Издательский Центр
Научного Просвещения

ISSN 2224-0179

Научно-практический журнал

ПРИВОЛЖСКИЙ НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК

№ 5 (57)
май 2016

Издается с сентября 2011 года

Выходит 12 раз в год

Журнал включен в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)

НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА
LIBRARY.RU

Учредитель, издатель: ИП Самохвалов Антон Витальевич
E-mail издательства: icnp@mail.ru
Сайт издательства: icnp.ru, ицнп.рф
Почтовый адрес издательства: 426004, г. Ижевск, ул. Советская, 34, а/я 918
Главный редактор: А.В. Самохвалов
E-mail редакции: pnv-icnp@mail.ru

Изготовлено в типографии "Фаворит"
426039 г. Ижевск, ул. Дзержинского, 77
тел.: 44-55-81, 67-65-48

Формат 60x90 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 20,4.
Подписано в печать: 27.05.2016 г. Тираж: 150 экз. Заказ № 0352.

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ НАУКИ

ИСТОРИЧЕСКИЕ НАУКИ И АРХЕОЛОГИЯ

УДК 517.956.6

А. Сопуев
д-р физ.-мат. наук, профессор,
зав. кафедрой программирования,
Ошский государственный университет,
г. Ош, Киргизия
E-mail: sopuev@mail.ru

Т.Ы. Саадалов
ст. преподаватель,
кафедра информатики,
Ошский технологический университет
им. М.М. Адышева,
г. Ош, Киргизия
E-mail: saadtol_68@mail.ru

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОБЩЕГО ЛИНЕЙНОГО СМЕШАННОГО ПСЕВДОПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С НЕЛОКАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ СОПРЯЖЕНИЯ

Аннотация. Методом функции Римана доказано существование и единственность решения краевой задачи для общего линейного смешанного псевдопараболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с нелокальным условием сопряжения.

Ключевые слова: краевая задача, псевдопараболические уравнения, гиперболические уравнения, функции Римана, уравнение Фредгольма.

A. Sopuev, Osh state university, Osh, Kyrgyzstan
T.Y. Saadalov, Osh technological university named after M.M. Adyshev, Osh, Kyrgyzstan

A BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A GENERAL LINEAR MIXED PSEUDO PARABOLIC-HYPERBOLIC FOURTH ORDER EQUATION WITH A NONLOCAL CONJUGATE CONDITION

Abstract. The method of the Riemann function proved the existence end uniqueness of solutions of the boundary value problem for a general linear mixed pseudo parabolic – hyperbolic fourth order equations with nonlocal conjugate condition.

Keyword: boundary value problem, pseudo-parabolic equations, hyperbolic equations, Riemann functions, Fredholm equation.

1. Постановка задачи. В области D, ограниченной линиями $x=0,\ y=-h_1$, $x=\ell,\ y=h,\ (h_1,\ell,h>0)$, рассмотрим задачу сопряжения для уравнений:

$$L_1(u)\equiv u_{xxyy}+a_1(x,y)u_{xxy}+a_2(x,y)u_{xyy}+b_1(x,y)u_{xx}+b_2(x,y)u_{xy}+b_3(x,y)u_{yy}+ \\ +c_1(x,y)u_x+c_2(x,y)u_y+d(x,y)u=f_1(x,y),\ (x,y)\in D_1, \tag{1}$$

$$L_1(u)\equiv u_{xxxy}+\alpha_1(x,y)u_{xxx}+\alpha_2(x,y)u_{xyy}+\beta_1(x,y)u_{xx}+\beta_2(x,y)u_{xy}+\gamma_1(x,y)u_x+ \\ +\gamma_2(x,y)u_y+\delta(x,y)u=f_2(x,y),\ (x,y)\in D_2, \tag{2}$$

где $D_1=D\cap(y>0)$, $D_2=D\cap(y<0)$.

Через C^{n+m} обозначим класс функций, имеющих производные $d^{r+s}/dx^r dy^s$ $(r=0,1,\dots,n;\ s=0,1,\dots,m)$.

