



Издательский Центр
Научного Просвещения

ISSN 2224-0179

Научно-практический журнал

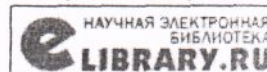
ПРИВОЛЖСКИЙ НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК

№ 5 (57)
май 2016

Издается с сентября 2011 года

Выходит 12 раз в год

Журнал включен в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)



Учредитель, издатель: ИП Самохвалов Антон Витальевич

E-mail издательства: icnp@mail.ru

Сайт издательства: icnp.ru, ицнп.рф

Почтовый адрес издательства: 426004, г. Ижевск, ул. Советская, 34, а/я 918

Главный редактор: А.В. Самохвалов

E-mail редакции: pnv-icnp@mail.ru

Изготовлено в типографии "Фаворит"
426039 г. Ижевск, ул. Дзержинского, 77
тел.: 44-55-81, 67-65-48

Формат 60x90 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 20,4.

Подписано в печать: 27.05.2016 г. Тираж: 150 экз. Заказ № 0352

Ответственность за содержание статей и качество перевода информации на английский язык несут авторы публикаций.

© «Приволжский научный вестник», 2016



ЗАВЕРЯЮ
Ученый секретарь
ОшТУ *Усар* Усарова С.О.

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Алымбаев А.Т.</i> Нахождение периодического решения системы интегро-дифференциальных уравнений с бесконечным последствием, описывающее взаимодействие видов.....	5
<i>Алымбаев А.Т.</i> Периодическое решение интегро-дифференциального уравнения с конечным последствием.....	10
<i>Аркабаев Н.К.</i> Краевая задача для смешанно-псевдопараболических уравнений с двумя линиями изменения типа.....	15
<i>Байзаков А.Б., Кыдыралиев Т.Р.</i> Разрешимость и структура начальной задачи сингулярно-возмущенных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с точкой поворота.....	22
<i>Камбарова А.Д.</i> Выбор параметра регуляризации линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода.....	27
<i>Саадалов Т.Ы.</i> Об одной задаче сопряжения для псевдопараболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с нелокальными условиями в криволинейном треугольнике.....	32
<i>Сопуев А., Саадалов Т.Ы.</i> Краевая задача для общего линейного смешанного псевдопараболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с нелокальным условием сопряжения.....	38

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Карабекова Д.У.</i> Моногении (Monogenea) рыб прудовых хозяйств Кыргызстана.....	44
---	----

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Баринов А.В., Платонов А.В., Лебедева С.М., Самсонов И.С.</i> Исследование особенностей настройки шлифовальных станков для обработки металлических деталей. Часть 1. Исследование методов балансировки шлифовальных кругов.....	47
<i>Баринов А.В., Платонов А.В., Лебедева С.М., Самсонов И.С.</i> Исследование особенностей настройки шлифовальных станков для обработки металлических деталей. Часть 2. Исследование особенностей правки шлифовальных кругов.....	53
<i>Борисов В.В., Сушенцов Н.И., Степанов С.А.</i> Влияние термообработки на строение углеродных наностенок и характеристики автоэмиссионных катодов на их основе.....	59
<i>Орлов Н.Е.</i> Необходимость введения дистанционного управления технологическим оборудованием в чистых производственных помещениях.....	65
<i>Султанов Р.О., Еланцев М.О., Коцеев Н.М., Животов В.В.</i> Поиск и классификация структурных элементов методом взаимной корреляции на примере распознавания автомобильного номера.....	71
<i>Шиганова М.В., Поначугин А.В.</i> Методы обхода искажений в беспроводных каналах связи.....	75

СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ НАУКИ

<i>Кузнецов В.М., Ирейкина Р.П.</i> Способы улучшения качества кормов в условиях Сахалинской области.....	79
---	----

ИСТОРИЧЕСКИЕ НАУКИ И АРХЕОЛОГИЯ

<i>Антошкин А.В.</i> Развитие экспортного потенциала Башкирии в условиях формирования командно-административной системы экономики (конец 1920-х – середина 1930-х гг.).....	84
---	----



А. Сопуев

д-р физ.-мат. наук, профессор,
зав. кафедрой программирования,
Ошский государственный университет,
г. Ош, Киргизия
E-mail: sopuev@mail.ru

