**КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН
БИЛИМ ЖАНА ИЛИМ МИНИСТРЛИГИ**

ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫНЫН ТҮШТҮК БӨЛҮМҮНДӨГҮ ЖАРАТЫЛЫШ БАЙЛЫКТАР ИНСТИТУТУ

ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШ К 01.15.504

Кол жазма укугуна ээ
УДК: 517.97; 62-50

Наметкулова Райхан Жанузаковна

ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕ МЕНЕН МУНӨЗДӨЛГӨН ЖЫЛУУЛУК ПРОЦЕССТЕРИН СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ОПТИМАЛДУУ БАШКАРУУ

01.01.02 – «Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу»

физика-математика илимдеринин кандидаты
илимий даражасын изденип алуунун

ӨЗДҮКРЕФЕРАТЫ

Бишкек – 2016

Диссертациялык иш Б.Н. Ельцин атындагы Кыргыз-Россия Славян университетинин «Колдонмо математика жана информатика» кафедрасында аткарылган

Илимий жетекчи:	физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Керимбеков Акылбек**
Официалдык оппоненттер:	физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Алымкулов Келдибай**,
	физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент **Алишеров Абдулла**
Жетектөөчү мекеме	И. Раззаков атындагы Кыргыз техникалык университети, 720044, Бишкек, Ч.Айтматов проспекти, 56

Диссертацияны коргоо Ош мамлекеттик университетинин жана Кыргыз Республикасынын Улуттук Илимдер Академиясынын Түштүк бөлүмүндөгү жаратылыш байлыктар Институтунун алдындагы физика-математика илимдери боюнча кандидаттык илимий даражаны изденип алуучулар үчүн түзүлгөн К 01.15.504 диссертациялык кеңешинин *2016 ж. « 23 » декабрь, саат 14 00-дө,* төмөнкү 723500, Ош ш., Ленин көч., 331 дареги боюнча өтө турган отурумунда болот.

Диссертацияны Ош мамлекеттик университетинин Борбордук китепканасынан окусаңыз болот.

Өздүкреферат 2016 ж. «*21 » ноябрда* таратылган

Диссертациялык кеңештин
илимий катчысы,
физ.-мат.илим.канд., доцент Бекешов Т. О.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Теманын актуалдуулугу. Практикада жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер менен мүнөздөлгөн жана оптималдуу башкаруу теориясынын ыкмалары менен изилдөөгө мүмкүн болгон маселелер кездешет. Башкаруу функциясы теңдеменин оң жагына же чектик шарттарына сызыктуу кирген учур үчүн бул багытта бир азыраак изилдөө иштери жүргүзүлгөн. Практикада башкаруу функциясы теңдемеге же чектик шарттарга сызыктуу эмес түрдө катышкан жана абалы жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер менен мүнөздөлгөн технологиялык процесстерди башкаруу маселелери жолугат. Мындай башкаруу маселелери аз изилденген. Ошондуктан, мындай маселелерди сапаттык изилдөө ыкмаларын жана анын чыгарылышын табуунун конструктивдүү ыкмаларын иштеп чыгуу жайылма параметрлүү системаларды оптималдуу башкаруу теориясында актуалдуу маселелердин бири болуп саналат.

Өткөн кылымдын 60-жылдары А.Г. Бутковскийдин, А. И. Егоровдун, Т. К. Сиразетдиновдун ж.б. эмгектеринде жайылтылган параметрлүү системаны оптималдуу башкаруу теориясынын негиздери иштелип чыккан. Бирок изилдөөнүн татаалдыгына байланыштуу оптималдаштыруунун интегро-дифференциалдык теңдемелер менен мүнөздөлгөн сызыктуу эмес маселелери азыраак изилденген.

Диссертацияда парабола тибиндеги фрегольмдун интегро-дифференциалдык теңдемелери менен мүнөздөлгөн жылуулук процесстерин башкаруу маселелери сырттан таасир эткен күч функциясы башкаруу параметрлеринен сызыктуу эмес көз каранды болгон учур үчүн изилденген. Бул багытта диссертацияда каралган маселелерден айырмалуу болгон маселелерди изилдөөлөр А. К. Керимбековдун, А. К. Кадиримбетованын жана Э. Сейдакмат кызынын эмгектеринде кездешет.

Диссертациянын темасынын илимий мекемелерде өткөрүлгөн чоң илимий программалар менен, негизги илимий изилдөө иштери менен байланышы. Диссертация № КР-05 (мамлекеттик регистрациянын номери № 0006988) «Математическое обеспечение процессов управления энерго-массопереносами, происходящими в линиях передач, и продукционными почво-растительными системами» МОиН КР илимий долбоорунун чегинде алынган илимий натыйжалардын негизинде жазылган.

Изилдөөнүн максаттары жана маселелери. Жайылтылган жана бир калыпта жайылтылган башкаруу учурунда фредгольмдун интегро-дифференциалдык теңдемелери менен мүнөздөлгөн жылуулук процесстерин сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселелерин изилдөө жана сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин бир маанилүү чыгарылышка ээ болушунун жеткиликтүү шарттарын табуу диссертациялык иштин максаты болуп саналат.

Иштин илимий жаңылыгы. Фредгольмдун интегро-дифференциалдык теңдемелери менен мүнөздөлгөн жылуулук процесстерин башкаруу маселеси башкаруу функциясы жайылтылган жана бир калыпта жайылтылган түрүндөгү функция болгон учур үчүн биринчи жолу изилденип жатат. Ошондуктан, бул маселенин чыгарылышын табуунун жаңы ыкмасы жана жакындаштырылган чыгарылыштарын тургузуунун алгоритми сунуш кылынган.

Алынган натыйжалар жайылтылган параметрлүү системаны оптималдуу башкаруу теориясында жаңылык болуп эсептелинет, тагыраак айтканда:

– негизги жана тутумдаш чектик маселелеринин солгун чыгарылыштарынын Фурье коэффициенттери фредгольмдун экинчи түрдөгү бир тектүү эмес сызыктуу интегралдык теңдемелеринин чыгарылышы болору аныкталган жана Нейман катарынын жыйналуучулук радиустары Фурье коэффициенттеринин n=1,2,3,… номерлеринин өсүшү менен кеңейе тургандыгы такталган;
– башкаруу функциясы жайылтылган жана бир калыпта жайылтылган түрдөгү функция болгон учур үчүн сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин чыгарылышы бар боло турган сырттан таасир этүүчү күч функцияларынын классы көрсөтүлгөн;
– оптималдык башкаруу функциясы сызыктуу эмес интегралдык теңдеменин дифференциалдык барабарсыздык түрүндөгү кошумча шартты канааттандырган чыгаралышы катары аныкталары такталган;
– башкаруу функциясы жайылтылган жана бир калыпта жайылтылган түрдөгү функция болгон учур үчүн сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин бир маанилүү чыгарылышка ээ болушунун жеткиликтүү шарттары такталган;
– сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин жакындаштырылган чыгарылыштарын табуунун алгоритми түзүлгөн жана алардын оптималдык башкаруу, оптималдык процесс жана функционал боюнча маселенин так чыгарылышына жыйналуучулугу далилденген.

Изилдөөнүн натыйжасында алынган теориялык жыйынтыктар жайылтылган параметрлүү системаларды оптималдуу башкаруу теориясында алынган жыйынтыктар жаңылык болуп эсептелинет.

