,y;\xi,y)=\omega_1(x,y,\xi)$$

шарттарын канааттандырат, мында $\omega_1(x,y,\xi)$ - Кошинин төмөнкү маселесинин чечими болот:

$$\begin{aligned}
&\vartheta_{1\xi\xi\xi}(x,y;\xi,y)-\alpha_2(\xi,y)\vartheta_{1\xi\xi}(x,y;\xi,y)+[\beta_2(\xi,y)-2\alpha_{2\xi}(\xi,y)]\vartheta_{1\xi}(x,y;\xi,y)+\\
&+[\beta_{2\xi}(\xi,y)-\alpha_{2\xi\xi}(\xi,y)-\gamma_2(\xi,y)]\vartheta_1(x,y;\xi,y)=0,\\
&\vartheta_1(x,y;\xi,y)\big|_{\xi=x}=0,\ \vartheta_{1\xi}(x,y;\xi,y)\big|_{\xi=x}=0,\ \vartheta_{1\xi\xi}(x,y;\xi,y)\big|_{\xi=x}=1,\ 0\leq\xi\leq x.
\end{aligned}$$

Демек төмөнкүдөй теорема орун алат

2.1.1 – теорема. *Эгерде* (7), (8), (17) *жана* (19) *шарттары аткарылса, анда 2.1.1 -маселенин чечими жашайт, жалгыз жана* D_1 *жана* D_2 *областарында* (12) *жана* (20) *формулалар боюнча аныкталат.*

2.2 - бөлүмдө жогорку бөлүмдө аныкталган D областында төмөнкүдөй маселе каралды:

2.2.1 – маселе. D_1 областында (1) теңдемени, (3), (4) чек аралык шарттарды, D_2 областында (2) теңдемени,

$$\begin{aligned}
&u(\ell,y)=\chi_1(y),\ u_x(\ell,y)=\chi_2(y),\\
&u_{xx}(\ell,y)=\chi_3(y),\ -h_2\leq y\leq 0,
\end{aligned}\tag{21}$$

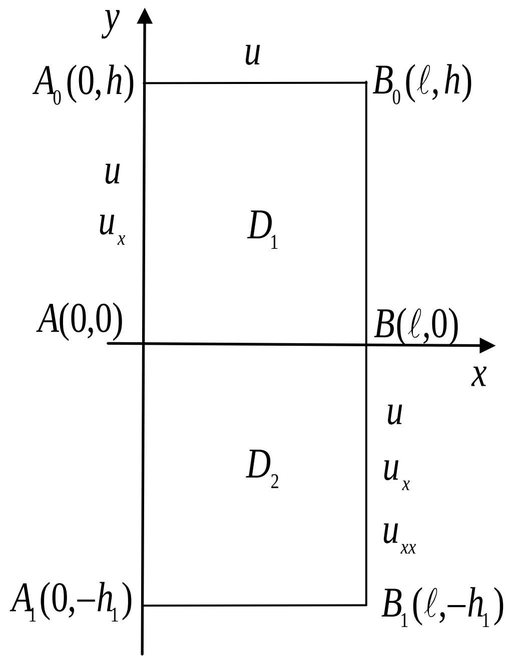
чек аралык шарттарын жана (6) жалгашуу шарттарын канааттандырган $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap[C^{2+2}(D_1)\cup C^{3+1}(D_2)]$ функциясын тапкыла. Мында теңдемелердин коэффициенттери жана берилген функциялар үчүн (7) шарттар жана төмөнкүлөр орун алат (2-сүрөт):

$$\varphi_1, \varphi_2 \in C^2[0,h],\ \chi_i \in C^1[-h_1, 0]\ (i=\overline{1,3}),$$
$$\varphi_1(h) = \psi(0),\ \varphi_2(h) = \psi'(0) \qquad (22)$$
$$\forall x \in [0,\ell]:\ \rho(x) \neq 0. \qquad (23)$$

Римандын функциясы жана интегралдык теңдемелер методу менен 2.2.1 – маселенин чыгарылышы төмөнкү интегралдык теңдеменин чыгарылышына эквиваленттүү түрдө келтирилет:

$$\rho_1(x)\tau(x) = \int_0^x M_1(x,\xi)\tau(\xi)d\xi + \int_x^\ell P_1(x,\xi)\tau(\xi)d\xi + g_3(x). \qquad (24)$$

мында $\rho_1(x)$, $M_1(x,\xi)$, $P_1(x,\xi)$, $g_3(x)$ - берилген функциялар жана алар 2.2.1 - маселенин берилгендери аркылуу туюнтулат.



2-Сүрөт

Эгерде $$\forall x \in [0,\ell]:\ \rho_1(x) \neq 0, \qquad (25)$$
болсо, анда (24) теңдеме экинчи түрдөгү Фредгольм тибиндеги теңдеме болот. (25) шарт аткарылсын деп эсептеп (24) интегралдык теңдемесинен

$$\tau(x) = \int_0^x M(x,\xi)\tau(\xi)d\xi + \int_x^\ell P(x,\xi)\tau(\xi)d\xi + g(x) \qquad (26)$$

ээ болобуз

мында $M(x,\xi) = \dfrac{M_3(x,\xi)}{\rho_1(x)}$, $P(x,\xi) = \dfrac{P_3(x,\xi)}{\rho_1(x)}$, $g(x) = \dfrac{g_3(x)}{\rho_1(x)}$

Мейли $K = \max\{\|M(x,\xi)\|_{C(\bar{Q})}, \|P(x,\xi)\|_{C(\bar{Q})}\}$ болсун, мында $Q = \{(x,\xi): 0 < x < \ell,\ 0 < \xi < \ell\}$ болот.

Эгерде
$$K\ell < 1, \qquad (27)$$
болсо, анда (26) теңдеме жалгыз чечимге ээ жана аны удаалаш жакындаштыруу методунун жардамында түзүүгө болот.