Т.Ы. Саадалов

ст. преподаватель,
кафедра информатики,
Ошский технологический университет
им. М.М. Адышева,
г. Ош, Киргизия
E-mail: saadtol_68@mail.ru

**КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОБЩЕГО ЛИНЕЙНОГО СМЕШАННОГО
ПСЕВДОПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА
С НЕЛОКАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ СОПРЯЖЕНИЯ**

Аннотация. Методом функции Римана доказано существование и единственность решения краевой задачи для общего линейного смешанного псевдопараболо-гиперболического уравнения четвертого порядка с нелокальным условием сопряжения.

Ключевые слова: краевая задача, псевдопараболические уравнения, гиперболические уравнения, функции Римана, уравнение Фредгольма.

A. Sopuev, Osh state university, Osh, Kyrgyzstan

T.Y. Saadalov, Osh technological university named after M.M. Adyshev, Osh, Kyrgyzstan

A BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A GENERAL LINEAR MIXED PSEUDO PARABOLIC-HYPERBOLIC FOURTH ORDER EQUATION WITH A NONLOCAL CONJUGATE CONDITION

Abstract. The method of the Riemann function proved the existence and uniqueness of solutions of the boundary value problem for a general linear mixed pseudo parabolic – hyperbolic fourth order equations with nonlocal conjugate condition.

Keyword: boundary value problem, pseudo-parabolic equations, hyperbolic equations, Riemann functions, Fredholm equation.

1. Постановка задачи. В области D , ограниченной линиями $x = 0, y = -h_1, x = \ell, y = h, (h_1, \ell, h > 0)$, рассмотрим задачу сопряжения для уравнений:

$$L_1(u) \equiv u_{xyxy} + a_1(x, y)u_{xyx} + a_2(x, y)u_{xyy} + b_1(x, y)u_{xx} + b_2(x, y)u_{xy} + b_3(x, y)u_{yy} + c_1(x, y)u_x + c_2(x, y)u_y + d(x, y)u = f_1(x, y), (x, y) \in D_1, \quad (1)$$

$$L_2(u) \equiv u_{xyxy} + \alpha_1(x, y)u_{xxx} + \alpha_2(x, y)u_{xyy} + \beta_1(x, y)u_{xx} + \beta_2(x, y)u_{xy} + \gamma_1(x, y)u_x + \gamma_2(x, y)u_y + \delta(x, y)u = f_2(x, y), (x, y) \in D_2, \quad (2)$$

где $D_1 = D \cap (y > 0), D_2 = D \cap (y < 0)$.

Через C^{n+m} обозначим класс функций, имеющих производные $d^{r+s} / dx^r dy^s$ ($r = 0, 1, \dots, n; s = 0, 1, \dots, m$).

Задача 1. Найти функцию $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap [C^{2+2}(D_1) \cup C^{3+1}(D_2)]$, удовлетворяющую в области D_1 уравнению (1), граничным условиям:

$$u(0, y) = \varphi_1(y), u(\ell, y) = \varphi_2(y), 0 \leq y \leq h, \quad (3)$$

$$u(x, h) = \psi(x), 0 \leq x \leq \ell, \quad (4)$$

удовлетворяющую в области D_2 уравнению (2), граничным условиям:



ЗАБЕРЯЮ
Чашный секретарь
ОшТУ *Усарова С.О.* Усарова С.О.

$$u(\ell, y) = \chi_1(y), \quad u_x(\ell, y) = \chi_2(y), \quad u_{xx}(\ell, y) = \chi_3(y), \quad -h_2 \leq y \leq 0 \quad (5)$$

и условиям сопряжения:

$$u(x, +0) = u(x, -0), \quad 0 \leq x \leq \ell, \\ u_y(x, +0) = \rho(x)u_y(x, -0) + \int_0^x \theta(x, \xi)u_y(\xi, -0)d\xi + r(x), \quad 0 \leq x \leq \ell, \quad (6)$$