Задача 1. Найти функцию $u(x,y)\in C(\overline{D})\cap[C^{2+2}(D_1)\cup C^{3+1}(D_2)]$, удовлетворяющую в области D_1 уравнению (1), граничным условиям:

$$u(0,y)=\varphi_1(y),\ u_x(0,y)=\varphi_2(y),\quad 0\le y\le h, \tag{3}$$

$$u(x,h)=\psi(x),\ 0\le x\le \ell, \tag{4}$$

удовлетворяющую в области D_2 уравнению (2), граничным условиям:

$$u(\ell,y)=\chi_1(y),\ u_x(\ell,y)=\chi_2(y),\ u_{xx}(\ell,y)=\chi_3(y),\ -h_2\le y\le 0 \tag{5}$$

и условиям сопряжения:

$$\begin{gathered} u(x,+0)=u(x,-0),\ 0\le x\le \ell, \\ u_y(x,+0)=\rho(x)u_y(x,-0)+\int_0^x \theta(x,\xi)u_y(\xi,-0)d\xi+r(x),\ \ 0\le x\le \ell, \end{gathered} \tag{6}$$

где для коэффициентов уравнений и заданных функций выполняются следующие условия:

$$\begin{gathered} a_1\in C(\overline{D_1})\cap C^{2+1}(D_1), a_2\in C(\overline{D_1})\cap C^{1+2}(D_1), b_1\in C(\overline{D_1})\cap C^{2+0}(D_1), \\ b_2\in C(\overline{D_1})\cap C^{1+1}(D_1),\ b_3\in C(\overline{D_1})\cap C^{0+2}(D_1), c_1\in C(\overline{D_1})\cap C^{1+0}(D_1), \\ c_2\in C(\overline{D_1})\cap C^{0+1}(D_1), d\in C(\overline{D_1}), \alpha_1\in C(\overline{D_2})\cap C^{3+0}(D_2), \alpha_2\in C(\overline{D_2})\cap \\ \cap C^{1+2}(D_2), \beta_1\in C(\overline{D_2})\cap C^{2+0}(D_2), \beta_2\in C(\overline{D_2})\cap C^{1+1}(D_2), \gamma_1\in C(\overline{D_2})\cap \\ \cap C^{1+0}(D_2), \gamma_2\in C(\overline{D_2})\cap C^{0+1}(D_2), \delta\in C(\overline{D_2}), f_1\in C(\overline{D_1}), f_2\in C(\overline{D_2}), \end{gathered} \tag{7}$$

$$\varphi_1,\ \varphi_2\in C^2[0,h],\ \chi_i\in C^1[-h_1,0]\ \ (i=\overline{1,3}). \tag{8}$$

$$\varphi_1(h)=\psi(0),\ \varphi_2(h)=\psi'(0)\ . \tag{9}$$

$$\forall x\in[0,\ell]:\ \rho(x)\ne 0. \tag{10}$$

Задачи с нелокальным условием сопряжения вида (6) для уравнений в частных производных часто используются в качестве математической модели процесса теплопередачи в составной системе с разными теплофизическими характеристиками [1; 2].

Введем обозначения:

$$\begin{gathered} u(x,+0)=u(x,-0)=\tau(x),\ 0\le x\le \ell, \\ u_y(x,+0)=\nu_1(x), u_y(x,-0)=\nu_2(x), 0\le x\le \ell, \end{gathered} \tag{11}$$

где $\tau(x),\nu_1(x),\nu_2(x)$ – пока неизвестные функции. Тогда из условия (6) получим

$$\nu_1(x)=\rho(x)\nu_2(x)+\int_0^x \theta(x,\xi)\nu_2(\xi)d\xi+r(x),\ \ 0\le x\le \ell. \qquad 12)$$

Рассмотрим следующие вспомогательные задачи.

Задача 2. Найти функцию $u(x,y)\in C(\overline{D_1})\cap C^{2+2}(D_1)$, удовлетворяющую уравнению (1) в области D_1, граничным условиям (3) и начальным условиям:

$$u(x,0)=\tau(x), u_y(x,0)=\nu_1(x), 0\le x\le \ell, \tag{13}$$

где $\tau(0)=\varphi_1(0),\ \tau'(0)=\varphi_2(0), \varphi_1'(0)=\nu_1(0), \varphi_2'(0)=\nu_1'(0)$.