Теоретикалык и практикалык баалуулугу. Сызыктуу эмес жайылтылган жана бир калыпта жайылтылган башкарууда сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин жакындаштырылган чыгарылышын тургузуу ыкмасын практикада, мисалы, парабола тибиндеги фредгольмдун интегро-дифференциалдык теңдемелери менен мүнөздөлгөн технологиялык процесстерди башкаруу маселесин чыгарууда колдонууга болот.

Коргоого сунушталган диссертациянын негизги жоболору:

– негизги жана тутумдаш чектик маселелеринин солгун чыгарылыштарынын Фурье коэффициенттери фредгольмдун экинчи түрдөгү бир тектүү эмес сызыктуу интегралдык теңдемелеринин чыгарылышы болору жана Нейман катарынын жыйналуучулук радиустары Фурье коэффициенттеринин n=1,2,3,… номерлеринин өсүшү менен кеңейери;
– башкаруу функциясы жайылтылган жана бир калыпта жайылтылган түрдөгү функция болгон учур үчүн сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин чыгарылышынын болушун камсыз кылган сырттан таасир этүүчү күч функцияларынын классы;
– оптималдык башкаруу функциясы сызыктуу эмес интегралдык теңдеменин дифференциалдык барабарсыздык түрүндөгү кошумча шартты канааттандырган чыгаралышы катары табылары;
– башкаруу функциясы жайылтылган жана бир калыпта жайылтылган түрдөгү функция болгон учур үчүн сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин бир маанилүү чыгарылышка ээ болушунун жеткиликтүү шарттары;
– сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин жакындаштырылган чыгарылыштарын табуунун алгоритми жана алардын оптималдык башкаруу, оптималдык процесс жана функционал боюнча маселенин так чыгарылышына жыйналуучулугу.
– теориялык жыйынтыктардын тууралыгын айгинелеген сандык эсептөөлөрдүн мисалы.

Изденүүчүнүн өздүк салымы. Изилдөөнүн жыйынтыгы боюнча 10 статья, 2 тезис жарыяланган. Алардын 5 чет өлкөдө чыгып, алардын арасынан 3 - Web of Science (2 - РИНЦ жана 1 - импакт-фактору 1,23 болгон Thomson Reuter базасына киришкен) базасына кирген. Басылып чыккан эмгектердин ичинен маселенин коюлушу илимий жетекчи менен бирге жазылган болсо, негизги жыйынтыктар: сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесин толук чыгаруу жана анын

жакындоолорун тургузуу, ошондой эле жакындоолордун жыйналуучулугун далилдөө, моделдик мисалдын негизинде теориялык натыйжаларды айгинелеген сандык эсептөөлөр диссертантка таандык.

Диссертациянын жыйынтыктарынын сыноолордон өткөрүлүүсү. Диссертацияда келтирилген илимий маалыматтар эл аралык конференцияларда, симпозиумдарда жана университеттер ортосундагы, университеттин ичиндеги конференцияларда баяндалган:

– «Башкаруу теориясынын, топологиянын жана оператордук теңдемелердин актуалдуу маселелери» атындагы экинчи Эл аралык илимий конференция. Кыргызстан, Булан-Соготту, 5–7-сентябрь 2013;
– Анализ жана колдонмо математика боюнча экинчи Эл аралык конференция, Шымкент, Казахстан, 11–13-сентябрь, 2014;
– Казахстан Республикасынын президентинин «Нурдуу жол - келечекке жол» аттуу казакстан элине кайрылган жолдомосун ишке ашыруу боюнча өткөрүлгөн «Илим жана азыркы заман– 2015» республикалык илимий-практикалык конференция. Казахстан, Тараз, 13- март 2015.

Изденүүчүнүн илимий жыйынтыктары Кыргыз-Орус Славян университетинин «Колдонмо математика жана информатика» кафедрасынын илимий семинарларында үзгүлтүксүз талкууланган (илимий жетекчи – проф. Керимбеков А. К.)

Диссертациянын жыйынтыктарынын басылмаларда толук чагылдырылышы. Диссертациялык изилдөөнүн негизги жыйынтыктары 10 илимий статьяда жана 2 тезисте чагылдырылган, тагыраак айтканда Кыргыз Республикасынын илимий журналдарында – 5, чет мамлекеттик илимий журналдарында – 5, алардын ичинен автордун жалгыз өзү чыгарганы – 3.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү.

Диссертация киришүүдөн, 2 баптан, 8 бөлүмдөн, корутундудан, колдонулган адабияттардын 82 аталыштагы тизмесинен жана тиркемеден турат. Иштин көлөмү компьютерде терилген 110 беттен турат.

Изилдөөнүн мазмуну. Биринчи бапта фредгольмдун интегро-дифференциалдык теңдемеси менен мүнөздөлгөн жылуулук процесстерин сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселеси сырткы күчтөрдү мүнөздөгөн функция жайылтылган башкаруу функциясынан сызыктуу эмес көз каранды болгон учурда изилденген. Башкаруунун сапаты жалпыланган квадраттык интегралдык функционал менен бааланган учур каралган.

Каралып жаткан маселе үчүн максимум принцибинин негизинде башкаруу функциясынын оптималдуулук шарттары табылган. Сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселеси жайылтылган башкаруу функция учурунда бир маанилүү чыгарылышка ээ болушунун жеткиликтүү шарттары аныкталган. Сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин так чыгарылышы $\left(u^0(t,x), \nu^0(x,t), J(u^0(t,x)\right)$ үчилтик түрүндө табылган жана анын жакындаштырылган чыгарылыштарын тургузуу алгоритми иштелип чыккан. Жакындаштырылган чыгарылыштардын оптималдык башкаруу функциясы, оптималдык процесс жана функционал боюнча жыйналуучулугу далилденген.

1.1 пунктунда жалпыланган квадраттык функционалды

$$J[u(t,x)] = \int_0^1 [\nu(T,x) - \xi(x)]^2 dx + \beta \int_0^T \int_0^1 q^2\left[t,x,u(t,x)\right] dxdt \qquad (1)$$

төмөнкүдөй чектик маселенин чыгарылыштарынын көптүгүндө

$$\nu_t = \nu_{xx} + \lambda \int_0^T K(t,\tau)\nu(\tau,x)d\tau + f[t,x,u(t,x)], \quad 0<x<1, \quad 0<t\le T \qquad (2)$$

$$\nu(0,x) = \psi(x), \qquad 0<x<1, \qquad (3)$$

$$\nu_x(t,0) = 0, \qquad \nu_x(t,1) + \alpha\nu(t,1) = 0, \qquad (4)$$

минималдаштыруу маселеси каралган. Мында $K(t,\tau)$ – берилген функция, ал $D = \{0 \le t \le T, 0 \le \tau \le T\}$ аймагында аныкталып, төмөнкү шартты канааттандырат

$$\int_0^T \int_0^T K^2(t,\tau)d\tau dt = K_0 < \infty, \qquad (5)$$

б.а. $K(t,\tau) \in H(D)$; $\xi(x) \in H(0,1)$, $\psi(x) \in H(0,1)$ - берилген функциялар; $f[t,x,u(t,x)] \in H(Q)$ - башкаруудан $u(t,x) \in H(Q)$ сызыктуу эмес көз каранды болуп, сырткы күчтүн таасирин мүнөздөгөн жана

$$f_u[t,x,u(t,x)] \ne 0, \quad \forall (t,x) \in Q = (0,1)\times(0,T) \qquad (6)$$

шартын канааттандырган белгилүү функция; λ - параметр, T- убакыттын белгиленген учуру, $\alpha > 0$ -туруктуу чоңдук, $H(Y)$ - Y көптүгүндө аныкталып, квадраты интегралдануучу функциялардын гильберт мейкиндиги.

