



Издательский Центр
Научного Просвещения

ISSN 2224-0179

Научно-практический журнал

ПРИВОЛЖСКИЙ НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК

№ 5 (57)
май 2016

Издается с сентября 2011 года

Выходит 12 раз в год

Журнал включен в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)



Учредитель, издатель: ИП Самохвалов Антон Витальевич

E-mail издательства: icnp@mail.ru

Сайт издательства: icnp.ru, ицнп.рф

Почтовый адрес издательства: 426004, г. Ижевск, ул. Советская, 34, а/я 918

Главный редактор: А.В. Самохвалов

E-mail редакции: pnv-icnp@mail.ru

Изготовлено в типографии "Фаворит"
426039 г. Ижевск, ул. Дзержинского, 77
тел.: 44-55-81, 67-65-48

Формат 60x90 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 20,4.
Подписано в печать: 27.05.2016 г. Тираж: 150 экз. Заказ № 0352

Ответственность за содержание статей и качество перевода информации на английский язык несут авторы публикаций.

© «Приволжский научный вестник», 2016



СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Алымбаев А.Т.</i> Нахождение периодического решения системы интегро-дифференциальных уравнений с бесконечным последствием, описывающее взаимодействие видов.....	5
<i>Алымбаев А.Т.</i> Периодическое решение интегро-дифференциального уравнения с конечным последствием.....	10
<i>Аркабаев Н.К.</i> Краевая задача для смешанно-псевдопараболических уравнений с двумя линиями изменения типа.....	15
<i>Байзаков А.Б., Кыдыралиев Т.Р.</i> Разрешимость и структура начальной задачи сингулярно-возмущенных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с точкой поворота.....	22
<i>Камбарова А.Д.</i> Выбор параметра регуляризации линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода.....	27
<i>Саадалов Т.Ы.</i> Об одной задаче сопряжения для псевдопараболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с нелокальными условиями в криволинейном треугольнике.....	32
<i>Сопуев А., Саадалов Т.Ы.</i> Краевая задача для общего линейного смешанного псевдопараболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с нелокальным условием сопряжения.....	38

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Карабекова Д.У.</i> Моногении (Monogenea) рыб прудовых хозяйств Кыргызстана.....	44
---	----

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Баринов А.В., Платонов А.В., Лебедева С.М., Самсонов И.С.</i> Исследование особенностей настройки шлифовальных станков для обработки металлических деталей. Часть 1. Исследование методов балансировки шлифовальных кругов.....	47
<i>Баринов А.В., Платонов А.В., Лебедева С.М., Самсонов И.С.</i> Исследование особенностей настройки шлифовальных станков для обработки металлических деталей. Часть 2. Исследование особенностей правки шлифовальных кругов.....	53
<i>Борисов В.В., Сушенцов Н.И., Степанов С.А.</i> Влияние термообработки на строение углеродных наностенок и характеристики автоэмиссионных катодов на их основе.....	59
<i>Орлов Н.Е.</i> Необходимость введения дистанционного управления технологическим оборудованием в чистых производственных помещениях.....	65
<i>Султанов Р.О., Еланцев М.О., Кощеев Н.М., Животов В.В.</i> Поиск и классификация структурных элементов методом взаимной корреляции на примере распознавания автомобильного номера.....	71
<i>Шиганова М.В., Поначугин А.В.</i> Методы обхода искажений в беспроводных каналах связи.....	75

СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ НАУКИ

<i>Кузнецов В.М., Ирейкина Р.П.</i> Способы улучшения качества кормов в условиях Сахалинской области.....	79
---	----

ИСТОРИЧЕСКИЕ НАУКИ И АРХЕОЛОГИЯ

<i>Антошкин А.В.</i> Развитие экспортного потенциала Башкирии в условиях формирования командно-административной системы экономики (конец 1920-х – середина 1930-х гг.).....	84
---	----



Т.Ы. Саадалов
 старший преподаватель,
 кафедра информатики,
 Ошский технологический
 университет им. М.М. Адышева,
 г. Ош, Киргизия
 E-mail: saadto_68@mail.ru

**ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО
 УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С НЕЛОКАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ
 В КРИВОЛИНЕЙНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ**

Аннотация. Доказано существование и единственность решения задачи сопряжения для псевдопараболического и гиперболического уравнений четвертого порядка в криволинейном треугольнике с нелокальными условиями сопряжения.