Натыйжада, төмөндөгүдөй теорема далилденди.

2.2.1 – теорема. Эгерде (7), (22), (23), (25) жана (27) шарттары аткарылса, анда маселе 2.2.1дин жалгыз чечими жашайт.

2.3 - бөлүмүндө $A_0A: x=0,\ AA_1: x=\sigma(y),\ -h_1 \le y \le 0\ (h_1 > 0),\quad A_1B_1:\quad y=-h_1,$ $B_1B_0: x=\ell\quad A_0B_0: y=\mu(x),\quad 0 \le x \le \ell$ сызыктары менен чектелген D ийри сызыктуу областында локалдык эмес жалгашуу шарттуу (1) жана (2) теңдемелер үчүн чек аралык маселелер каралган. Мейли $D_1 = D \cap (y>0)$, $D_2 = D \cap (y<0)$, областары берилсин, ал эми $\sigma(y)$, $\mu(x)$ - монотондуу кемибөөчү жылма функциялар болушсун (3 сүрөт).

2.3.1 – маселе. D_1 *областында (1) теңдемени жана*

$$u(0,y)=\varphi_1(y),\ u_x(0,y)=\varphi_2(y),\ 0\le y\le h,\ u(x,\mu(x))=\psi(x),\ 0\le x\le \ell,$$

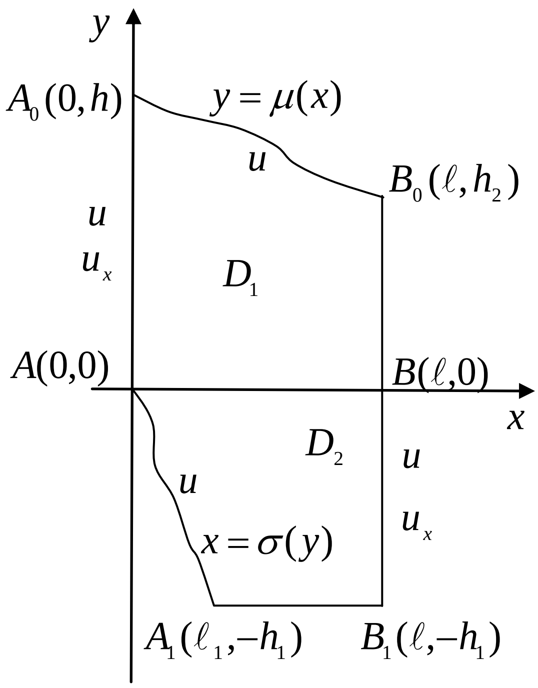
чек аралык шарттарын канааттандырган,

D_2 *областында (2) теңдемени жана*

$$u(\sigma(y),y)=\chi_1(y),\ -h_1\le y\le 0,\ u(\ell,y)=\chi_2(y),\ u_x(\ell,y)=\chi_3(y),\ -h_1\le y\le 0$$

чек аралык шарттарын жана (6) жалгашуу шарттарын канааттандырган, $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap[C^{2+2}(D_1)\cup C^{3+1}(D_2)]$ *функциясын тапкыла, мында* $a_i, c_i, \beta_i, \gamma_i, f_i, \varphi_i\ (i=1,2),\ b_j, \chi_j\ (j=\overline{1,3}), \alpha,$ $d, \delta, \psi, \rho, \theta, r, \mu, \sigma$ *– (7) жылмалык шарттарын жана төмөнкү келишүү шарттарын канааттандырган функциялар*:

$\varphi_1,\varphi_2\in C^2[0,h],\ \psi,\mu,\rho,r\in C^2[0,\ell],\ \chi_1,\ \chi_2,$ $\chi_3,\sigma\in C^1[-h_1,0], \theta\in C(\overline{Q})\cap C^{2+1}(Q),\ Q=\{(x,t):$ $0<x<\ell,\ 0<t<\ell\},\ h,h_1,\ell>0, \forall x\in[0,\ell]:\rho(x)\ne 0,$ $\forall x\in[0,\ell]: h_2\le\mu(x)\le h,\ \mu(0)=h,\ \mu(\ell)=h_2,$ $\forall x\in[-h_1,0]: 0\le\sigma(y)\le\ell_1,\ \sigma(0)=0,\ \sigma(-h_1)=\ell_1,$ $0\le\ell_1<\ell,\ 0<h_2\le h, \varphi_1(0)=\chi_1(0),\ \varphi_1(h)=\psi(0).$



3-сүрөт.

2.1.1 - жана 2.2.1 - маселелеринен айырмаланып 2.3.1 - маселесинде D_2 областынын сол ийри сызыктуу каптал жагында изделүүчү функциянын мааниси берилген, оң каптал жагында берилген функциянын мааниси жана анын туундусу, ал эми D_1 жогорку чегинде функциянын мааниси берилген. Мында 2.1.1 - маселесинде тургузулган Римандын функциясынан айырмаланган Римандын башка варианттагы функциясы тургузулат.

2.3.1 - маселесин изилдөө схемасы 2.1.1 - маселесине окшош болот, андан айырмасы 2.3.1 - маселенин чечими

$$\rho_1(x)\tau(x)=g(x)+\int_0^x H_1(x,\xi)\tau(\xi)d\xi+\int_0^\ell K_1(x,\xi)\tau(\xi)d\xi \tag{28}$$

түрдөгү интегралдык теңдеме көрүнүшүндө болот,

мында $\rho_1(x)=1-2a_1(x,0)\vartheta_{1\xi}(x,\mu(x);x,0)-\int_0^{\mu(x)} b_1(x,t)\vartheta_{1\xi}(x,\mu(x);x,t)dt,\ H_1(x,\xi),$

$K_1(x,\xi),\ g(x)$ - берилген функциялар, а $\vartheta_1(x,y;\xi,\eta)$ - $L_2^*(\vartheta_1)=0$ теңдемеси үчүн Римандын функциясы.