Функционалдын өсүндүсү үчүн тиешелүү эсептөөлөрдөн кийин төмөнкү катышты алабыз

$$\Delta J[u] = -\int_0^T \int_0^1 \{\omega(t,x)(f[t,x,u+\Delta u] - f[t,x,u]) -$$
$$-\beta\left[q^2(t,x,u+\Delta u) - q^2(t,x,u)\right]\} dxdt + \int_0^1 \Delta\nu^2(T,x)dx =$$
$$= -\int_0^T \int_0^1 \Delta\Pi(t,x,\omega(t,x),\nu(t,x),u(t,x))dxdt + \int_0^1 \Delta\nu^2(T,x)dx, \qquad (7)$$

мында

$$\Pi(t,x,\omega(t,x),\nu(t,x),u(t,x)) = \omega(t,x) f[t,x,u(t,x)] - \beta q^2(t,x,u(t,x)), \qquad (8)$$

ал эми $\omega(t,x) \in H(Q)$ функциясы $u(t,x) \in H(Q)$ башкаруусуна туура келген төмөнкүдөй тутумдаш чектик маселенин

$$\omega_t + \omega_{xx} = -\lambda \int_0^T K(\tau,t)\omega(\tau,x)d\tau, \quad 0<x<1, \quad 0 \le t < T,$$
$$\omega(T,x) + 2[\nu(T,x) - \xi(x)] = 0, \qquad 0<x<1, \qquad (9)$$
$$\omega_x(t,0) = 0, \omega_x(t,1) + \alpha\omega(t,1) = 0, \qquad 0 \le t < T,$$

солгун жалпыланган чыгарылышы.

Максимум принциби: (1)-(6) оптималдаштыруу маселесиндеги $u^0(t,x) \in H(Q)$ башкаруусунун оптималдуулугу үчүн

$$\Pi(t,x,\omega^0(t,x),\nu^0(t,x),u^0(t,x)) \quad (=) \quad \sup_{u\in Z} \Pi(t,x,\omega^0(t,x),\nu^0(t,x),u),$$

шарттынын $u(t,x)$ функциясы үзгүлтүксүз болгон чекиттерде гана аткарылышы зарыл жана жетиштүү болот. Бул жерде Z көптүгү – $u(t,x)$ функциясы ала турган маанилеринен турган көптүк.

Максимум принцибинин натыйжасы катары

$$\Pi_u[t,x,\omega(t,x),\nu(t,x),u(t,x)] = \omega(t,x) f_u[t,x,u(t,x)] -$$
$$-2\beta q(t,x,u(t,x))q_u(t,x,u(t,x)) = 0, \qquad (10)$$

$$\Pi_{uu}[t,x,\omega(t,x),\nu(t,x),u(t,x)] = \omega(t,x) f_{uu}[t,x,u(t,x)] -$$
$$-2\beta\left[q(t,x,u(t,x))q_u(t,x,u(t,x))\right]_u < 0, \qquad (11)$$

шарттарына ээ болобуз. Алар биргеликте *оптималдуулук шарттары* деп аталат.

(11) шарттан $\omega(t,x)$ функциясын четтетип, аны төмөнкүдөй

$$f_u\left[t,x,u(t,x)\right]\left(\frac{q\left(t,x,u(t,x)\right)q_u\left(t,x,u(t,x)\right)}{f_u\left[t,x,u(t,x)\right]}\right)_u > 0 \qquad (12)$$

түргө келтиребиз. Бул барабарсыздык каралып жаткан сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселеси чыгарылышка ээ боло турган сырткы күчтөрдүн таасирин чагылдырган функциялардын классын аныктаган шарт болуп эсептелинет.

1.2 пунктунда негизги чектик маселенин солгун жалпыланган чыгарылышынын табуу ыкмасы көрсөтүлгөн. Чыгарылыш

$$\nu(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}\nu_n(t)z_n(x), \qquad (13)$$

түрүндөгү чексиз катардын суммасы катары аныкталат. Мындагы Фурьенин коэффициенттери болгон $\nu_n(t)$ функциялары

$$\nu_n(t)=\lambda\int_0^T K_n(t,s)\nu_n(s)ds+a_n(t), \quad a_n(t)=e^{-\lambda_n^2 t}\psi_n+\int_0^t e^{-\lambda_n^2(t-\tau)}f_n[\tau,u]d\tau,$$

$$K_n(t,s)=\int_0^t e^{-\lambda_n^2(t-\tau)}K(\tau,s)d\tau, \quad K_n(0,s)=0,$$

түрүндөгү Фредгольмдун II тибиндеги интегралдык теңдемесинин чыгарылышы катары аныкталат жана

$$\nu_n(t)=\lambda\int_0^T R_n(t,s,\lambda)a_n(s)ds+a_n(t). \qquad (14)$$

түрүндө болот. Бул жерде резольвента $R_n(t,s,\lambda)$ функциясы ар бир белгиленген $n=1,2,3,...$ номери үчүн төмөнкүдөй

$$R_n(t,s,\lambda)=\sum_{i=1}^{\infty}\lambda^{i-1}K_{n,i}(t,s), \quad n=1,2,3,\dots, \qquad (15)$$

функционалдык катардын суммасы болот. Бул катар λ параметринин төмөнкүдөй

$$|\lambda|<\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{K_0T}}\lambda_1$$

шартты канааттандырган маанилеринде баардык $n=1,2,3,...$ номерлери үчүн бир калыпта жыйналат.

Практикада дайыма эле резольвентаны чексиз катардын суммасы катары табууга болбойт. Резольвентанын m-чи жакындоосун

$$R_n^m(t,s,\lambda)=\sum_{i=1}^{m}\lambda^{i-1}K_{n,i}(t,s), \quad n=1,2,3,..., \qquad (16)$$

формуласы менен аныктайбыз жана бул функция боюнча (2)-(5) чектик маселесинин чыгарылышынын m-чи жакындаштырылган маанисин

$$\nu^m(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}(\lambda\int_0^T R_n^m(t,s,\lambda)a_n(s)ds+a_n(t))z_n(x). \qquad (17)$$

барабардыгы боюнча аныктайбыз. Андан ары

$$\nu(t,x)\in H(Q) \text{ и } \left\|\nu(t,x)-\nu^m(t,x)\right\|_{H(Q)}\xrightarrow[m\to\infty]{}0 \qquad (18)$$

шарттарынын орун алышы далилденген.

(9) тутумдаш чектик маселенин чыгарылышы

$$\omega(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}\omega_n(t)z_n(x), \quad \omega_n(t)=\int_0^1\omega(t,x)z_n(x)dx, \qquad (19)$$

түрүндө изделип, $\omega_n(t)$ Фурье коэффициентери ар бир белгиленген $n=1,2,3,...$ үчүн

$$\omega_n(t)=\lambda\int_0^T B_n(s,t)\omega_n(s)ds-2e^{-\lambda_n^2(T-t)}[\nu_n(T)-\xi_n], \qquad (20)$$

$$B_n(s,t)=\int_t^T e^{-\lambda_n^2(T-t)}K(s,\tau)d\tau, \quad B_n(s,T)=0$$

түрүндөгү Фредгольмдун II тибиндеги бир тектүү эмес сызыктуу интегралдык теңдемесинин чыгарылышы катары аныкталат жана

$$\omega_n(t)=\lambda\int_0^T\tilde{R}_n(s,t,\lambda)(-2)e^{-\lambda_n^2(T-s)}[\nu_n(T)-\xi_n]ds-2e^{-\lambda_n^2(T-t)}[\nu_n(T)-\xi_n],$$

түрүндөгү функция болот. Мында $\tilde{R}_n(s,t,\lambda)$ резольвентасы

$$\tilde{R}_n(s,t,\lambda)=\sum_{i=1}^{\infty}\lambda^{i-1}B_{n,i}(s,t) \qquad (21)$$

формуласы боюнча табылат жана ал үчүн $R_n(t,s,\lambda)$ резольвентасы канаатандырган шарттардын баардыгы аткарылат, мисалы, алар үчүн түзүлгөн Нейман катарларынын жыйналуу радиустары бирдей болушат.