Ключевые слова: задачи сопряжения, псевдопараболические и гиперболические уравнения, уравнение четвертого порядка, уравнение Вольтерра.

T.Y. Saadalov, Osh technological university named after M.M. Adyshev, Osh, Kyrgyzstan

A PROBLEM OF CONJUGATION FOR PSEUDOPARABOLIC-HYPERBOLIC FOURTH ORDER EQUATIONS WITH NONLOCAL CONDITIONS IN A CURVED TRIANGLE

Abstract. The existence and uniqueness of the solution of the conjugation problem for pseudoparabolic and hyperbolic equations in the fourth order in a curved triangle with conjugate conditions were proved.

Keywords: problems of conjugation, pseudoparabolic and hyperbolic equations, fourth order equations, Volterra equations.

1. Введение. Краевые задачи для уравнений псевдопараболического и гиперболического уравнений четвертого порядка в прямоугольных областях рассмотрены в работах [1; 3]. Такие задачи могут быть математической моделью процесса теплопередачи в составной системе с разными теплофизическими характеристиками [4; 5]. Однако в приложениях встречаются задачи, когда условия сопряжения содержит интегральные слагаемые или граничные данные задаются на криволинейных участках границы рассматриваемой области. В работе изучена задача сопряжения для псевдопараболического и гиперболического уравнений четвертого порядка в криволинейном треугольнике с нелокальными условиями сопряжения.

2. Постановка задачи. Пусть D означает криволинейный треугольник, ограниченный линиями $A_0A_1: x=0, -h_1 \leq y \leq 0,$ $A_1B: x=\sigma(y), -h_1 \leq y \leq 0,$ $BA_0: y=\mu(x), 0 \leq x \leq \ell,$ а $D_1 = D \cap (y > 0), D_2 = D \cap (y < 0).$

Здесь $\sigma(y)$ – монотонно неубывающая, а $\mu(x)$ – монотонно невозрастающая функции. Через C^{n+m} обозначим класс функций, имеющих производные $\partial^{r+s}/\partial x^r \partial y^s$ ($r=0,1,\dots,n; s=0,1,\dots,m$).

Задача 1. Найти функцию $u(x,y) \in C(\bar{D}) \cap [C^{2+2}(D_1) \cup C^{3+1}(D_2)],$ удовлетворяющую в области D_1 уравнению

$$L_1(u) \equiv u_{xyxy} + a_1(x,y)u_{xyy} + a_2(x,y)u_{xyx} + b_1(x,y)u_{xx} + b_2(x,y)u_{xy} + b_3(x,y)u_{yy} + c_1(x,y)u_x + c_2(x,y)u_y + d(x,y)u = f_1(x,y), \quad (1)$$

граничным условиям

$$u(0,y) = \varphi_1(y), \quad u_x(0,y) = \varphi_2(y), \quad 0 \leq y \leq h, \quad (2)$$

$$u(x, \mu(x)) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq \ell, \quad (3)$$

удовлетворяющую в области D_2 уравнению



ЗАВЕРЯЮ
 Ученый секретарь
 ОшТУ *Усау* Усарова С.О.

$$L_2(u) \equiv u_{xxy} + \alpha_1(x, y)u_{xxx} + \alpha_2(x, y)u_{xyy} + \beta_1(x, y)u_{xx} + \beta_2(x, y)u_{xy} + \gamma_1(x, y)u_x + \gamma_2(x, y)u_y + \delta(x, y)u = f_2(x, y), \quad (4)$$