Задача 3. Найти функцию, удовлетворяющую уравнению (2) в области D_2, граничным условиям (5) и начальному условию $u(x,0)=\tau(x)$.

Для решения задачи 1 будем использовать методы теории уравнений смешанного типа [3]. Отметим, что если удастся найти $\tau(x)$, $\nu_1(x)$ и $\nu_2(x)$, то решение задачи 1 определяется как решения задач 1 и 2 в областях D_1 и D_2 соответственно. Задачи сопряжения для линейных псевдопараболических уравнений третьего порядка рассмотрены в работах [4; 5], а для уравнения четвертого порядка – в работе [6].

2. Представление решения задачи в области D_1. Решение задачи 2 через функцию Римана $\vartheta(x,y,\xi,\eta)$ представим в виде [7]:

$$\begin{gathered} u(x,y)=A_1(x,y)\varphi_1(y)-\vartheta_\eta(x,y;0,y)\varphi_2(y)+D_{1\xi}(x,y;x)\tau(x)- \\ -\vartheta_\xi(x,y;x,0)\nu_1(x)-\int_0^y C_1(x,y;\eta)\varphi_1(\eta)d\eta+\int_0^y B_1(x,y;\eta)\varphi_2(\eta)d\eta+ \end{gathered} \tag{14}$$

$$-\int_0^x M_1(x,y;\xi)\tau(\xi)d\xi-\int_0^x N_1(x,y;\xi)\nu_1(\xi)d\xi+\Phi_1(x,y),$$

где

$$A_1(x,y)=\vartheta_{\xi\eta}(x,y;0,y)-a_2(0,y)\vartheta_\eta(x,y;0,y),$$
$$B_1(x,y;\eta)=\vartheta_{\eta\eta}(x,y;0,\eta)-a_1(0,\eta)\vartheta_\eta(x,y;0,\eta)+[b_1(0,y)-a_{1\eta}(0,\eta)]\vartheta(x,y;0,\eta),$$
$$C_1(x,y;\eta)=\vartheta_{\xi\eta\eta}(x,y;0,\eta)-a_1(0,\eta)\vartheta_{\xi\eta}(x,y;0,\eta)-a_2(0,y)\vartheta_{\eta\eta}(x,y;0,\eta)+$$
$$+[b_1(0,y)-a_{1\eta}(0,\eta)]\vartheta_\xi(x,y;0,\eta)+[b_2(0,\eta)-a_{1\xi}(0,\eta)-2a_{2\eta}(0,\eta)]\vartheta(x,y;0,\eta)+$$
$$+[b_{1\xi}(0,\eta)-a_{1\xi\eta}(0,\eta)-a_{2\eta\eta}(0,\eta)+b_{2\eta}(0,\eta)-c_1(0,\eta)]\vartheta(x,y;0,\eta),$$
$$D_1(x,y;\xi)=\vartheta_\eta(x,y;\xi,0)-a_1(\xi,0)\vartheta(x,y;\xi,0),$$
$$E_1(x,y;\xi)=a_2(\xi,0)\vartheta_\eta(x,y;\xi,0)+[a_{2\eta}(\xi,0)-b_2(\xi,0)]\vartheta(x,y;\xi,0),$$
$$F_1(x,y;\xi)=b_3(\xi,0)\vartheta_\eta(x,y;\xi,0)+[b_{3\eta}(\xi,0)-c_2(\xi,0)]\vartheta(x,y;\xi,0),$$
$$M_1(x,y;\xi)=D_{1\xi\xi}(x,y;\xi,0)-E_{1\xi}(x,y;\xi)+F_1(x,y;\xi),$$
$$N_1(x,y;\xi)=-\vartheta_{\xi\xi}(x,y;\xi,0)+a_2(\xi,0)\vartheta_\xi(x,y;\xi,0)+[a_{2\xi}(\xi,0)-b_3(\xi,0)]\vartheta(x,y;\xi,0),$$
$$\Phi_1(x,y)=-\vartheta(x,y;0,0)\varphi_2'(0)+[\vartheta_\xi(x,y;0,0)-a_2(0,0)\vartheta(x,y;0,0)]\varphi_1'(0)+D_1(x,y;0)\varphi_2(0)+$$
$$+[E_1(x,y;0)-D_{1\xi}(x,y;0)]\varphi_1(0)+\int_0^x d\xi\int_0^y \vartheta(x,y;\xi,\eta)f_1(\xi,\eta)d\eta.$$