Эгерде

$$\forall x\in[0,\ell]:\ \rho_1(x)\ne 0 \qquad 29)$$

болсо анда (28) теңдеме экинчи түрдөгү Фредгольмдун интегралдык теңдемеси болуп эсептелет.

$$\forall(x,y)\in\overline{D}_1: b_1(x,y)-a_{1y}(x,y)\le 0 \tag{30}$$

шартынын аткарылышынан

$$\forall\ x\in[0,\ell],\ \forall\eta\in[0,\mu(x)]:\vartheta_{1\xi}(x,\mu(x);x,\eta)\le 0. \qquad (31)$$

алабыз.

Эгерде

$$\forall(x,y)\in\overline{D}_1: b_1(x,y)\ge 0, \forall x\in[0,\ell]: a_1(x,0)\ge 0 \qquad (32)$$

болсо, анда (30) дан төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\forall x\in[0,\ell]:\rho_1(x)\ge 1. \qquad (33)$$

Эгерде $a_1(x,0)\equiv 0,\ b_1(x,y)\equiv 0$ болсо, анда $\rho(x)=1$ болот. Демек (29) шарт канааттандырылат. (29) шарттарынан удаалаш жакындаштыруу методун пайдалануу менен (28) теңдемени чыгарып, $\tau(x)$ жалгыз чечимин табабыз жана 2.1.1 маселеси сыяктуу 2.3.1 маселенин бир маанилүү чыгарылышка ээ болушун далилдейбиз.

2.4 - бөлүмүндө $D=D_1\cup D_2$, мында $D_1=\{(x,y):0<x<+\infty, 0<y<h\}$, $D_2=\{(x,y):0<x<+\infty,\ -\infty<y<0\}$ чектелген областында төртүнчү тартиптеги псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн жалгашуу маселеси каралган.

2.4.1 – маселе. D_1 областында (1) бир тектүү теңдемени,

$$u(0,y)=\varphi_1(y),\ u_x(0,y)=\varphi_2(y),\ 0\le y\le h,\ u(x,h)=\psi(x),\ 0\le x<+\infty,$$

чек аралык шарттарын канааттандырган, D_2 областында (2) теңдемени,

$$u(0,y)=\chi_1(y),\ u_x(0,y)=\chi_2(y),\ u_{xx}(0,y)=\chi_3(y),\ -\infty<y\le 0$$

чек аралык шарттарын жана төмөнкү

$u(x,-0)=u(x,+0),\ u_y(x,-0)=u_y(x,+0),\ 0\le x<+\infty$ жалгашуу шарттарын канааттандырган $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap[C^{2+2}(D_1)\cup C^{3+1}(D_2)]$ функциясын тапкыла,

мында $a_i, c_i, \beta_i, \gamma_i, \varphi_i\ (i=1,2), b_j, \chi_j\ (j=\overline{1,3}), \alpha_2, d, \delta, \psi$ - төмөнкү шарттарды канааттандыруучу берилген жылма функциялар.

$$a_1\in C(\overline{D}_1)\cap C^{2+1}(D_1),\ a_2\in C(\overline{D}_1)\cap C^{1+2}(D_1),\ b_1\in C(\overline{D}_1)\cap C^{2+0}(D_1),$$
$$b_2\in C(\overline{D}_1)\cap C^{1+1}(D_1),\ b_3\in C(\overline{D}_1)\cap C^{0+2}(D_1),\ c_1\in C(\overline{D}_1)\cap C^{1+0}(D_1),$$
$$c_2\in C(\overline{D}_1)\cap C^{0+2}(D_1),\ d\in C(\overline{D}_1),$$
$$\alpha_2\in C(\overline{D}_2)\cap C^{2+1}(D_2),\ \beta_1\in C(\overline{D}_2)\cap C^{2+0}(D_2),\ \beta_2\in C(\overline{D}_2)\cap C^{1+1}(D_1),$$
$$\gamma_1\in C(\overline{D}_2)\cap C^{1+0}(D_2),\ \gamma_2\in C(\overline{D}_2)\cap C^{0+1}(D_2),\ \delta\in C(\overline{D}_2),$$
$$\varphi_i\in C^1[0,h]\ (i=1,2), \psi\in C^2[0,+\infty),\ \chi_j\in C^1(-\infty,0]\ (j=\overline{1,3}),$$
$$\chi_j(y)=O\left(\frac{1}{|y|^{1+\lambda}}\right)(j=\overline{1,3}),\ y\to-\infty,\ \psi(x)=O\left(\frac{1}{x^{2+\lambda}}\right),\ x\to+\infty,\ \lambda>0,$$
$$\varphi_i(0)=\chi_i(0)\ (i=1,2),\ \varphi_1(h)=\psi(0).$$

Интегралдык теңдемелер методу менен 2.4.1 маселесинин чыгарылышы

$$D_{1\xi}(x,h;x)\tau(x)=\Psi_1(x)+\int_0^x K_1(x,\xi)\tau(\xi)d(\xi), \qquad (34)$$

интегралдык теңдемени чыгарууга келтирилет,

мында $D_{1\xi}(x,h;x)=1+\int_0^h b_1(x,\eta_1)\vartheta_\xi(x,h,x,\eta_1)d\eta_1$, ал эми $\Psi_1(x)$, $K_1(x,\xi)$ - берилген функциялар.

$\forall x \in [0,\ell] : D_{1\xi}(x,h;x) \neq 0$ шарттары канааттандырылган учурда (34) теңдеме жалгыз чечимге ээ болгон Вольтеррдин теңдемеси болуп эсептелинет. D_1 жана D_2 областарында Римандын функциясын пайдалануу менен 2.3.1 маселенин чечими тургузулат.