граничным условиям

$$u_x(0, y) = \chi_1(y), u_{xx}(0, y) = \chi_2(y), -h_1 \leq y \leq 0 \quad (5)$$

$$u(\sigma(y), y) = \chi_3(y), -h_1 \leq y \leq 0 \quad (6)$$

и условиям сопряжения

$$u(x, +0) = \alpha(x)u(x, -0) + \beta(x), 0 \leq x \leq \ell,$$

$$u_y(x, +0) = \rho(x)u_y(x, -0) + \int_0^x \theta(x, \xi)u_y(\xi, -0)d\xi + r(x), 0 \leq x \leq \ell, \quad (7)$$

где $a_i, c_i, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i, f_i, \varphi_i (i=1,2), b_j, \chi_j (j=1,3), d, \alpha, \beta, \delta, \psi, \mu, \sigma, \rho, \theta, r$ – заданные функции, причем для них выполняются следующие условия:

$$\begin{aligned} a_1 &\in C(\bar{D}_1) \cap C^{2+1}(D_1), a_2 \in C(\bar{D}_1) \cap C^{1+2}(D_1), b_1 \in C(\bar{D}_1) \cap C^{2+0}(D_1), \\ b_2 &\in C(\bar{D}_1) \cap C^{1+1}(D_1), b_3 \in C(\bar{D}_1) \cap C^{0+2}(D_1), c_1 \in C(\bar{D}_1) \cap C^{1+0}(D_1), \\ c_2 &\in C(\bar{D}_1) \cap C^{0+1}(D_1), d \in C(\bar{D}_1), \alpha_1 \in C(\bar{D}_2) \cap C^{3+0}(D_2), \delta \in C(\bar{D}_2), \\ \alpha_2 &\in C(\bar{D}_2) \cap C^{2+1}(D_2), \beta_1 \in C(\bar{D}_2) \cap C^{0+2}(D_2), \beta_2 \in C(\bar{D}_2) \cap C^{1+1}(D_2), \\ \gamma_1 &\in C(\bar{D}_2) \cap C^{1+0}(D_2), \gamma_2 \in C(\bar{D}_2) \cap C^{0+1}(D_2), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1, \varphi_2 &\in C^2[0, h], \psi, \mu, \alpha, \beta, \rho, r \in C^2[0, \ell], \chi_1, \chi_2, \chi_3, \sigma \in C^1[-h_1, 0], \\ \theta &\in C(\bar{Q}) \cap C^{2+1}(Q), Q = \{(x, t) : 0 < x < \ell, 0 < t < \ell\}, \\ \forall x \in [0, \ell] : \alpha(x) &\neq 0, \rho(x) \neq 0, \forall x \in [0, \ell] : 0 \leq \mu(x) \leq h, \mu(0) = h, \mu(\ell) = 0, \\ \forall x \in [-h_1, 0] : 0 &\leq \sigma(y) \leq \ell, \sigma(-h_1) = 0, \sigma(0) = \ell, h, h_1, \ell > 0, \\ \varphi_2(0) &= \chi_1(0), \psi(\ell) = \chi_3(0), \varphi_1(h) = \psi(0). \end{aligned} \quad (9)$$

Задача 1. При $\alpha(x) \equiv 1, \rho(x) \equiv 1, \beta(x) \equiv \theta(x, t) \equiv r(x) \equiv 0$ рассмотрена в [1], а в случае, когда $\alpha(x) \equiv 1, \beta(x) \equiv 0$ – в работе [2]. Особенность данной задачи заключается в том, что краевые условия задаются по всей границе области, поэтому ее можно называть задачей типа задачи Дирихле.

Уравнения (1) и (4) в области D в силу условия сопряжения (7) являются уравнениями смешанного типа [6].

Для решения задачи 1 введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} u(x, +0) &= \tau_1(x), u(x, -0) = \tau_2(x), 0 \leq x \leq \ell, \\ u_y(x, +0) &= v_1(x), u_y(x, -0) = v_2(x), 0 \leq x \leq \ell, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\tau_1(x), \tau_2(x), v_1(x), v_2(x)$ – пока неизвестные функции.