Тутумдаш чектик маселенин чыгарылышы

$$\omega(t,x)=-2\sum_{n=1}^{\infty}[\nu_n(T)-\xi_n](e^{-\lambda_n^2(T-t)}+\lambda\int_0^T\tilde{R}_n(s,t,\lambda)e^{-\lambda_n^2(T-s)}ds)z_n(x)$$

формуласы боюнча табылат. Бул чыгарылыштын «резольвента боюнча» алынган m-чи жакындаштырылган мааниси

$$\omega^m(t,x)=-2\sum_{n=1}^{m}[\nu_n(T)-\xi_n](e^{-\lambda_n^2(T-t)}+\lambda\int_0^T\tilde{R}_n^m(s,t,\lambda)e^{-\lambda_n^2(T-s)}ds)z_n(x), \qquad (22)$$

$$\tilde{R}_n^m(s,t,\lambda)=\sum_{i=1}^{m}\lambda^{i-1}B_{n,i}(s,t),$$

барабардыгы боюнча аныкталат жана ал үчүн

$$\left\|\omega(t,x)-\omega^m(t,x)\right\|_H^2 \le C_1(\lambda)\left(|\lambda|\sqrt{\frac{K_0T}{2\lambda_n^2}}\right)^{2m}\xrightarrow[m\to\infty]{}0.$$

жыйналуучулугу орун алат.

1.3 пунктунда оптималдуулуктун биринчи шартына ылайык, тутумдаш чектик маселенин чыгарылышын колдонуп, оптималдык башкаруу функциясына карата төмөнкүдөй

$$\beta\frac{q(t,x,u(t,x))q_u(t,x,u(t,x))}{f_u(t,x,u(t,x))}+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}G_n^*(t)\int_0^T G_n(\tau)\int_0^1 f(\tau,y,u(\tau,y))z_n(y)dyd\tau z_n(x)=\sum_{n=1}^{\infty}G_n^*(t)h_nz_n(x), \tag{23}$$

сызыктуу эмес интегралдык теңдемени алабыз. Мында $G_n(t),G_n^*(t),h_n$ белгилүү функциялар жана чоңдуктар. Бул теңдеменин жалгыз чыгарылышка ээ болушун проф. Керимбеков А. иштеп чыккан ыкма боюнча изилденген. Бул ыкмага ылайык

$$\beta\frac{q(t,x,u(t,x))q_u(t,x,u(t,x))}{f_u(t,x,u(t,x))}=p(t,x)\,, \tag{24}$$

белгилөөсүн жүргүзөбүз. (12) шарттын негизинде бул барабардыктан $u(t,x)$ функциясы бир маанилүү аныкталат, тактап айтканда

$$u(t,x)=\varphi(t,x,p(t,x),\beta). \tag{25}$$

барабардыгы орун алган $\varphi(\cdot)$ функциясы табылат. (24)-(25) барабардыктарынын негизинде (23) теңдемени

$$p(t,x)+\sum_{n=1}^{\infty}G_n^*(t)\int_0^T G_n(\tau)\int_0^1 f\left(\tau,y,\varphi\left(\tau,y,p(\tau,y),\beta\right)\right)z_n(y)\,dy\,d\tau\,z_n(x)=$$
$$=\sum_{n=1}^{\infty}G_n^*(t)\,h_nz_n(x)\,\beta. \tag{26}$$

түрүндө же анын оператордук формасы болгон

$$p=h+G_0[p] \tag{27}$$

түрүндө жазабыз. Мында,

$$G_0(\mathrm{p})=-\sum_{n=1}^{\infty}G_n^*(t)\int_0^T G_n(\tau)\int_0^1 f(\tau,y,\varphi(\tau,y,p(\tau,y),\beta))z_n(y)dyd\tau z_n(x),$$
$$h=h(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}G_n^*(t)h_nz_n(x). \tag{28}$$

Лемма 1. $p(t,x)$ функциясы $H(Q)$ гильберт мейкиндигинин элементи болуп саналат, б.а. $p(t,x)\in H(Q)$.

Лемма 2. $h(t,x)$ функциясы $H(Q)$ гильберт мейкиндигинин элементи болуп саналат, б.а. $h(t,x)\in H(Q)$.

Лемма 3. $G_0[p]$ оператору $H(Q)$ мейкиндигин өзүнө чагылдырат.

Лемма 4. $f(t,x,u(t,x))$ функциясы u функционалдык өзгөрмөсү боюнча

$$\left\|f\left[t,x,u(t,x)\right]-f\left[t,x,\tilde{u}(t,x)\right]\right\|_{H(Q)}\le f_0\left\|u(t,x)-\tilde{u}(t,x)\right\|_{H(Q)},\quad f_0>0,$$

түрүндөгү, ал эми $\varphi(t,x,p(t,x),\beta)$ функциясы p функционалдык өзгөрмөсү боюнча

$$\left\|\varphi[t,x,p(t,x),\beta]-\varphi\left[t,x,\tilde{p}(t,x),\beta\right]\right\|_{H(Q)}\le$$
$$\le\varphi_0(\beta)\left\|p(t,x)-\tilde{p}(t,x)\right\|_{H(Q)},\quad \varphi_0(\beta)>0.$$

түрүндөгү Липшицтин шарттарын канаатандырышса жана

$$\gamma=\left(1+\frac{\lambda^2K_0T}{(\sqrt{2\lambda_1^2}-|\lambda|\sqrt{K_0T})^2}\right)\left(\frac{1}{\lambda_1^4}+\frac{1}{\pi^4}\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{2}}f_0\varphi_0(\beta)<1$$

шарты орун алса, анда $G[p]=h+G_0[p]$ оператору - кысып чагылтуучу оператор болот .

Теорема. 1-4 леммаларынын шарттары аткарылса, анда (27) оператордук теңдеме $H(Q)$ мейкиндигинде жалгыз чыгарылышка ээ болот.

(27) оператордук теңдемесинин чыгарылышы төмөнкүдөй

$$p_n(t,x)=G[p_{n-1}(t,x)],\ n=1,2,3,\ldots,$$

удаалаш жакындаштыруу ыкмасынын негизинде $p^0(t,x)=\lim\limits_{n\to\infty}p_n(t,x)$ барабардыгы боюнча табылат жана

$$\left\|p^0(t,x)-p_n(t,x)\right\|_H\le\frac{\gamma^n}{1-\gamma}\left\|h(t,x)+G_0[p_0(t,x)]-p_0(t,x)\right\|_H, \tag{29}$$

түрүндөгү барабарсыздыкты канаатандырат. Мында $p_0(t,x)$ - $H(Q)$ мейкиндигинин каалагандай элементи.