Үчүнчү глава $A_0A_1 : x = 0,\ -h_1 \le y \le 0 \quad A_1B : x = \sigma(y),\ -h_1 \le y \le 0$ $BA_0 : y = \mu(x),\ 0 \le x \le \ell$ сызыктар менен чектелген $D_1 = D \cap (y > 0),\quad D_2 = D \cap (y < 0)$ (4-сүрөт) ийри сызыктуу үч бурчтугунда локалдык эмес жалгашуу шарттарды канааттандырган төртүнчү тартиптеги псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн жалгашуу маселелерин чыгарууга арналган. Мында $\sigma(y)$, $\mu(x)$ - монотондуу өспөөчү функциялар

3.1 - бөлүмүндө төмөндөгүдөй маселе каралган

3.1.1 – маселе. *D_1 областында (1) теңдемени,*

$$u(0,y) = \varphi_1(y),\ u_x(0,y) = \varphi_2(y),\ 0 \le y \le h,$$

$$u(x,\mu(x)) = \psi(x),\ 0 \le x \le \ell,$$

чек аралык шарттарын канааттандырган,

D_2 областында (2) теңдемени

$$u_x(0,y) = \chi_1(y),\ u_{xx}(0,y) = \chi_2(y),\ -h_1 \le y \le 0,$$

$$u(\sigma(y),y) = \chi_3(y),\ -h_1 \le y \le 0$$

чек аралык шарттарды жана (6) жалгашуу шарттарын канааттандыруучу

$u(x,y) \in C(\overline{D}) \cap [C^{2+2}(D_1) \cup C^{3+1}(D_2)]$

функциясын тапкыла,

мында $a_i, c_i, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i, f_i, \varphi_i (i = 1,2),\ b_j, \chi_j (j = \overline{1,3})$,

$d, \delta, \psi, \mu, \sigma, \rho, \theta, r$ - берилген функциялар, булар үчүн (7) жана

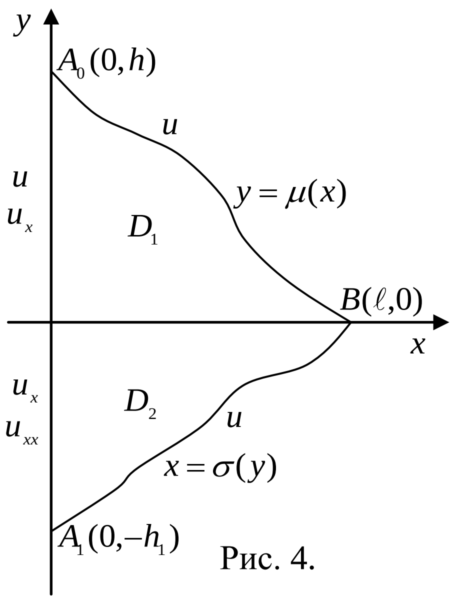


Рис. 4.

$$\varphi_1, \varphi_2 \in C^2[0,h],\ \psi \in C^2[0,\ell],\ \chi_1,\ \chi_2,\ \chi_3 \in C^1[-h_1,0],$$

$$\varphi_1(0) = \chi_1(0),\ \varphi_2(0) = \chi_2(0),\ \varphi_2(h) = \psi(0)$$

шарты аткарылат.

Бул маселенин өзгөчөлүгү болуп чек аралык шарттары областтын баардык чегинде берилиши эсептелинет, ошондуктан аны Дирихленин маселеси деп атоого болот.

3.1.1 маселесин чыгаруу максатында (9) белгилөөлөрдү пайдаланабыз жана аны төмөнкү интегралдык теңдемени чыгарууга келтиребиз:

$$\rho_1(x)\tau(x) = g(x) + \int_0^x K(x,\xi)\tau(\xi)d\xi, \qquad (35)$$

мында $\rho_1(x) = 1 + [\rho(x)\alpha_1(x,0) - 2a_1(x,0)]\vartheta_\xi(x,\mu(x);x,0) - \int_0^{\mu(x)} b_1(x,t)\vartheta_\xi(x,\mu(x);x,t)dt$, ал эми $K(x,\xi),\ g(x)$ - берилген функциялар.

Төмөнкү шарт аткарылган учурда

$$\forall x \in [0,\ell] :\ \rho_1(x) \neq 0, \qquad (36)$$

(35) теңдеме жалгыз чечимге ээ боло турган Вольтеррдин экинчи түрдөгү интегралдык теңдемеси болот.

Эгерде $\rho(x)\alpha_1(x,0)-2a_1(x,0)\equiv 0,\ b_1(x,y)\equiv 0$ болсо, анда $\rho(x)=1$ барабардыгынан (36) шартынын аткарылышы келип чыгат.

Демек, эгерде

$$\forall(x,y)\in\overline{D}_1: b_1(x,y)-a_{1y}(x,y)\le 0 \qquad (37)$$

шарт аткарылса, анда

$$\forall x\in[0,\ell],\ \eta\in[0,\mu(x)]:\ \vartheta_{\xi}(x,\mu(x);x,\eta)\le 0 \qquad (38)$$

болот.

3.1.1 – мисал. Мейли $a_1=a^2+x^2\ (a=const\neq 0),\ a_2\equiv b_j\equiv c_i\equiv d\equiv 0\ (i=1,2,\ j=\overline{1,3})$ болсун. Бул учурда Римандын функциясы үчүн төмөнкүдөй экинчи түрдөгү Вольтеррдин интегралдык теңдемесин алабыз:

$$\vartheta(x,y;\xi,\eta)=(\xi-x)(\eta-y)-(a^2+\xi^2)\int_y^{\eta}\vartheta(x,y;\xi,t)dt,$$

мында анын айкын чечими

$$\vartheta(x,y;\xi,\eta)=\frac{x-\xi}{a^2+\xi^2}\left\{\exp\left[(a^2+\xi^2)(y-\eta)\right]-1\right\},\ 0\le\xi\le x,\ 0\le\eta\le y.$$

болот.