Тогда в силу постановки задачи 1 из второго условия (7) получим

$$\tau_1(x) = \alpha(x)\tau_2(x) + \beta(x), v_1(x) = \rho(x)v_2(x) + \int_0^x \theta(x, \xi)v_2(\xi)d\xi + r(x). \quad (11)$$

Если удастся определить функции $\tau_1(x), \tau_2(x), v_1(x), v_2(x)$, то решение задачи 1 сводится к определению решения уравнений (1) и (4) в областях D_1 и D_2 соответственно.

3. Соотношение, принесенное из области D_1 . Рассмотрим задачу Гурса (задача 2) для уравнения (1) с условиями (2) и

$$u(x, 0) = \tau_1(x), u_y(x, +0) = v_1(x), 0 \leq x \leq \ell. \quad (12)$$

Решение этой задачи с помощью функции Римана имеет следующее представление [1]:

$$\begin{aligned}
 u(x, y) = & A_1(x, y)\varphi_1(y) - v_\eta^2(x, y; 0, y)\varphi_2(y) + \int_0^y [B_1(x, y; \eta)\varphi_2(\eta) - \\
 & - C_1(x, y; \eta)\varphi_1(\eta)]d\eta + \int_0^x [v_1(x, y; \xi, 0)v_1'(\xi) - D_1(x, y; \xi)\tau_1'(\xi) + \\
 & + a_2(\xi, 0)v_1(x, y; \xi, 0)v_1'(\xi) - E_1(x, y; \xi)\tau_1'(\xi) + b_3(\xi, 0)v_1(x, y; \xi, 0)v_1(\xi) - \\
 & - F_1(x, y; \xi)\tau_1(\xi)]d\xi + \int_0^x d\xi \int_0^y v_1(x, y; \xi, \eta)f_1(\xi, \eta)d\xi,
 \end{aligned} \tag{13}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_1(x, y) = & v_{1\eta\xi}(x, y; 0, y) - a_2(0, y)v_{1\eta}(x, y; 0, y), \\
 B_1(x, y; \eta) = & v_{1\eta\eta}(x, y; 0, \eta) - a_1(0, \eta)v_{1\eta}(x, y; 0, \eta) + [b_1(0, \eta) - a_{1\eta}(0, \eta)]v_1(x, y; 0, \eta), \\
 C_1(x, y; \eta) = & v_{1\xi\eta\eta}(x, y; 0, \eta) - a_1(0, \eta)v_{1\xi\eta}(x, y; 0, \eta) - \\
 & - a_2(0, \eta)v_{1\eta\eta}(x, y; 0, \eta) + [b_1(0, \eta) - a_{1\eta}(0, \eta)]v_{1\xi}(x, y; 0, \eta) + \\
 & + [b_2(0, \eta) - a_{1\xi}(0, \eta) - 2a_{2\eta}(0, \eta)]v_{1\eta}(x, y; 0, \eta) + \\
 & + [b_{1\xi}(0, \eta) - a_{1\xi\eta}(0, \eta) - a_{2\eta\eta}(0, \eta) + b_{2\eta}(0, \eta) - c_1(0, \eta)]v_1(x, y; 0, \eta), \\
 D_1(x, y; \xi) = & v_{1\eta}(x, y; \xi, 0) - a_1(\xi, 0)v_1(x, y; \xi, 0), \\
 E_1(x, y; \xi) = & a_2(\xi, 0)v_{1\eta}(x, y; \xi, 0) + [a_{2\eta}(\xi, 0) - b_2(\xi, 0)]v_1(x, y; \xi, 0), \\
 F_1(x, y; \xi) = & b_3(\xi, 0)v_{1\eta}(x, y; \xi, 0) + [b_{3\eta}(\xi, 0) - c_2(\xi, 0)]v_1(x, y; \xi, 0),
 \end{aligned}$$

а $v_1(x, y; \xi, \eta)$ – функция Римана для уравнения (1).

Различные методы построения функции Римана для псевдопараболических уравнений третьего порядка изложены в работах [7]–[9].