Табылган $p^0(t,x)$ чыгарылышыны (25) коюп, (23) сызыктуу эмес интегралдык теңдеменин чыгарылышын, б.а. оптималдык башкаруу функциясын

$$u^0(t,x)=\varphi\left[t,x,p^0(t,x),\beta\right] \qquad (30)$$

барабардыгы боюнча аныктайбыз.

1.4 пунктунда сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин толук чыгарылышын $\left(u^0(t,x),\nu^0(x,t),J(u^0(t,x)\right)$ үчилтиги түрүндө табабыз, мында

$u^0(t,x)=\varphi\left[t,x,p^0(t,x),\beta\right]$ - оптималдык башкаруу функциясы;

$\nu^0(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\lambda\int_0^T R_n(t,s,\lambda)a^0{}_n(s)ds+a^0{}_n(t)\right\}z_n(x)$ - оптималдык процесс;

$J[u^0(t,x)]=\int_0^1[\nu^0(T,x)-\xi(x)]^2dx+\beta\int_0^T\int_0^1 q^2(t,x,u^0(t,x))dxdt.$

- функционалдын минималдык мааниси.

Оптималдык башкаруунун жакындоолору жана алардын жыйналуучулугу. Оптималдык башкаруунун n-жакындоосу үчүн

$$u_n(t,x)=\varphi[t,x,p_n(t,x),\beta],\quad n=1,2,3,..., \qquad (31)$$

барабардыгы боюнча аныктайбыз. Анын жыйналуучулугу $\gamma<1$ болгондуктан

$$\|u^0(t,x)-u_n(t,x)\|_{H(Q)}\le\varphi_0(\beta)\frac{\gamma^n}{1-\gamma}\|h(t,x)+G_0[p_0(t,x)]-p_0(t,x)\|_{H(Q)}\xrightarrow[n\to\infty]{}0. \qquad (32)$$

шартынан келип чыгат.

Оптималдык процесстин жакындоолору жана алардын жыйналуучулугу. Оптималдык процесстин жакындоолорунун түзүүдө төмөнкүдө» учурларды бөлүп карайбыз:

1) Резольвента боюнча оптималдык процесстин m- жакындоосун

$$\nu^m(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\lambda\int_0^T R_n^m(t,s,\lambda)a_n^0(s)ds+a_n^0(t)\right]z_n(x)$$

формуласы менен табабыз;

2) Оптималдык процесстин $m,k-$ жакындоосун

$$\nu_k^m(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\lambda\int_0^T R_n^m(t,s,\lambda)a_n^k(s)ds+a_n^k(t)\right]z_n(x),$$

$$a_n^k(t)=e^{-\lambda_n^2t}\psi_n+\int_0^t e^{-\lambda_n^2(t-\tau)}\int_0^1 f\left[\tau,y,u_k^0(\tau,y)z_n(y)\right]dyd\tau$$

барабардыктары боюнча аныктайбыз;

3) Оптималдык процесстин $m,\ k,\ r-$ жакындоосун

$$\nu_k^{m,r}(t,x)=\sum_{n=1}^{r}\left[\lambda\int_0^T R_n^m(t,s,\lambda)a_n^k(s)ds+a_n^k(t)\right]z_n(x)$$

барабардыгы боюнча аныктайбыз;

Анча татаал эмес эсептөөлөрдүн негизинде төмөнкүдөй

$$1)\ \|\nu^0(t,x)-\nu^m(t,x)\|_{H(Q)}\le\widetilde{C}_1(\lambda)\left(|\lambda|\sqrt{\frac{K_0T}{2\lambda_1^2}}\right)^{2m}\xrightarrow[m\to\infty]{}0, \qquad (33)$$

$$2)\ \|\nu^m(t,x)-\nu_k^m(t,x)\|_{H(Q)}\le\widetilde{C}_2(\lambda)f_0^2\|u(t,x)-u_k(t,x)\|_{H(Q)}^2\xrightarrow[k\to\infty]{}0, \qquad (34)$$

ар бир m=1,2,3,… үчүн орундалат;

$$3)\ \|\nu_k^m(t,x)-\nu_k^{m,r}(t,x)\|_{H(Q)}^2\le\widetilde{C}_3(\lambda)\frac{r+1}{r^2}\xrightarrow[r\to\infty]{}0, \qquad (35)$$

ар бир белгиленген (m, k), m, k =1,2,3,… түгөйү үчүн аткарылат – деген шаттарынын орун алары көрсөтүлгөн.

Анда кийин

$$\|\nu^0(t,x)-\nu_k^{m,r}(t,x)\|_{H(Q)}\le\|\nu^0(t,x)-\nu^m(t,x)\|_{H(Q)}+$$
$$+\|\nu^m(t,x)-\nu_k^m(t,x)\|_{H(Q)}+\|\nu_k^m(t,x)-\nu_k^{m,r}(t,x)\|_{H(Q)}\xrightarrow[m,k,r\to0]{}0$$

шартынан $\nu_k^{m,r}(t,x)$ жакындоосунун $\nu^0(t,x)$ оптималдык процесске жыйналуусу келип чыгат.

Оптималдык процесстин жакындоолорун эске алып, функционалдын минималдык маанисине байланыштуу төмөнкүдөй жакындоолорду карайбыз:

1) $\nu^m(t,x)$ процесске тиешелүү функционалдын минималдык маанисинин m–жакындоосу

$$J_m\left[u^0(t,x)\right]=\int_0^1\left[\nu^m(T,x)-\xi(x)\right]^2dx+\beta\int_0^T\int_0^1 q^2\left(t,x,u^0(t,x)\right)dxdt$$

формуласы боюнча табылат;

2) $\nu_k^m(t,x)$ процесске тиешелүү функционалдын минималдык маанисинин $m,\ k-$ жакындоосу

$$J_m\left[u_k(t,x)\right]=\int_0^1\left[\nu_k^m(T,x)-\xi(x)\right]^2dx+\beta\int_0^T\int_0^1 q^2\left(t,x,u_k(t,x)\right)dxdt,$$

формуласы боюнча табылат;

3) $\nu_k^{m,r}(t,x)$ процесске тиешелүү функционалдын минималдык мааниси-нин $m,\ k,\ r$ –жакындоосу

$$J_m^r\left[u_k(t,x)\right]=\int_0^1\left[\nu_k^{m,r}(T,x)-\xi(x)\right]^2dx+\beta\int_0^T\int_0^1 q^2\left(t,x,u_k(t,x)\right)dxdt$$

формуласы боюнча табылат.

Андан ары төмөнкүдөй

1) $\left|J\left[u^0(t,x)\right]-J_m\left[u^0(t,x)\right]\right|\le C_{10}\left\|\nu^0(T,x)-\nu^m(T,x)\right\|_{H(0,1)}\xrightarrow[m\to\infty]{}0$;

2) $\left|J_m\left[u^0(t,x)\right]-J_m\left[u_k(t,x)\right]\right|\le$

$\le C_{11}\left\|\nu^m(T,x)-\nu_k^m(T,x)\right\|_{H(Q)}+C_{21}\left\|u^0(t,x)-u_k(t,x)\right\|\xrightarrow[k\to\infty]{}0$,

ар бир m=1,2,3,… үчүн аткарылат;

3) $\left|J_m\left[u_k(t,x)\right]-J_m^r\left[u_k(t,x)\right]\right|\le C_{31}\left\|\nu_k^m(t,x)-\nu_k^{m,r}(t,x)\right\|_{H(Q)}\xrightarrow[r\to\infty]{}0$,

$(m,\ k)$, $m,\ k$ =1,2,3,…, түгөйүнүн ар бир белгиленген мааниси үчүн аткарылат – деген шарттардын орун алышы далилденген. Бул жерде $C_{10},\ C_{11},\ C_{21},\ C_{31}$ – кандайдыр бир оң маанидеги чоңдуктар.