Мейли

$$\forall x\in[0,\ell],\ \eta\in[0,\mu(x)]:\ \vartheta_{1\xi}(x,\mu(x);x,\eta)=-(a^2+x^2)\left\{\exp\left[(a^2+x^2)(\mu(x)-\eta)\right]-1\right\}\le 0$$

болсун.

Мындан (37) барабарсыздыгы аткарылуучу (3.1.1) теңдеменин коэффициенттеринин көптүгү бош эмес көптүк болушу келип чыгат.

Эгерде

$$\forall(x,y)\in\overline{D}_1: b_1(x,y)\ge 0, \forall x\in[0,\ell]: \rho(x)\alpha_1(x,0)-2a_1(x,0)\le 0 \qquad (39)$$

болсо, анда

$$\forall x\in[0,\ell]: \rho_1(x)\ge 1$$

болот.

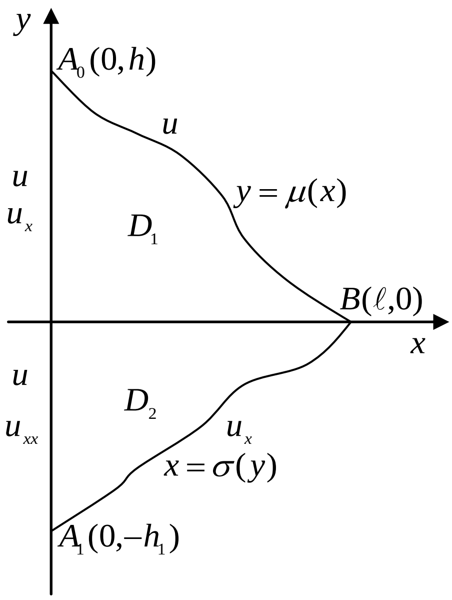


Рис. 5

(37) жана (39) шарттары аткарылган учурда (35) интегралдык теңдеме жалгыз чечимге ээ болгон Вольтеррдин экинчи түрдөгү интегралдык теңдемеси болуп эсептелет. Андан кийин D_1 жана D_2 областтарында 3.1.1 - маселеси Риман функциясы методунун жардамы менен чыгарылат.

3.2 - бөлүмүндө 3.2.1 - маселеси каралган. Андагы жалгашуу сызыгында изделүүчү функцияга карата үзүлүүгө ээ болгон жалгашуу шарттары жана нормал боюнча туунду үчүн интегралдык локалдык эмес шарттар берилген.

3.3 - бөлүмүндө 3.3.1 - маселесинин чыгарылышы алынган: D_1 областында (1) теңдемени (5-сүрөт)

$$u(0,y)=\varphi_1(y),\ u_x(0,y)=\varphi_2(y),\ 0\le y\le h,\ u(x,\mu(x))=\psi(x),\ 0\le x\le \ell$$

чек аралык шарттарын канааттандырган, D_2 областында (2) теңдемени,

$$u(0,y)=\chi_1(y),\ u_{xx}(0,y)=\chi_2(y),\ -h_1\le y\le 0,\ u_x(\sigma(y),y)=\chi_3(y),\ -h_1\le y\le 0$$

чек аралык жана (6) жалгаштыруу шарттарын канааттандырган $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap[C^{2+2}(D_1)\bigcap C^{3+1}(D_2)]$ функциясын табуу.

Төртүнчү главада жалгаштыруу шарттары мүнөздүк эмес сызыктарда берилген учурда төртүнчү тартиптеги псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелери каралган.

4.1 бөлүмүндө төмөндөгүдөй төртүнчү тартиптеги псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелери изилденген:

$$u_{xxyy}+c_1u=0,\ (x,y)\in D_1=D\cap(x<y), \tag{40}$$

$$u_{xxxy}+c_2u=0,\ \ (x,y)\in D_2=D\cap\ (x>y) \tag{41}$$

мында $D=\{(x,y):0<x<\ell,0<y<\ell\}\ (\ell>0)$, $c_1,c_2-const$.

4.1.1 – маселе. *D_1 , D_2 областтарда тиешелүү түрдө (40), (41) теңдемелерин,*

$$u(0,y)=\varphi_1(y),\ u_x(0,y)=\varphi_2(y),0\le y\le\ell, \tag{42}$$

$$u_{xx}(\ell,y)=\varphi_3(y),\ 0\le y\le\ell, \tag{43}$$

$$u(x,0)=\psi(x),\ 0\le x\le\ell, \tag{44}$$

чек аралык шарттарын жана

$$\begin{aligned}&u(y-0,y)=u(y+0,y),u_x(y-0,y)=u_x(y+0,y),0\le y\le\ell,\\&u_{xy}(y-0,y)=u_{xy}(y+0,y),u_{xxy}(y-0,y)=u_{xxy}(y+0,y),0\le y\le\ell,\end{aligned} \tag{45}$$

жалгаштыруу шарттарын канааттандыруучу
$u(x,y)\in C(\overline{D})\cap[C^{2+2}(D_1)\cup C^{3+1}(D_2)]$ *функциясын табуу,*
мында $\varphi_i\ (i=\overline{1,3}),\psi$ *- берилген функциялар жана алар төмөнкү шартты канааттандырышат:*

$$\varphi_i\in C^2[0,\ell],\varphi_3\in C^1[0,\ell],\ \psi\in C^2[0,\ell],\ \varphi_i(0)=\psi^{(i)}(0)(i=0,1),\ \varphi_3(0)=\psi''(\ell).$$

Бул маселенин негизги өзгөчөлүгү болуп жалгашуу шарты $y=x$ сызыгында берилиши эсептелинет.