Используя условие (3) из (13), получаем интегро-дифференциальное соотношение для функции $\tau_1(x)$ и $v_1(x)$:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^x [v_1(x, \mu(x); \xi, 0)v_1'(\xi) - D_1(x, \mu(x); \xi)\tau_1'(\xi) + a_2(\xi, 0)v_1(x, \mu(x); \\
 & \xi, 0)v_1'(\xi) - E_1(x, \mu(x); \xi)\tau_1'(\xi) + b_3(\xi, 0)v_1(x, \mu(x); \xi, 0)v_1(\xi) - \\
 & - F_1(x, \mu(x); \xi)\tau_1(\xi)]d\xi = \Phi_1(x),
 \end{aligned} \tag{14}$$

где

$$\begin{aligned}
 \Phi_1(x) = & \psi(x) - A_1(x, \mu(x))\varphi_1(\mu(x)) + v_\eta^2(x, \mu(x); 0, \mu(x))\varphi_2(\mu(x)) - \\
 & - \int_0^h [B_1(x, \mu(x); \eta)\varphi_2(\eta) - C_1(x, \mu(x); \eta)\varphi_1(\eta)]d\eta - \int_0^x d\xi \int_0^{\mu(x)} v_1(x, \mu(x); \xi, \eta)f_1(\xi, \eta)d\eta.
 \end{aligned}$$

Осуществляя интегрирование по частям в (14), учитывая свойства функции $v_1(x, y; \xi, \eta)$ и условия согласования

$$\tau_1(0) = \varphi_1(0), \tau_1'(0) = \varphi_2(0), v_1(0) = \varphi_1'(0), v_1'(0) = \varphi_2'(0),$$

получим соотношение между неизвестными функциями $\tau_1(x)$ и $v_1(x)$, принесенное из области D_1 :

$$\begin{aligned}
 D_{1\xi}(x, \mu(x); x)\tau_1(x) - v_{1\xi}(x, \mu(x); x, 0)v_1(x) = & \int_0^x H_1(x, \xi)\tau_1(\xi)d\xi + \\
 & + \int_0^x H_2(x, \xi)v_1(\xi)d\xi + \Phi_1(x),
 \end{aligned} \tag{15}$$

где

$$\begin{aligned}
 H_1(x, \xi) &= D_{1\xi\xi}(x, \mu(x); \xi) - E_{1\xi}(x, \mu(x); \xi) + F_1(x, \mu(x); \xi), \\
 H_2(x, \xi) &= -v_{1\xi\xi}(x, \mu(x); \xi, 0) + a_2(\xi, 0)v_{1\xi}(x, \mu(x); \xi, 0) + \\
 &+ [a_{2\xi}(\xi, 0) - b_3(\xi, 0)]v_{1\xi}(x, \mu(x); \xi, 0), \\
 \Phi_2(x) &= \Phi_1(x) - [v_{1\xi}(x, \mu(x); 0, 0) - a_2(0, 0)v_{1\xi}(x, \mu(x); 0, 0)]\varphi_1'(0) + \\
 &+ v_{1\xi}(x, \mu(x); 0, 0)\varphi_1'(0) + [D_{1\xi}(x, \mu(x); 0) - E_1(x, \mu(x); 0)]\varphi_1(0) - \\
 &- D_1(x, \mu(x); 0)\varphi_2(0).
 \end{aligned}$$

4. Соотношение, принесенное из области D_2 . С учетом постановки задачи 1 и условия $u(x) = 0$, из уравнения (4) получаем:

$$\begin{aligned}
 v_2''(x) + \alpha_1(x, 0)\tau_2''(x) + \alpha_2(x, 0)v_2''(x) + \beta_1(x, 0)\tau_2''(x) + \\
 + \beta_2(x, 0)v_2''(x) + \gamma_1(x, 0)\tau_2'(x) + \gamma_2(x, 0)v_2'(x) + \delta(x, 0)\tau_2(x) = f_2(x, 0).
 \end{aligned}$$