Функция Римана $\vartheta(x,y,\xi,\eta)$ определяется как решение уравнения

$$L_1^*(\vartheta)\equiv\vartheta_{\eta\eta\xi\xi}-(a_1\vartheta)_{\eta\xi\xi}-(a_2\vartheta)_{\eta\eta\xi}+(b_1\vartheta)_{\xi\xi}+(b_2\vartheta)_{\eta\xi}+(b_3\vartheta)_{\eta\eta}-(c_1\vartheta)_\xi-(c_1\vartheta)_\eta+d\vartheta=0$$

и удовлетворяет краевым условиям:

$$\vartheta(x,y;\xi,\eta)\big|_{\xi=x}=0,\quad \vartheta_\xi(x,y;\xi,\eta)\big|_{\xi=x}=\omega_1(\eta;x,y),\ 0\le\eta\le y,$$
$$\vartheta(x,y;\xi,\eta)\big|_{\eta=y}=0,\quad \vartheta_\eta(x,y;\xi,\eta)\big|_{\eta=y}=\omega_2(\xi;x,y),\ 0\le\xi\le x,$$

где $\omega_1(\eta;x,y)$, $\omega_2(\xi;x,y)$, определяются как решения следующих задач:

$$\vartheta_{\xi\eta\eta}(x,y;x,\eta)-[a_1(x,\eta)\vartheta_\xi(x,y;x,\eta)]_\eta+b_1(x,\eta)\vartheta_\xi(x,y;x,\eta)=0,\ 0\le\eta\le y,$$
$$\vartheta_\xi(x,y;x,\eta)\big|_{\eta=y}=0,\ \vartheta_{\xi\eta}(x,y;x,\eta)\big|_{\eta=y}=1,$$
$$\vartheta_{\eta\xi\xi}(x,y;\xi,y)-[a_2(\xi,y)\vartheta_\eta(x,y;\xi,y)]_\xi+b_3(\xi,y)\vartheta_\eta(x,y;\xi,y)=0,\ 0\le\xi\le x,$$
$$\vartheta_\eta(x,y;\xi,y)\big|_{\xi=x}=0,\ \vartheta_{\eta\xi}(x,y;\xi,y)\big|_{\xi=x}=1.$$

Методы построения функции Римана для псевдопараболических уравнений третьего порядка рассмотрены в работах [8], [9], [10].

3. Соотношение, полученное из D_1. Используя условие (4) из (14), получим:

$$D_{1\xi}(x,h;\xi)\tau(x)-\vartheta_\xi(x,h;x,0)\nu_1(x)=$$
$$=\int_0^x M_1(x,h;\xi)\tau(\xi)d\xi+\int_0^x N_1(x,h;\xi)\nu_1(\xi)d\xi+\psi_1(x),\tag{15}$$

где

$$\psi_1(x)=\psi(x)-\Phi_1(x,h)-A_1(x,h)\varphi_1(h)+\vartheta_\eta(x,h;0,h)\varphi_2(h)+$$
$$+\int_0^h C_1(x,h;\eta)\varphi_1(\eta)d\eta-\int_0^h B_1(x,h;\eta)\varphi_2(\eta)d\eta.$$

Исключая $\nu_1(x)$ из (12) и (14), имеем:

$$D_{1\xi}(x,h,x)\tau(x)-\rho(x)\vartheta_{\xi}(x,h,x,0)\nu_2(x)=$$
$$=\int_0^x M_2(x,\xi)\tau(\xi)d\xi+\int_0^x N_2(x,\xi)\nu_2(\xi)d\xi+\psi_2(x), \qquad (16)$$