4.2 бөлүмүндө төмөнкү көрүнүштөгү кичине мүчөлүү теңдемелер үчүн (42)-(45) шарттарды канааттандыруучу 4.2.1 маселеси окуп үйрөнүлөт:

$$L_1(u)\equiv u_{xxyy}+b(x,y)u_{xy}+c_1(x,y)u_x+c_2(x,y)u_y+d(x,y)u=0,\ (x,y)\in D_1,$$

$$L_2(u)\equiv u_{xxxy}+\beta(x,y)u_{xy}+\gamma_1(x,y)u_x+\gamma_2(x,y)u_y+\delta(x,y)u=0,\ (x,y)\in D_2,$$

мында $b,\beta,d,\delta,c_i,\gamma_i\ (i=1,2)$, $\varphi_i\ (i=\overline{1,3}),\psi$ *– берилген функциялар жана алар үчүн төмөнкү шарттар аткарылат:*

$$\varphi_i\in C^2[0,h]\ (i=1,2),\varphi_3\in C^1[0,h],\ \psi\in C^2[0,\ell], \tag{46}$$

$$\begin{aligned}&b\in C(\overline{D}_1)\cap C^{1+1}(D_1),\ c_1\in C(\overline{D}_1)\cap C^{1+0}(D_1),c_2\in C(\overline{D}_1)\cap C^{0+1}(D_1),d\in C(\overline{D}_1),\\&\beta\in C(\overline{D}_2)\cap C^{1+1}(D_2),\gamma_1\in C(\overline{D}_2)\cap C^{1+0}(D_2),\gamma_2\in C(\overline{D}_2)\cap C^{0+1}(D_2),\delta\in C(\overline{D}_2),\end{aligned} \tag{47}$$

$$\varphi_{i+1}(0)=\psi^{(i)}(0)\,(i=0,1),\ \ \varphi_3(0)=\psi''(\ell). \tag{48}$$

$$\forall\, y\in[0,\ell]\wedge\ x\in[y,\ell]:\ \beta(x,y)-\frac{1}{2}(x-y)^2\gamma_2(x,y)\le 0. \tag{49}$$

Мейли $u(y,y)=\tau(y),\ u_x(y,y)=\nu(y),\ u_{xy}(y,y)=\mu(y),\ u_{xxy}(y,y)=\chi(y),\ 0\le x\le \ell.$ болсун. Риман функциясы жана интегралдык теңдемелер методун пайдалануу менен 4.2.1 - маселесинин чыгарылышын эквиваленттүү түрдө төмөнкүдөй Фредгольм түрүндөгү интегралдык теңдемелердин системасын чыгарууга келтиребиз:

$$g_i(y)=\rho_i(y)+\sum_{j=1}^{4}\int_0^{\ell}K_{ij}(y,\xi)g_j(\xi)d\xi,\ i=\overline{1,4}, \tag{50}$$

мында $g_1(y)=\tau(y),\ g_2(y)=\nu(y),\ g_3(y)=\mu(y),\ g_4(y)=\chi(y)$

$\rho_1(y)=\tau_0(y),\ \rho_2(y)=\nu_0(y),\ \rho_3(y)=\mu_0(y),\ \rho_4(y)=\chi_0(y),$

$K_{ij}(y,\xi)\ (i,j=\overline{1,4})$ - 4.2.1 - маселенин берилгендери аркылуу туюнтулуучу белгилүү ядролор.

Мейли $M=\max\limits_{0\le i\le 4}\left\{\sum\limits_{j=1}^{4}\max\limits_{0\le y,\xi\le\ell}|K_{ij}(y,\xi)|\right\}$ болсун. Төмөнкү

$$M\,\ell<1 \tag{51}$$

шарттын аткарылышынан (50) теңдемелердин системасы төмөнкүдөй жалгыз чечимге ээ болот.

$$g_i(y)=\rho_i(y)+\sum_{j=1}^{4}\int_0^{\ell}R_{ij}(y,\xi)g_j(\xi)d\xi,\ i=\overline{1,4},$$

мында $R_{ij}(y,\xi)=\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\lambda^{n-1}K_{ij}^{(n)}(y,\xi),\ K_{ij}^{(1)}(y,\xi)\equiv K_{ij}(y,\xi),\ i,j=\overline{1,4},$

$$K_{ij}^{(n)}(y,\xi)=\int_0^{\ell}\Big[K_{i1}^{(1)}(y,s)K_{1j}^{(n-1)}(s,\xi)+K_{i2}^{(1)}(y,s)K_{2j}^{(n-1)}(s,\xi)+$$

$$+K_{i3}^{(1)}(y,s)K_{3j}^{(n-1)}(s,\xi)+K_{i4}^{(1)}(y,s)K_{4j}^{(n-1)}(s,\xi)\Big]ds,\ i,j=\overline{1,4},\ n=2,3,...$$

Ошентип, төмөндөгүдөй теорема далилденди

4.2.1 – теорема. *Эгерде* (46)–(48), (49) *жана* (51) *шарттары аткарылса, анда* 4.2.1 *маселесинин чечими жашайт жана жалгыз.*

4.3 - бөлүмүндө 4.2.1 - маселесинен айырмаланып 4.3.1 - маселесинин чыгарылышы далилденген. Бул жерде (43) шарттын ордуна төмөнкү шарт алынган:

$$u_{xx}(\ell,y)+p(y)u_x(\ell,y)+q(y)u(\ell,y)=\varphi_3(y),\ 0\le y\le\ell.$$

ТЫЯНАКТАР

Диссертациялык изилдөөдө турактуу жана өзгөрмөлүү кичине коэффициенттүү төртүнчү тартиптеги псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелеринин бир маанилүү чыгарылышы далилденген жана келтирилип чыгарылган.