Интегрируя это уравнение по x в пределах от 0 до x и учитывая условия согласования

$$\begin{aligned}
 \tau_2(0) &= \frac{\varphi_1(0) - \beta(0)}{\alpha(0)}, \quad \tau_2'(0) = \chi_1(0), \quad \tau_2''(0) = \chi_2(0), \\
 v_2(0) &= \frac{\varphi_1'(0) - r(0)}{\rho(0)}, \quad v_2'(0) = \chi_1'(0), \quad v_2''(0) = \chi_2'(0),
 \end{aligned}$$

$$v_2(x) = g_1(x) - \alpha_1(x, 0)\tau_2(x) + \int_0^x H_3(x, \xi)\tau_2(\xi)d\xi + \int_0^x H_4(x, \xi)v_2(\xi)d\xi, \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
 H_3(x, \xi) &= \frac{1}{2}(x - \xi)^2[\alpha_{1\xi\xi\xi}(\xi, 0) - \beta_{1\xi\xi}(\xi, 0) + \gamma_{1\xi}(\xi, 0) - \delta(\xi, 0)] - \\
 &- (x - \xi)[3\alpha_{1\xi\xi}(\xi, 0) - 2\beta_{1\xi}(\xi, 0) + \gamma_1(\xi, 0)] + 3\alpha_{1\xi}(\xi, 0) - \beta_1(\xi, 0), \\
 H_4(x, \xi) &= -\frac{1}{2}(x - \xi)^2[\alpha_{2\xi\xi}(\xi, 0) - \beta_{2\xi}(\xi, 0) + \gamma_2(\xi, 0)] + \\
 &+ (x - \xi)[2\alpha_{2\xi}(\xi, 0) - \beta_2(\xi, 0)] - \alpha_2(\xi, 0), \\
 g_1(x) &= \left\{ \frac{1}{2}[\alpha_{1xx}(0, 0) - \beta_{1x}(0, 0)]x^2 - [2\alpha_{1x}(0, 0) - \beta_1(0, 0)]x + \alpha_1(0, 0) \right\} \varphi_1(0) - \\
 &- \left\{ \frac{1}{2}[\alpha_{1x}(0, 0) - \beta_1(0, 0)]x^2 - \alpha_1(0, 0)x \right\} \chi_1(0) + \frac{1}{2}\alpha_1(0, 0)\chi_2(0)x^2 - \\
 &- \left\{ \frac{1}{2}[\alpha_{2x}(0, 0) + \beta_2(0, 0)]x^2 - \alpha_2(0, 0)x - 1 \right\} \frac{\varphi_1'(0) - r(0)}{\rho(0)} + \\
 &+ \left\{ \frac{1}{2}\alpha_2(0, 0)x^2 + x \right\} \chi_1'(0) + \frac{1}{2}\chi_2'(0)x^2 + \frac{1}{2} \int_0^x (x - \xi)^2 f_2(\xi, 0)d\xi.
 \end{aligned}$$

Обращая интегральное уравнение (16) относительно $v_2(x)$, приходим к следующему соотношению:

$$v_2(x) = g_2(x) - \alpha_1(x, 0)\tau_2(x) + \int_0^x H_3^*(x, \xi)\tau_2(\xi)d\xi, \quad (17)$$

где $H_3^*(x, \xi) = H_3(x, \xi) - \alpha_1(\xi, 0)R_1(x, \xi) + \int_\xi^x R_1(x, t)H_3(t, \xi)dt$, $g_2(x) = g_1(x) + \int_0^x R_1(x, \xi)g_1(\xi)d\xi$, а $R_1(x, \xi)$ – резольвента ядра $H_4(x, \xi)$.

5. Сведение к интегральному уравнению. С учетом (17) из условия сопряжения (11) имеем

$$v_1(x) = g_3(x) - \alpha_1(x,0)\rho(x)\tau_2(x) + \int_0^x K_1(x,\xi)\tau_2(\xi)d\xi, \quad (18)$$

где

$$K_1(x,\xi) = \rho(x)H_3^*(x,\xi) - \theta(x,\xi)\alpha_1(\xi,0) + \int_{\xi}^x \theta(x,t)H_3^*(t,\xi)dt, \quad g_3(x) = \rho(x)g_2(x) + r(x) + \int_0^x \theta(x,\xi)g_2(\xi)d\xi.$$