где

$$M_2(x,\xi)=M_1(x,h;\xi),\ \ N_2(x,\xi)=\rho(\xi)N_1(x,h;\xi)+\theta(x,\xi)\vartheta_{\xi}(x,h,x,0)+$$
$$+\int_{\xi}^{x}\theta(s,\xi)N_1(x,h,s)ds,\ \ \psi_2(x)=\psi_1(x)+r(x)\vartheta_{\xi}(x,h,x,0)+\int_0^x r(\xi)N_1(x,h,\xi)d\xi.$$

4. Соотношение, полученное из D_2. Из (4) при $y\to-0$ имеем:

$$\nu_2'''(x)+\alpha_1(x,0)\tau'''(x)+\alpha_2(x,0)\nu_2''(x)+\beta_1(x,0)\tau''(x)+\beta_2(x,0)\nu_2'(x)+$$
$$+\gamma_1(x,0)\tau'(x)+\gamma_2(x,0)\nu_2(x)+\delta(x,0)\tau(x)=f_2(x,0). \qquad (17)$$

Из постановки задачи 1 нетрудно получить следующие условия согласования:

$$\tau(l)=\chi_1(0),\tau'(\ell)=\chi_2(0),\tau''(\ell)=\chi_3(0),$$
$$\nu_2(\ell)=\chi_1'(0),\nu_2'(\ell)=\chi_2'(0),\nu_2''(\ell)=\chi_3'(0).$$

Тогда после трехкратного интегрирования соотношения (17) получим

$$\nu_2(x)+\alpha_1(x,0)\tau(x)=\int_x^{\ell}P_1(x,\xi)\tau(\xi)d\xi+\int_x^{\ell}Q_1(x,\xi)\nu_2(\xi)d\xi+g_1(x), \qquad (18)$$

где

$$P_1(x.\xi)=\frac{1}{2}\left[(x-\ell)^2-(\xi-\ell)^2\right]\left[-\alpha_{1\xi\xi\xi}(\xi,0)+\beta_{1\xi\xi}(\xi,0)-\gamma_{1\xi}(\xi,0)+\delta(\xi,0)\right]+$$
$$+\left[3\alpha_{1\xi\xi}(\xi,0)-2\beta_{1\xi}(\xi,0)+\gamma_1(\xi,0)\right](x-\xi)-3\alpha_{1\xi}(\xi,0)+\beta_1(\xi,0),$$
$$Q_1(x.\xi)=\frac{1}{2}\left[(x-\ell)^2-(\xi-\ell)^2\right]\left[\alpha_{2\xi\xi}(\xi,0)-\beta_{2\xi}(\xi,0)+\gamma_2(\xi,0)\right]+$$
$$+\left[\beta_2(\xi,0)-2\alpha_{2\xi}(\xi,0)\right](x-\xi)+\alpha_2(\xi,0),$$
$$g_1(x)=\frac{1}{2}(x-\ell)^2\{\left[\alpha_{1xx}(\ell,0)-\beta_{1x}(\ell,0)+\gamma_1(\ell,0)\right]\chi_1(0)-\left[\alpha_{2x}(\ell,0)-\beta_2(\ell,0)\right]\chi_1'(0)-$$
$$-\left[\alpha_{1x}(\ell,0)-\beta_1(\ell,0)\right]\chi_2(0)+\alpha_2(\ell,0)\chi_2'(0)+\alpha_1(\ell,0)\chi_3(0)+\chi_3'(0)\}+$$
$$+(x-\ell)\left[\beta_1(\ell,0)\chi_1(0)+\alpha_2(\ell,0)\chi_1'(0)+\alpha_1(\ell,0)\chi_2(0)+\chi_2'(0)\right]+\alpha_1(\ell,0)\chi_1(0)+\chi_1'(0)-$$
$$-\frac{1}{2}\int_x^{l}(x-\xi)^2 f_2(\xi,0)d\xi.$$

Обращая уравнение (18) относительно $\nu_2(x)$, придем к соотношению:

$$\nu_2(x)=-\alpha_1(x,0)\tau(x)+\int_x^{\ell}P_2(x,\xi)\tau(\xi)d\xi+g_2(x) \qquad (19)$$

где $P_2(x,\xi)=P_1(x,\xi)-\alpha_1(\xi,0)R_1(x,\xi)+\int_x^{\xi}R_1(x,s)P_1(s,\xi)d\xi$,

$$g_2(x)=g_1(x)+\int_x^{\ell}R_1(x,\xi)g_1(\xi)d(\xi),$$ $R_1(x,\xi)$ – резольвента ядра $Q_1(x,\xi)$.