Андан соң төмөнкүдөй катыштын

$$\left|J\left[u^0(t,x)\right]-J_m^r\left[u_k(t,x)\right]\right|\le\left|J\left[u^0(t,x)\right]-J_m\left[u^0(t,x)\right]\right|+$$

$$+\left|J_m\left[u^0(t,x)\right]-J_m\left[u_k(t,x)\right]\right|+\left|J_m\left[u_k(t,x)\right]-J_m^r\left[u_k(t,x)\right]\right|\xrightarrow[m,k,r\to\infty]{}0,$$

негизинде $J_m^r\left[u_k(t,x)\right]$ жакындоосунун функционалдын $J\left[u^0(t,x)\right]$ минималдык маанисине жыйналуусу далилденет.

Экинчи бапта фредгольмдун интегро-дифференциалдык теңдемеси менен мүнөздөлгөн жылуулук процесстерин сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселеси сырткы күчтөрдү мүнөздөгөн функция бир калыпта жайылтылган башкаруу функциясынан сызыктуу эмес көз каранды болгон учур үчүн изилденген. Бул бапта дагы, башкаруунун сапаты жалпыланган квадраттык интегралдык функционал менен бааланган учур каралган. Маселенин изилдениши биринчи бапта көрсөтүлгөн ирээт боюнча жүргүзүлгөн.

2.1 пунктунда (2)-(5) чектик маселеси,

$$\overline{f}[t,x,u(t,x)]\equiv g(t,x)\,f[t,u(t)]$$

шарты орун алган учур үчүн каралган. Ал эми, оптималдык маселеде төмөнкүдөй

$$J[u(t)]=\int_0^1\left[\nu(T,x)-\xi(x)\right]^2dx+\beta\int_0^T q^2\left(t,u(t)\right)dt,\beta>0,\qquad(36)$$

жалпыланган квадраттык интегралдык функционалды чектик маселенин чыгарылыштарынын көптүгүндө минималдаштыруу маселеси каралган. Мында $\xi(x)\in H(0,1)$, $g(t,x)\in H(Q)$, $f\left[t,u(t)\right]\in H(0,T)$ - берилген функциялар, ошондой эле $f\left[t,u(t)\right]$ башкаруу $u(t)\in H(0,T)$ функциясынын сызыктуу эмес көз каранды жана

$$\frac{\partial f\left[t,u(t)\right]}{\partial u}\ne 0,\forall t\in[0,T];$$

шартын канаатандырган функция.

Каралган маселе биринчи главада баяндалган схема боюнча изил-денди. Максимум принцибинин негизинде оптималдык башкаруу функциясы

$$\beta q\left(t,u(t)\right)q_u\left(t,u(t)\right)f_u^{-1}[t,u(t)]+$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\widetilde{G}_n(t,\lambda)\int_0^T G_n(s,\lambda)\,f\left[s,u(s)\right]ds=\sum_{n=1}^{\infty}\widetilde{G}_n(t)h_n,$$

түрүндөгү сызыктуу эмес интегралдык теңдеменин чыгарылышы катары аныкталары жана төмөнкүдөй

$$\gamma=\|g(t,x)\|_{H(Q)}^2\left(\frac{1}{\lambda_1^2}+\frac{1}{6}\right)\left(1+\frac{\lambda^2K_0}{\left(\sqrt{2\lambda_1^2}-|\lambda|\sqrt{K_0T}\right)^2}\right)f_0\varphi_0(\beta)<1,$$

шарт орун алган учурда бир маанилүү табылары такталды. Андан ары сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин толук чыгарылышы $\left(u^0(t),\nu^0(t,x),J[u^0(t)]\right)$ үчилтиги түрүндө табылды. Бул жерде

$u^0(t)=\varphi\left[t,\overline{p}(t),\beta\right]$ - оптималдык башкаруу функциясы;

$$\nu^0(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\psi_n\left[e^{-\lambda_n^2(t-\tau)}+\lambda\int_0^T R_n(t,s,\lambda)e^{-\lambda_n^2 s}ds\right]+\int_0^T\varepsilon_n(t,\tau,\lambda)g_n(\tau)\,f\left(\tau,u^0(\tau)\right)d\tau\right\}z_n(x),$$

мында $\varepsilon_n(t,\tau,\lambda)=\begin{cases}e^{-\lambda_n^2(t-\tau)}+\lambda\int_\tau^T R_n(t,s,\lambda)e^{-\lambda_n^2 s}ds, & 0\le\tau\le t,\\ \lambda\int_\tau^T R_n(t,s,\lambda)e^{-\lambda_n^2(s-\tau)}ds, & t\le\tau\le T.\end{cases}$

- оптималдык процесс;

$$J[u^0(t)] = \int_0^1 \left[\nu^0(T,x) - \xi(x) \right]^2 dx + \beta \int_0^T \left[u^0(t) \right]^2 dt.$$

- функционалдын минималдык мааниси.

Андан соң $\left(u^0(t), \nu^0(t,x), J[u^0(t)]\right)$ үчилтигинин жакындоосу тургузулуп, төмөнкүдөй катыштар, б.а.:

1) оптималдык башкаруу функциясы үчүн:

$$\left\| u^0(t) - u_k(t) \right\|_{H(0,T)} \le \varphi_0(\beta) \frac{\gamma^k}{1-\gamma} \left\| G[p_0(t)] - p_0(t) \right\|_{H(0,T)} \xrightarrow[k\to\infty]{} 0.$$

шарты;

2) оптималдык процесс үчүн:

2.1) $\left\| \nu^0(t,x) - \nu^m(t,x) \right\|^2_{H(Q)} \le \overline{C}_1(\lambda) \left(|\lambda| \sqrt{\dfrac{K_0 T}{2\lambda_1^2}} \right)^{2m} \xrightarrow[m\to\infty]{} 0$,

2.2) $\left\| \nu_m(t,x) - \nu_k^m(t,x) \right\|^2_{H(Q)} \le \overline{C}_2(\lambda) f_0^2 \left\| u^0(t) - u_k(t) \right\|^2_{H(0,T)} \xrightarrow[k\to\infty]{} 0,$

ар бир белгиленген m=1,2,3,… үчүн;

2.3) $\left\| \nu_k^m(t,x) - \nu_k^{m,r}(t,x) \right\|^2_{H(Q)} \le \overline{C}_3(\lambda) \sum\limits_{n=r+1}^{\infty} \dfrac{1}{\lambda_n^2} \xrightarrow[r\to\infty]{} 0,$

ар бир белгиленген (m, k), m, k =1,2,3,… түгөйү үчүн

шарттары жана

3) функционалдын минималдык мааниси үчүн

3.1) $\left| J\left[u^0(t)\right] - J_m\left[u^0(t)\right] \right| \le \overline{C}_{10} \left\| \nu^0(T,x) - \nu^m(T,x) \right\|_{H(0,1)} \xrightarrow[m\to\infty]{} 0;$;

3.2) $\left| J_m\left[u^0(t)\right] - J_m\left[u_k(t)\right] \right| \le \overline{C}_{11} \left\| \nu_m(T,x) - \nu_m^k(T,x) \right\|_{H(Q)} +$

$+\overline{C}_{21} \left\| u^0(t) - u_k(t) \right\| \xrightarrow[k\to\infty]{} 0$ ар бир белгиленген m=1,2,3,… үчүн

3.3) $\left| J_m\left[u_k(t)\right] - J_m^r\left[u_k(t)\right] \right| \le \overline{C}_{31} \left\| \nu_m^k(T,x) - \nu_m^{k,r}(T,x) \right\|_H \xrightarrow[r\to\infty]{} 0,$

ар бир белгиленген (m, k), m, k =1,2,3,… түгөйү үчүн,

шарттары аткарылары далилденген. Мында $\overline{C}_{10}$, $\overline{C}_{11}$, $\overline{C}_{21}$, $\overline{C}_{31}$ – кандайдыр бир туруктуу чоңдуктар.

