

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор

Кыргызско-Турецкого университета

«Манас»

профессор А.Кулмырзаев



сентябрь

2016 г.

### ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертационной работе Кадириббетовой Айши Казахбаевны «Нелинейное оптимальное граничное управление тепловыми процессами, описываемыми фредгольмовыми интегро-дифференциальными уравнениями», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

В диссертации впервые исследованы задачи граничного управления тепловыми процессами, описываемыми фредгольмовыми интегро-дифференциальными уравнениями параболического типа в случае, когда внешнее воздействие сосредоточено на границе управляемого объекта и нелинейно зависит от управления. Такие задачи часто встречаются в приложениях, однако методы их решения недостаточно разработаны. Поэтому, разработка конструктивных методов решения подобного рода задач оптимизации является одной из актуальных проблем теории оптимального управления системами с распределенными параметрами.

В процессе исследования рассмотрены задачи оптимизации, где качество управления процессом оценивается квадратичным или кусочно-линейным функционалом, который минимизируется на множестве решений краевой задачи управляемого процесса. При этом граничное управление нелинейно входит в краевое условие третьего рода.

Материалы диссертации изложены в следующей последовательности.

Во введении диссертационной работы приведены примеры задач, приводящих к интегро-дифференциальным уравнениям, и сделан краткий обзор исследований, примыкающих к теме диссертационной работы.

В первой главе исследована задача нелинейной оптимизации с граничным управлением в случае, когда управляемый тепловой процесс описывается фредгольмово интегро-дифференциальным уравнением и качество управления оценивается квадратичным функционалом. Подробно изложена процедура построения слабо обобщенного решения краевой задачи управляемого процесса, где использовано интегральное тождество, эквивалентное краевой задаче. На основе принципа максимума для систем с распределенными параметрами получены условия оптимальности управления в виде равенства и дифференциального неравенства относительно функции граничного управления. Согласно условию оптимальности в виде равенства получено нелинейное интегральное уравнение оптимального управления, которое следует рассматривать совместно с дифференциальным неравенством. Отмечено, что дифференциальное неравенство ограничивает класс функций внешних воздействий, для которых задача оптимизации разрешима. Исследована однозначная разрешимость этой задачи теории нелинейных интегральных уравнений. Далее установлены достаточные условия однозначной разрешимости задачи нелинейной оптимизации с граничным управлением в виде тройки (оптимальное управление, оптимальный процесс – решение краевой задачи, соответствующее оптимальному управлению, минимальное значение функционала, вычисленное при оптимальном управлении и оптимальном процессе). Разработан алгоритм построения приближенных решений задачи оптимизации и доказана их сходимость. При построении приближений оптимального процесса различают следующие виды приближений:

1) приближение оптимального процесса по резольвенте при фиксированном управлении, в частности, при оптимальном управлении;

2) приближение оптимального процесса по резольвенте рассматривается с приближениями оптимального управления;

3) если предыдущие приближения оптимального процесса определяются бесконечным рядом, то рассмотрены и приближения оптимального процесса, определяемые рядом, содержащим конечное число слагаемых. Такое приближение часто применяется на практике.

Это обстоятельство является одной из специфических особенностей рассматриваемой задачи оптимизации.

Во второй главе исследована задача нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями, с граничным управлением при минимизации кусочно-линейного функционала. Рассматриваемая задача обладает рядом специфическими свойствами, например, оптимальное управление определяется как решение нелинейного интегрального уравнения только определенного знака в промежутке  $[0, T]$ . Это обстоятельство сильно влияет на существование решения задачи нелинейной оптимизации. В этом случае для существования решения требуется налагать дополнительные условия на исходные данные задачи. Разработан алгоритм построения решения задачи нелинейной оптимизации и их приближений. Доказана сходимость приближенного решения к точному решению по оптимальному управлению, по оптимальному процессу и по функционалу.

Полученные результаты являются новыми в теории оптимального управления системами с распределенными параметрами и могут быть использованы при разработке конструктивных методов решения нелинейных задач оптимизации процессов, описываемых фредгольмово или вольтеррово интегро-дифференциальными уравнениями параболического или гиперболического типов.

Получено полное решение задачи нелинейной оптимизации и доказана сходимость его приближений.

Все результаты, сформулированные в виде лемм и теорем математически строго доказаны, являются обоснованными и достоверными.

Диссертация представляет собой законченное научное исследование, содержащее важные научные результаты, которые и могут быть использованы при разработке новых методов решения нелинейных задач оптимального управления процессами, описываемыми интегро-дифференциальными уравнениями с частными производными.

Основные идеи и положения диссертации опубликованы в 10 научных статьях и тезисах. Результаты, полученные в работе, прошли апробацию на международных, республиканских конференциях и семинарах.

Структура диссертационной работы соответствует логике научного исследования и полностью определяется её целью и задачами. Сохранено внутреннее единство результатов диссертации.

Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

В качестве замечаний следует отметить:

1. Полученные результаты численно реализованы на модельном примере; было бы интересно апробировать теоретические результаты на конкретном практическом примере;
2. В работе мало освещены труды зарубежных ученых, работающих в данной области;

Поскольку исследования в этом направлении проводятся впервые, то указанные недостатки не влияют на достоинство работы.

Диссертационная работа Кадиримбетовой А.К. «Нелинейное оптимальное граничное управление тепловыми процессами, описываемыми фредгольмовыми интегро-дифференциальными уравнениями» полностью отвечает требованиям «Положения о присуждении ученых степеней» ВАК Кыргызской Республики, а её автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв обсужден и утвержден на расширенном научном семинаре математического отделения Кыргыско-Турецкого университета Манас.

« 6 » сентября 2016 г. (протокол № 2)

зав. отд. «Математика»  
д.ф.-м.н., проф.



А.А. Асанов

*Подпись заверю.*  
*И.О. Асанов*