5. Сведение задачи к интегральному уравнению. Исключая $\nu_2(x)$ из (16) и (19),

$$\rho_1(x)\tau(x)=\int_0^x M_1(x,\xi)\tau(\xi)d\xi+\int_x^{\ell}P_1(x,\xi)\tau(\xi)d\xi+g_3(x), \qquad (20)$$

где

$$\rho_1(x) = D_{1\xi}(x,h;x) + \alpha_1(x,0)\rho(x)\vartheta_\xi(x,h;x,0),$$

$$M_1(x,\xi) = M_2(x,\xi) - \alpha_1(\xi,0)N_2(x,\xi) + \int_0^\xi N_2(x,s)P_2(s,\xi)ds,$$

$$P_1(x,\xi) = \rho(x)\vartheta_\xi(x,h;x,0)P_2(x,\xi) + \int_0^x N_2(x,s)P_2(s,\xi)ds,$$

$$g_3(x) = \psi_2(x) + \rho(x)\vartheta_\xi(x,h;x,0)g_2(x) + \int_0^x N_2(x,\xi)g_2(\xi)d\xi.$$

Если

$$\forall x \in [0,\ell]:\ \rho_1(x) \neq 0\ , \tag{21}$$

то уравнение (20) является уравнением типа Фредгольма второго рода.

При выполнении условия (21) из (20) получим

$$\tau(x) = \int_0^x M(x,\xi)\tau(\xi)d\xi + \int_x^\ell P(x,\xi)\tau(\xi)d\xi + g(x)\ , \tag{22}$$

где $$M(x,\xi) = \frac{M_3(x,\xi)}{\rho_1(x)},\ \ P(x,\xi) = \frac{P_3(x,\xi)}{\rho_1(x)},\ \ g(x) = \frac{g_3(x)}{\rho_1(x)}.$$

Пусть $\max\left(\|M(x,\xi)\|_{C(\bar{Q})}, \|P(x,\xi)\|_{C(\bar{Q})}\right) = K$, где $Q = \{(x,\xi): 0 < x < \ell,\ 0 < \xi < \ell\}$.

Если

$$K\ell < 1, \tag{23}$$

то уравнение (22) имеет единственное решение, которого можно построить методом последовательных приближений.

6. Представление решения задачи в области D_2 . После определения $\tau(x)$ из (22) решение задачи 1 определяем как решение задачи 3.

Рассмотрим тождество:

$$w\,L_2(u) - wL_2^*(w) =$$
$$= \frac{\partial}{\partial\xi}[wu_{\xi\xi\eta} - w_\xi u_{\xi\eta} + w_{\xi\xi}u_\eta + \alpha_1 wu_{\xi\xi} - (\alpha_1 w)_\xi u_\xi + (\alpha_1 w)_{\xi\xi}u + \alpha_2 wu_{\xi\eta} - (\alpha_2 w)_\xi u_\eta +$$
$$+\beta_1 wu_\xi - (\beta_1 w)_\xi u + \beta_2 wu_\eta + \gamma_1 wu] - \frac{\partial}{\partial\eta}\{[w_{\xi\xi\xi} - (\alpha_2 w)_{\xi\xi} + (\beta_2 w)_\xi - \gamma_2 w]u\},$$

где $$L_2^*(w) \equiv w_{\xi\xi\xi\eta} - (\alpha_1 w)_{\xi\xi\xi} - (\alpha_2 w)_{\xi\xi\eta} + (\beta_1 w)_{\xi\xi} + (\beta_2 w)_{\xi\eta} - (\gamma_1 w)_\xi - (\gamma_2 w)_\eta + \delta w\ .$$