Бул ырастоолордун негизинде келип чыккан төмөнкү катыштардан

$$\left\| \nu^0(t,x) - \nu_m^{k,r}(t,x) \right\|_{H(Q)} \le$$

$$\le \left\| \nu^0(t,x) - \nu_m(t,x) \right\|_{H(Q)} + \left\| \nu_m(t,x) - \nu_m^k(t,x) \right\|_{H(Q)} + \left\| \nu_m^k(t,x) - \nu_m^{k,r}(t,x) \right\|_{H(Q)} \xrightarrow[m,k,r\to 0]{} 0$$

жана

$$\left| J\left[u^0(t)\right] - J_m^r\left[u_k(t)\right] \right| \le \left| J\left[u^0(t)\right] - J_m\left[u^0(t)\right] \right| + \left| J_m\left[u^0(t)\right] - J_m\left[u_k(t)\right] \right| +$$

$$+ \left| J_m\left[u_k(t)\right] - J_m^r\left[u_k(t)\right] \right| \xrightarrow[m,k,r\to\infty]{} 0,$$

шарттарынын, б.а. сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин жакындоолорунун так чыгарылышка жыйналуусу келип чыгышын көрөбүз.

КОРУТУНДУ

Диссертацияда бир калыпта жайылтылган жана жайылтылган башкаруу функциялары катышкан сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселелери изилденди. Изилдөө учурунда негизги көңүл

1) негизги жана тутумдаш чектик маселелеринин солгун чыгарылыштарынын Фурье коэффициенттерин аныктоого;
2) башкаруу функциясы жайылтылган жана бир калыпта жайылтылган түрдөгү функция болгон учур үчүн сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин чыгарылышынын болушун камсыз кылган сырттан таасир этүүчү күч функцияларынын классын аныктоого;
3) оптималдык башкаруу функциясы канааттандырган сызыктуу эмес интегралдык теңдеменин изилденишине;
4) башкаруу функциясы жайылтылган жана бир калыпта жайылтылган түрдөгү функция болгон учур үчүн сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин бир маанилүү чыгарылышка ээ болушунун жеткиликтүү шарттарын аныктоого;
5) сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин жакындаштырылган чыгарылыштарын табуунун алгоритмин түзүгөө жана алардын жыйналуучулугун изилдөөгө бурулган.

Жайылтылган параметрлүү системаларды оптималдуу башкаруу теориясында алынган жыйынтыктар жаңылык болуп саналат жана жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер менен мүнөздөлгөн процесстерди оптималдуу башкаруунун сызыктуу эмес маселелерин чыгаруунун жаңы ыкмаларын ойлоп табууда колдонулунат.

КОЛДОНУЛУНГАН АДАБИЯТТАРДЫН ТИЗМЕСИ

1. **Наметкулова Р.Ж.** Приближенное решение задачи нелинейной оптимизации теплового процесса, описываемого фредгольмово интегро-дифференциальным уравнением [Текст]/ Р.Ж. Наметкулова // Журнал «Вестник КРСУ», –2013, Т.13, №7. – С. 23-27.
2. **Наметкулова Р.Ж.** Обобщенное решение краевой задачи управляемого теплового процесса, описываемого фредгольмово интегро-дифференциальным уравнением [Текст] / А.Керимбеков, А.К. Кадиримбетова, Р.Ж. Наметкулова // Механика и моделирование процессов технологии.– 2013, №2. – С. 80-86.
3. **Наметкулова Р.Ж.** Решение задачи нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями. [Текст]/ А. Керимбеков, А.К. Кадиримбетова, Р.Ж. Наметкулова // Тезисы 2-й международной конференции «Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений», –2013. – С. 50.
4. **Наметкулова Р.Ж.** Решение задачи нелинейной оптимизации теплового процесса, описываемого интегро-дифференциальным уравнением Фредгольма [Текст]/ А. Керимбеков, Р.Ж. Наметкулова // Журнал «Вестник КРСУ», –2014, Т.14, №1. – С. 166-172.
5. **Наметкулова Р.Ж.** Оптимальное распределенное управление тепловыми процессами, описываемыми фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями и приближенные решения краевых задач [Текст]/ А. Керимбеков, Р.Ж. Наметкулова // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям, – Бишкек: Илим, 2014. - Вып. 46. – С. 14-20.
6. **Nametkulova R.** On the solvability of the problem of the optimal control of thermal processes described by the Fredholm integro-differential equations [Текст]/ A. Kerimbekov, R. Nametkulova // Abstract book of second ICAAM. Kazakstan, Shymkent, 11-13 September, 2014. – P. 117.
7. **Наметкулова Р.Ж.** О разрешимости одного класса нелинейных интегральных уравнений [Текст] / Р.Ж. Наметкулова // Механика и технологии.– 2015, №2. – С. 42-47.
8. **Наметкулова Р.Ж.** О разрешимости нелинейного интегрального уравнения в задаче распределенного управления тепловым процессом, описываемым фредгольмово интегро-дифференциальным уравнением [Текст]/ А. Керимбеков, Р.Ж. Наметкулова // Журнал «Вестник КРСУ», –2015, Т.15, №5. – С. 80-82.
9. **Наметкулова Р.Ж.** Приближенное решение задачи распределенного управления тепловыми процессами, описываемыми фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями [Текст]/ Р.Ж. Наметкулова // Журнал «Вестник КРСУ», –2015, Т.15, №5. – С. 88-90.
10. **Наметкулова Р.Ж.** Условия оптимальности в задаче управления тепловыми процессами с интегро-дифференциальным уравнением [Текст]/ А. Керимбеков, А.К. Кадиримбетова, Р.Ж. Наметкулова // Известия ИГУ, –2016, Т.15, сер. «Математика» – С. 50-61.
11. **Наметкулова Р.Ж.** Приближенное решение задачи распределенного и граничного управления тепловым процессом [Текст] / А. Керимбеков, А.К. Кадиримбетова, Р.Ж. Наметкулова // Известия ИГУ, –2016, Т.16, сер. «Математика» – С. 71-88.
12. **Nametkulova R.** On the solvability of a nonlinear optimization problem for thermal processes described by Fredholm integro-differential equations with external and boundary controls [Текст] / A. Kerimbekov, E. Abdyldaeva, R. Nametkulova, A. Kadirimbetova // Applied Mathematics & Information Sciences, An International Journal - 2016, Vol. 10, No. 1, P. 215-223.

Наметкулова Райхан Жанузаковнанын 01.01.02 – дифференциалдык тендемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алыш учун «Интегро-дифференциалдык тендемеси менен муноздолгон жылуулук процесстерин сызыктуу эмес башкаруу» темасында жазылган диссертациялык ишинин

КЫСКАЧА БАЯНДАМАСЫ

Урунттуу сөздөр: Жылуулук процесси, солгун жалпыланган чыгарылыш, функционал, оптималдык башкаруу, сызыктуу эмес интегралдык теңдеме, жакындаштырылган чыгарылыш, жыйналуучулук.