Маселенин коюлушунун корректтүүлүгү төмөнкүдөй:

Эки теңдеме үчүн мүнөздөөчүсү болгон сызыктарда жалгашуу шарттары берилип, теңдеменин тибинин өзгөрүү сызыгында функциянын өзү менен анын туундусу жалгаштырууда.

Изилдөө учурунда эки кадимки жалгаштыруу шартынын ордуна төрт жалгаштыруу шартын берүү зарылчылыгы аныкталган. Ошондой эле жалгаштыруу сызыгында локалдык эмес интегралдык шарттары берилген учуру жана үзүлүшкө ээ болгон жалгаштыруу шарттары каралган.

Жумушта чек аралык шарттары каралып жаткан областтын ийри сызыктуу аймагында берилген же чек аралык шарттары областтын бардык чектеринде берилген жалгаштыруу маселелери изилденген. Область чектелбеген болушу да мүмкүн. Маселелерди чыгарууда Риман функциясы методу, интегралдык теңдемелерге жана алардын системасына редукция методу, кысып чагылтуу принциби жана удаалаш жакындаштыруу методу пайдаланылган.

Жарыяланган жумуштардын тизмеси

1. Саадалов, Т.Ы. Краевые задачи для смешанного псевдопараболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с нелокальным условием сопряжения в криволинейном треугольнике [Текст] / Т.Ы. Саадалов Вестник ОшГУ. Серия естеств. наук. Спец. вып.– 2012, №3. – С. 114-121.
2. Саадалов, Т.Ы. Краевые задачи для смешанного псевдопараболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с нелокальным условием сопряжения в криволинейной области [Текст] / А. Сопуев, Т.Ы. Саадалов //Вестник ОшГУ. Серия естеств. наук. Спец.вып.– 2012, №3. – С. 122-128.
3. Саадалов, Т.Ы. О задаче сопряжения для гиперболических уравнений четвертого порядка [Текст] / А. Сопуев, Т.Ы. Саадалов // Современные проблемы дифференциальных уравнений и их проблемы: Тезисы докладов республиканской научной конференции с участием ученых из стран СНГ. – Ташкент: НУУ им. М. Улукбека, 2013. – С.105-106
4. Саадалов, Т.Ы. Об одной задаче сопряжения для гиперболических уравнений четвертого порядка [Текст] / А. Сопуев, Т.Ы. Саадалов // Тезисы докладов международной конференции «Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений», КРСУ им. Б.Н. Ельцина. – Бишкек, 2013 – С.114.
5. Саадалов, Т.Ы. О задаче сопряжения для гиперболических уравнений четвертого порядка [Текст] / Т.Ы. Саадалов // Известия томского политехнического университета. Математика, физика и механика. – Томск, (РФ) 2014, Т.325, №2. – С.22-28
6. Саадалов, Т.Ы. Краевые задачи для смешанного псевдопараболо-гиперболического уравнения четвертого порядка в бесконечной области [Текст] / А. Сопуев, Т.Ы. Саадалов // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. Вып. 47 – Бишкек: Илим, 2014. – С. 152-158.
7. Саадалов, Т.Ы. Задача с нелокальным условием сопряжения для гиперболического и псевдопараболического уравнений четвертого порядка [Текст] / Т.Ы. Саадалов // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. Вып. 47 – Бишкек: Илим, 2014. – С. 159-164.
8. Саадалов, Т.Ы. Об одной задаче сопряжения для псевдопараболо-гиперболических уравнения четвертого порядка с нелокальными условиями в криволинейном треугольнике [Текст] / Т.Ы. Саадалов // Приволжский научный вестник (РФ), 2016 – С. 32-37.
9. Саадалов, Т.Ы. Краевая задача для общего линейного смешанного псевдопараболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с нелокальным условием сопряжения [Текст] / А.Сопуев, Т.Ы. Саадалов // Приволжский научный вестник (РФ), 2016 – С. 38-43.
10. Саадалов, Т.Ы. Краевые задачи для псевдопараболо-гиперболического уравнения четвертого порядка [Текст] / Т.Ы. Саадалов // Естественные и математические науки в современном мире СибАК, «Сборник статей по материалам XLII международный научно-практической конференции» (РФ), 2016 – С. 138-145.

11. Саадалов, Т.Ы. О задаче сопряжения для псевдопараболтческих и гиперболических уравнений четвертого порядка в криволинейном треугольнике [Текст] / Т.Ы. Саадалов// Вестник ОшГУ. Серия естеств. наук. Спец. вып.– 2016, №. – С. 83-88.

12. Saadalov, T.Y. Non local problem of interface for pseudo-parabolic and hyperbolic equations of the fourth order. [Текст] / Saadalov T.Y. // Abstract book. V Congress of the Turkic world mathematicians, 5-7 June, Issyk-Kul Aurora, 2014. – P.-197.

13. Saadalov, T.Y. About the problem of conjugation of pseudo-parabolic and hyperbolic equations of the fourth order.in curvilinear triangle [Текст] / A. Sopuev, Saadalov T.Y. // Abstract book. Issyk-KulInternationalMathematicalForum, Bozteri, Kyrgyzctan, 5-7 June, 2015. – P. – 52.

Саадалов Төлөнбай Ысмановичтин 01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу» адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн «Төртүнчү тартиптеги псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелери» темасында жазылган диссертациялык ишинин

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: чек аралык маселе, чек аралык шарттар, жалгаштыруу маселелери, псевдопараболалык теңдеме, гиперболалык теңдеме, Риман функциясы, интегралдык теңдеме, чечимдин жалгыздыгы, чечимдин жашашы.

Изилдөөнүн объектиси: псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн чек аралык жана жалгаштыруу маселелери.