Исключив $\tau_1(x)$ и $v_1(x)$ из соотношений (15) и (18), получим интегральное уравнение

$$\rho_1(x)\tau_2(x) = g(x) + \int_0^x K(x,\xi)\tau_2(\xi)d\xi, \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \rho_1(x) &= \alpha(x)D_{1\xi}(x,\mu(x);x) + \rho(x)\alpha_1(x,0)v_{1\xi}(x,\mu(x);x,0), \\ K(x,\xi) &= \alpha(\xi)H_1(x,\xi) - \rho(\xi)\alpha_1(\xi,0)H_2(x,\xi) + \\ &+ K_1(x,\xi)v_{1\xi}(x,\mu(x);x,0) + \int_{\xi}^x H_2(x,s)K_1(s,\xi)dt, \\ g(x) &= \Phi_1(x) - \beta(x)D_{1\xi}(x,\mu(x);x) + v_{1\xi}(x,\mu(x);x,0)g_3(x) + \\ &+ \int_0^x H_2(x,\xi)g_3(\xi)d\xi + \int_0^x H_1(x,\xi)\beta(\xi)d\xi. \end{aligned}$$

Нетрудно заметить, что если

$$\forall x \in [0, \ell]: \rho_1(x) \neq 0, \quad (20)$$

то уравнение (19) является интегральным уравнением Вольтерра второго рода и допускает единственное решение.

При выполнении условия (20) интегральное уравнение (19) является интегральным уравнением Вольтерра второго рода и допускает единственное решение. Определив $\tau_2(x)$ из уравнения (19), будем знать и $v_1(x)$ по соотношению (17). Из условия сопряжения (11) определяем $\tau_1(x)$ и $v_1(x)$. Тогда решение задачи 1 в области D_1 имеет вид (13).

6. Решение задачи 1 в области D_2 . В области D_2 рассмотрим задачу Гурса (задача 3): найти решение уравнения (4), удовлетворяющее условиям (5) и

$$u(x,0) = \tau_2(x), \quad 0 \leq x \leq \ell, \quad u(0,y) = \chi(y), \quad -h_1 \leq x \leq 0, \quad (21)$$

где $\chi(y)$ – пока неизвестная функция.

Решение задачи 3 через функции Римана представим в виде [1]

$$\begin{aligned} u(x,y) &= v_{2\xi\xi}(x,y;x,0)\tau_2(x) + \int_0^x A_2(x,y;\xi)\tau_2(\xi)d\xi + \\ &+ \int_0^y [v_2(x,y;0,\eta)\chi_2'(\eta) + \alpha_1(0,\eta)v_2(x,y;0,\eta)\chi_2(\eta) - B_2(x,y;\eta)\chi_1'(\eta) + \\ &+ C_2(x,y;\eta)\chi_1(\eta) + D_2(x,y;\eta)\chi'(\eta) + E_2(x,y;\eta)\chi(\eta)]d\eta + \\ &+ \int_0^x d\xi \int_0^y v_2(x,y;\xi,\eta)f_2(\xi,\eta)d\xi, \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} A_2(x,y;\xi) &= v_{2\xi\xi\xi}(x,y;\xi,0) - \alpha_2(\xi,0)v_{2\xi\xi}(x,y;\xi,0) + [\beta_2(\xi,0) - \\ &- 2\alpha_{2\xi}(\xi,0)]v_{2\xi}(x,y;\xi,0) + [\beta_{2\xi}(\xi,0) - \gamma_2(\xi,0) - \alpha_{2\xi\xi}(\xi,0)]v_2(x,y;\xi,0), \\ B_2(x,y;\eta) &= v_{2\xi}(x,y;0,\eta) - \alpha_2(0,\eta)v_2(x,y;0,\eta), \\ C_2(x,y;\eta) &= \alpha_1(0,\eta)v_{2\xi}(x,y;0,\eta) + [a_{1\xi}(0,\eta) - \beta_1(0,\eta)]v_2(x,y;0,\eta), \end{aligned}$$

$$D_2(x, y; \eta) = v_{2\xi\xi}^2(x, y; 0, \eta) - \alpha_2(0, \eta)v_{2\xi}^2(x, y; 0, \eta) - [\alpha_{2\xi}(0, \eta) - \beta_2(0, \eta)]v_2^2(x, y; 0, \eta),$$

$$E_2(x, y; \eta) = \alpha_1(0, \eta)v_{2\xi\xi}^2(x, y; 0, \eta) + [2\alpha_{1\xi}(0, \eta) - \beta_1(0, \eta)] \times$$

$$\times v_{2\xi}^2(x, y; 0, \eta) + [\alpha_{1\xi\xi}(0, \eta) - \beta_{1\xi}(0, \eta) + \gamma_1(0, \eta)]v_2^2(x, y; 0, \eta),$$