Изилдөөнүн объектиси: Фредгольм тибиндеги интегро-дифференциалдык теңдемелер менен мүнөздөлгөн башкарылуучу жылуулук процесстер.

Изилдөөнүн предмети: Жайылтылган башкаруу функциясы менен жылуулук процессин чектелген убакыт ичинде баштапкы абалдан биз каалаган абалга келтирүү.

Изилдөөнүн максаты: Квадраттык функцияналдарды минималдаштыруу учурунда жылуулук процессин жайылтылган башкаруунун сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселесинин бир маанилүү чыгарылышка ээ болушунун жеткиликтүү шарттарын аныктоо.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы жана теориялык маанилүүлүгү:

– Негизги жана тутумдаш чектик маселелеринин солгун чыгарылыштарынын Фурье коэффициентери фредгольмдун экинчи түрдөгү бир тектүү эмес сызыктуу интегралдык теңдемелеринин чыгарылышы болору такталган;
– Эки учурда тең Нейман катарларынын жыйналуу радиустары бирдей болуп жана Фурьенин коэффициентиринин индекс номерлери чоңойгон сайын жыйналуу радиустары кеңейе тургандыгы такталган;
– Жайылтылган башкаруу жана бир калыпта жайылтылган башкаруу функциялары катышкан учурда сырткы күчтөрдү мүнөздөгөн функциялардын сызыктуу эмес оптималдаштыруу маселелери чыгарылышка ээ боло турган классы такталган;
– Каралган маселелердин ар биринде оптималдык башкаруу функциясы сызыктуу эмес интегралдык теңдеменин чыгарылышы болору жана ал теңдеменин жалгыз чыгарылышка ээ болуу шарттары такталган;
– Чыгарылышы тиешелүү түрдө жайылтылган башкаруу жана бир калыпта жайылтылган башкаруу функциялары боло турган сызыктуу эмес интегралдык теңдемелердин жалгыз чыгарылышка ээ болуу шарттары изилденген жана жалгыз чыгарылыштын жашашынын жеткиликтүү шарттары аныкталган;
– Каралган эки маселенин ар бири үчүн алардын жакындаштырылган чыгарылыштарын табуунун алгоритми иштелген жана алардын жыйналуучулугу далилденген.

Алынган теориялык маалыматтар жайылтылган параметрлүү системаларды оптималдуу башкаруу териясында жаңылык болуп саналат жана оптималдаштыруунун сызыктуу эмес маселелерин чыгаруунун конструктивдүү ыкмаларын иштеп чыгууда колдонулушу мүмкүн.

Изилдөөнүн практикалык мааниси. Сызыктуу эмес оптимал-даштыруу маселесинин жайылтылган башкаруу жана бир калыпта жайылтылган башкаруу функциясы сызыктуу эмес болгон учурдагы жакындаштырылган чыгарылышын табуунун түзүлгөн алгоритми жылуулук процессин башкарууга байланышкан маселелерди чыгарууда колдонулат.

РЕЗЮМЕ

диссертационной работы Наметкуловой Райхан Жанузаковны на тему: «Нелинейное оптимальное управление тепловыми процессами, описываемыми интегро-дифференциальными уравнениями» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: тепловой процесс, слабообобщенное решение, функционал, оптимальное управление, нелинейное интегральное уравнение, приближенное решение, сходимость.

Объект исследования: управляемые тепловые процессы, описы-ваемые фредгольмовыми интегро-дифференциальными уравнениями.

Предмет исследования: посредством распределенного управления перевод теплового процесса из начального состояния в желаемое состояние за конечное время.

Цель исследования: установить достаточные условия однозначной разрешимости задачи нелинейной оптимизации теплового процесса в случаях распределенного и равномерно распределенного управлений при минимизации квадратичного функционала.

Методы исследования: при исследовании были использованы методы теории оптимального управления системами с распределенным параметрами, классического вариационного исчисления, уравнений математической физики, функционального анализа и теории нелинейных интегральных уравнений.

Научная новизна и теоретическая значимость исследования:

– установлено, что коэффициенты Фурье слабообобщенного решения основной и сопряженной краевых задач можно определить как решения линейных неоднородных интегральных уравнений Фредгольма II рода;
– установлено, что интервалы сходимости рядов Неймана при построении слабообобщенных решений основной и сопряженной краевых задач, расширяются с увеличением номера n=1,2,3,… коэффициентов Фурье;
– указаны классы функций внешнего влияния, где задачи нелинейной оптимизации с распределенным и равномерно распределенным управлениями имеют решения;
– получены нелинейные интегральные уравнения оптимального распределенного и равномерно распределенного управлений, и исследована их однозначная разрешимость;
– найдены достаточные условия существования и единственности решения задачи нелинейного оптимального управления тепловыми процессами, описываемыми фредгольмовыми интегро-дифференциальными уравнениями, при распределенном и равномерно распределенном управлениях;
– разработан алгоритм построения приближенного решения задачи нелинейной оптимизации и доказана их сходимость по управлению, по оптимальному процессу и по функционалу, как в случае распределенного, так и в случае равномерно распределенного управления.

Полученные теоретические результаты являются новыми в теории оптимального управления системами с распределенными параметрами и могут быть использовано при разработке конструктивных методов решения нелинейной задачи оптимизации.

Практическое значение исследования. Разработанный алгоритм построения приближенного решения задачи нелинейной оптимизации при нелинейном распределенном и равномерно распределенном управлениях может быть использован в приложениях при решении практических задач, связанных с управлением тепловых процессов.

SUMMARY

Dissertation "Nonlinear optimal control of thermal processes described by the integral-differential equations" of Nametkulova Rayhan Januzakovna is submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences, speciality 01.01.02 – differential equations, dynamical systems and optimal control

Object of research is the controlled thermal processes described by a Fredholm integral-differential equations.

Subject of research is the control of the transformation thermal process from the initial state to the desired state for the finite time**.**

Purpose of the work is to establish the sufficient conditions of the unique solvability of nonlinear optimization of thermal process in case of the boundary control while minimizing the quadratic and piecewise linear functionals.

Research methodology. The methods of the optimal control theory of the distributed parameters systems, methods of classical variation calculus, methods of solving of equations of mathematical physics, methods functional analysis and the theory of nonlinear integral equations.

Scientific novelty and theoretical significance of research

- The Fourier coefficients of the weakly generalized solution of the basic and adjoint boundary problems are defined as the solutions of linear inhomogeneous Fredholm integral equations of the second kind;
- Radiuses of convergence of Neumann series are expanded when the number n=1,2,3,… of Fourier coefficients is increased;
- The classes of external sources functions for the solvability of nonlinear optimization problem with distributed and uniformly distributed controls are stated;
- Nonlinear integral equations of optimal distributed and uniformly distributed controls are obtained and their unique solvability is investigated;
- Sufficient conditions for the unique solvability of nonlinear optimization problem of thermal processes, which described by Fredholm integral-differential equations with the distributed and uniformly distributed controls, are found;
- Algorithm for constructing the approximate solution of nonlinear optimization problem is worked out and its convergence for control, optimal process and functional is proved in cases of distributed and uniformly distributed controls.

The theoretical results are new in the theory of optimal control of systems with distributed parameters and can be used in the development of constructive methods for solving nonlinear optimization problem.

The practical significance of research. The developed algorithm for constructing the approximate solution of nonlinear optimization in nonlinear boundary control can be used in applications for solving practical problems related to the management of thermal processes.