Изилдөөнүн предмети: псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн чек аралык жана жалгаштыруу маселелеринин корректтүүлүгүн изилдөө.

Изилдөөнүн максаты: псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн чек аралык жана жалгаштыруу маселелеринин бир маанилүү чечимге ээ болушунун жеткиликтүү шарттарын аныктоо.

Изилдөөнүн методдору: изилдөөдө интегралдык теңдемелер теориясынын методдору, Римандын функциясы кысып чагылтуу принциби, математикалык физиканын теңдемелери, функционалдык анализ жана сызыктуу эмес теңдемелер теориясы колдонулду.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы жана теориялык маанилүүлүгү:

- псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн тик бурчтуу жана ийри чек арасы бар областтарда коюлган чек аралык жана жалгаштыруу маселелердинкорректүүлүгү баяндалган;
- псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелер үчүн локалдуу эмес жалгаштыруу шарттары бар чек аралык маселелердин чечимдеринин жашашынын жана жалгыздыгынын жеткиликтүү шарттары табылган.
- жалгаштыруу шарттары характеристикалык эмес сызыктарда берилген учурдагы псевдопараболалык жана гиперболалык теңдемелери үчүн чек аралык маселелердин чечимдеринин бир маанилүү аныкталышынын жеткиликтүү шарттары табылган;
- кичине мүчөлөрү бар псевдопараболалык жана гиперболалык тендемелери үчүн Риман функциясы тургузулган жана анын касиеттери изилденген.

Алынган теориялык жыйынтыктар аралаш типтеги теңдемелер жана төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу теңдемелер үчүн жалгаштыруу маселелер теориясындагы жаңы жыйынтыктар болуп эсептелет.

Изилдөөнүн практикалык мааниси. Маселерди чечүүнүн иштеп чыгылган алгоритми жалгаштыруу маселелери катышкан практикалык маселелерди чечүүдө колдонсо болот.

РЕЗЮМЕ

диссертационной работы Саадалова Төлөнбая Ысмановича на тему: “Задачи сопряжения для псевдопараболических и гиперболических уравнений четвертого порядка” на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Ключевые слова: краевые задачи, граничные условия, задачи сопряжения, псевдопараболическое уравнение, гиперболическое уравнение, функция Римана, интегральное уравнение, единственность решения, существование решения.

Объект исследования:краевые задачи и задачи сопряжения для псевдопараболических и гиперболических уравнений четвертого порядка.

Предмет исследования:корректность задачи сопряжений для псевдопараболических и гиперболических уравнений четвертого порядка.

Цель исследования: установить достаточные условия однозначной разрешимости задачи сопряжений псевдопараболических и гиперболических уравнений четвертого порядка.

Методы исследования:при исследовании были использованы методы теории интегральных уравнений, функции Римана, принцип сжатых отображений, уравнений математической физики, функционального анализа и теории нелинейных интегральных уравнений.

Научная новизна и теоретическая значимость исследования:

- сформулированы корректности постановки краевых задач и задачи сопряжений для псевдопараболических и гиперболических уравнений четвертого порядка как в прямоугольных, так и в криволинейных областях.
- найдены достаточные условия существования и единственности решений краевых задач для псевдопараболических и гиперболических уравнений четвертого порядка с нелокальными условиями сопряжения.
- установлены однозначные разрешимости краевых задач для псевдопараболических и гиперболических уравнений, когда условия сопряжения задаются на нехарактеристической линии.
- построены функции Римана для псевдопараболических и гиперболических уравнений с младшими членами и изучены ее свойства.

Полученные теоретические результаты являются новыми в теории уравнений смешанного типа и задачи сопряжений для уравнений в частных производных четвертого порядка.

Практическое значение исследования. Разработанный алгоритм построения решения может быть использован в приложениях при решении практических задач, связанных с задачами сопряжения.

SUMMARY

Dissertation "Challenges for the pseudo-interface and hyperbolic equations of the fourth order" of Saadalova Tolonbaya Ysmanovicha is submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences, specialty 01.01.02 – «Differential equations, dynamical systems and optimal control»

Key words: boundary value problem, boundary conditions, coupling problems, pseudo-parabolic equations, hyperbolic equation, the Riemann zeta function, integral equation, uniqueness of solutions, the existence of solutions

The object of study: the boundary value problems and the conjugation problem for pseudo and hyperbolic equations of fourth order.

Subject of research: correctness of conjugation problem for pseudo and hyperbolic equations of fourth order.

Object: to establish sufficient conditions for the unique solvability of the problem of interfaces and pseudo-hyperbolic equations of fourth order.

Methods: Methods of the theory of integral equations, the Riemann function, the contraction mapping principle, equations of mathematical physics, functional analysis and the theory of nonlinear integral equations were used during research.

Scientific novelty and theoretical significance of the research:

- formulate correct formulation of boundary value problems and the associated problem for pseudo and hyperbolic equations of fourth order in the square, and in the curved areas.
- find sufficient conditions for the existence and uniqueness of solutions of boundary value problems for hyperbolic and pseudo fourth-order equations with nonlocal conditions conjugation.
- the unique solvability of boundary value problems for hyperbolic equations and pseudo when transmission conditions are set at the non-characteristic line.
- constructed Riemann function for pseudo and hyperbolic equations with younger members and studied its properties.

The theoretical results are new in the theory of equations of mixed type and the associated problem for partial differential equations progizvodnyh fourfold.

The practical significance of the study. The algorithm for constructing the solution can be used in applications in solving practical problems associated with the dual problem.

Басууга 17.11.2016-ж. Кол коюулду
Көлөмү 1,5 б.т.
Нускасы 100 даана Буйрутма №05265.1
ОшТУнун басмаканасында басылды.
Ош ш. Исанов 81.