а $v_2^2(x, y; \xi, \eta)$ – функция Римана для уравнения (4).

Теперь, воспользовавшись условием (6) из (22), имеем

$$\rho_2(y)\chi(y) = T(y) + \int_0^y E(y, \eta)\chi(\eta)d\eta, \quad (23)$$

где

$$E(y, \eta) = D_{2\eta}(\sigma(y), y, \eta) - E_2(\sigma(y), y, \eta),$$

$$T(y) = \chi_3(y) - v_{2\xi\xi}^2(\sigma(y), y; \sigma(y), 0)\tau(\sigma(y)) - \int_0^{\sigma(y)} A_2(\sigma(y), y; \xi)\tau(\xi)d\xi -$$

$$- \int_0^y [v_2^2(\sigma(y), y; 0, \eta)\chi_2'(y) + \alpha_1(0, \eta)v_2^2(\sigma(y), y; 0, \eta)\chi_2(\eta) - B_2(\sigma(y), y; \eta)\chi_1'(\eta) +$$

$$+ C_2(\sigma(y), y; \eta)\chi_1(\eta)]d\eta - \int_0^{\sigma(y)} d\xi \int_0^y v_2^2(\sigma(y), y; \xi, \eta)f_2(\xi, \eta)d\eta.$$

Если

$$\forall y \in [-h_1, 0]: \rho_2(y) \neq 0, \quad (24)$$

то уравнение (23) является интегральным уравнением Вольтерра второго рода и допускает единственное решение.

Пусть выполняется условие (24), тогда интегральное уравнение (23) является интегральным уравнением Вольтерра второго рода. Определив отсюда $\chi(y)$ и подставляя ее в (22), получим представление решение задачи 3 и, тем самым, решение задачи 1 в области D_2 .

Таким образом, теорема доказана.

Если выполняются условия (8), (9), (20), (24), то решение задачи 1 существует единственно и определяется в областях D_1 и D_2 по формулам (13) и (22) соответственно.

Список литературы:

1. Джураев Т.Д., Сопуев А. К теории дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка. – Ташкент: Фан, 2000. – 144 с.
2. Саадалов Т.И. Краевые задачи для смешанного псевдопараболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с нелокальным условием сопряжения в криволинейном треугольнике // Вестн. Ошс. гос. ун-та. Сер. естеств. наук. – 2012. – № 3. – С. 114–121.
3. Саадалов Т.И. О задаче сопряжения для гиперболического и псевдопарабололического уравнений четвертого порядка // Изв. Том. политехн. ун-та. Математика и механика. Физика. – 2014. – Т. 325, № 2. – С. 22–28.
4. Нахушева В.А. Об одной математической модели теплообмена в смешанной среде с идеальным контактом // Вестник СамГТУ. – Вып. 42. Сер. ФМН. – 2006. – С. 11–34.
5. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. – М.: Высш. шк., 1995. – 301 с.
6. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. – М.: Наука, 1970. – 296 с.
7. Шхануков, М.Х. Локальные и нелокальные краевые задачи для уравнений третьего порядка: дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 01.01.02. – Нальчик, 1985. – 225 с.
8. Жегалов В.И., Уткина Е.А. Об одном псевдопарабололическом уравнении третьего порядка // Изв. вузов. Математика. – 1999. – № 10. – С. 73–76.
9. Жегалов В.И., Миронов А.Н. Дифференциальные уравнения со старшими частными производными. – Казань: Изд. Казан. мат. общества, 2001. – 226 с.