Интегрируя тождество (23) по области $D_2^* = \{(\xi,\eta):\ x < \xi < \ell, y < \eta < 0\}$, имеем:

$$\begin{aligned} u(x,y) &= w_{\xi\xi}(x,y;x,0)\tau(x) + \int_x^\ell A_2(x,y;\xi)\tau(\xi)d\xi + \int_0^y [w(x,y;\ell,\eta)\chi_3'(\eta) + \\ &+\alpha_1(\ell,\eta)w(x,y;\ell,\eta)\chi_3(\eta) - B_2(x,y;\eta)\chi_2'(\eta) - C_2(x,y;\eta)\chi_2(\eta) + \\ &+D_2(x,y;\eta)\chi_1'(\eta) + E_2(x,y;\eta)\chi_1(\eta)]d\eta - \int_x^\ell d\xi \int_0^y w(x,y;\xi,\eta)f_2(\xi,\eta)d\eta, \end{aligned} \tag{24}$$

где $w(x,y;\xi,\eta)$ – функция Римана, являющаяся решением следующей задачи:

$$L_2^*(w(x,y;\xi,\eta)) = 0,\ (\xi,\eta) \in D_2^*,$$

$$w(x,y;x,\eta) = 0, w_\xi(x,y;x,\eta) = 0, w_{\xi\xi}(x,y;x,\eta) = \exp\left[\int_y^\eta \alpha_1(x,\eta_1)d\eta_1\right], y \le \eta \le 0,$$

$$w(x,y;\xi,y) = \omega(x,y;\xi),\ \ x \le \xi \le \ell;$$

здесь $\omega(x,y;\xi)$ – решение задачи Коши:

$$
\begin{aligned}
&w_{\xi\xi\xi}(x,y;\xi,0)-\alpha_2(\xi,0)w_{\xi\xi}(x,y;\xi,0)+[\beta_2(\xi,0)-2\alpha_{2\xi}(\xi,0)]w_\xi(x,y;\xi,0)-\\
&-[\alpha_{2\xi\xi}(\xi,0)-\beta_{2\xi}(\xi,0)+\gamma(\xi,0)]w_\xi(x,y;\xi,0)=0,\\
&w(x,y;x,y)=0,\ w_\xi(x,y;x,y)=0,\ w_{\xi\xi}(x,y;x,y)=1.
\end{aligned}
$$

Таким образом, теорема доказана.

Если выполняются условия (7)–(10), (21) и (23), то решение задачи 1 существует единственно и представимо в виде (14) и (24) соответственно в областях D_1 и D_2.

Список литературы:

1. Нахушева В.А. Об одной математической модели теплообмена в смешанной среде с идеальным контактом // Вестник СамГТУ. – Вып. 42. Сер. ФМН. – 2006. – С. 11–34.
2. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. – М.: Высш. шк., 1995. – 301 с.
3. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. – М.: Наука, 1970. – 296 с.
4. Кожобеков К.Г. О разрешимости задач сопряжений для нелинейных уравнений в частных производных третьего порядка // Известия Томского политехнического университета. Математика и механика. Физика. – Томск, 2009. – Т. 315, N 2. – С. 9–12.
5. Сопуев А., Аркабаев Н.К. Задачи сопряжения для линейных псевдопараболических уравнений третьего порядка // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2013. № 1 (21). – С. 16–23.
6. Саадалов Т.Ы. О задаче сопряжения для гиперболического и псевдопараболического уравнений четвертого порядка // Известия Томского политехнического университета. Математика и механика. Физика. – 2014. – Т. 325. – № 2. – С. 22–28.
7. Джураев Т.Д., Сопуев А. К теории дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка. – Ташкент: Фан, 2000. – 144 с.
8. Шхануков, М.Х. Локальные и нелокальные краевые задачи для уравнений третьего порядка: Дис. ... докт. физ.-мат. наук: 01.01.02. – Нальчик, 1985. – 225 с.
9. Жегалов В.И., Уткина Е.А. Об одном псевдопараболическом уравнении третьего порядка // Изв. вузов. Математика. – 1999. – № 10. – С. 73–76.
10. Жегалов В.И., Миронов А.Н. Дифференциальные уравнения со старшими частными производными. – Казань: Изд. Казанского математического общества, 2001. – 226 с.