где для коэффициентов уравнений и заданных функций выполняются следующие условия:

$$a_1 \in C(\overline{D_1}) \cap C^{2+1}(D_1), a_2 \in C(\overline{D_1}) \cap C^{1+2}(D_1), b_1 \in C(\overline{D_1}) \cap C^{2+0}(D_1), \\ b_2 \in C(\overline{D_1}) \cap C^{1+1}(D_1), b_3 \in C(\overline{D_1}) \cap C^{0+2}(D_1), c_1 \in C(\overline{D_1}) \cap C^{1+0}(D_1), \\ c_2 \in C(\overline{D_1}) \cap C^{0+1}(D_1), d \in C(\overline{D_1}), \alpha_1 \in C(\overline{D_2}) \cap C^{3+0}(D_2), \alpha_2 \in C(\overline{D_2}) \cap \\ \cap C^{1+2}(D_2), \beta_1 \in C(\overline{D_2}) \cap C^{2+0}(D_2), \beta_2 \in C(\overline{D_2}) \cap C^{1+1}(D_2), \gamma_1 \in C(\overline{D_2}) \cap \\ \cap C^{1+0}(D_2), \gamma_2 \in C(\overline{D_2}) \cap C^{0+1}(D_2), \delta \in C(\overline{D_2}), f_1 \in C(\overline{D_1}), f_2 \in C(\overline{D_2}), \quad (7)$$

$$\varphi_1, \varphi_2 \in C^2[0, h], \quad \chi_i \in C^1[-h_1, 0] \quad (i = \overline{1, 3}). \quad (8)$$

$$\varphi_1(h) = \psi(0), \quad \varphi_2(h) = \psi'(0). \quad (9)$$

$$\forall x \in [0, \ell]: \rho(x) \neq 0. \quad (10)$$

Задачи с нелокальным условием сопряжения вида (6) для уравнений в частных производных часто используются в качестве математической модели процесса теплопередачи в составной системе с разными теплофизическими характеристиками [1; 2].

Введем обозначения:

$$u(x, +0) = u(x, -0) = \tau(x), \quad 0 \leq x \leq \ell, \\ u_y(x, +0) = v_1(x), \quad u_y(x, -0) = v_2(x), \quad 0 \leq x \leq \ell, \quad (11)$$

где $\tau(x), v_1(x), v_2(x)$ – пока неизвестные функции. Тогда из условия (6) получим

$$v_1(x) = \rho(x)v_2(x) + \int_0^x \theta(x, \xi)v_2(\xi)d\xi + r(x), \quad 0 \leq x \leq \ell. \quad (12)$$

Рассмотрим следующие вспомогательные задачи.

Задача 2. Найти функцию $u(x, y) \in C(\overline{D_1}) \cap C^{2+2}(D_1)$, удовлетворяющую уравнению (1) в области D_1 , граничным условиям (3) и начальным условиям:

$$u(x, 0) = \tau(x), \quad u_y(x, 0) = v_1(x), \quad 0 \leq x \leq \ell, \quad (13)$$

где $\tau(0) = \varphi_1(0)$, $\tau'(0) = \varphi_2(0)$, $\varphi_1'(0) = v_1(0)$, $\varphi_2'(0) = v_1'(0)$.

Задача 3. Найти функцию, удовлетворяющую уравнению (2) в области D_2 , граничным условиям (5) и начальному условию $u(x, 0) = \tau(x)$.

Для решения задачи 1 будем использовать методы теории уравнений смешанного типа [3]. Отметим, что если удастся найти $\tau(x)$, $v_1(x)$ и $v_2(x)$, то решение задачи 1 определяется как решения задач 1 и 2 в областях D_1 и D_2 соответственно. Задачи сопряжения для линейных псевдопараболических уравнений третьего порядка рассмотрены в работах [4; 5], а для уравнения четвертого порядка – в работе [6].

2. Представление решения задачи в области D_1 . Решение задачи 2 через функцию Римана $v(x, y, \xi, \eta)$ представим в виде [7]:

$$u(x, y) = A_1(x, y)\varphi_1(y) - v_\eta(x, y; 0, y)\varphi_2(y) + D_{1\xi}(x, y; x)\tau(x) - \\ - v_\xi(x, y; x, 0)v_1(x) - \int_0^y C_1(x, y; \eta)\varphi_1(\eta)d\eta + \int_0^y B_1(x, y; \eta)\varphi_2(\eta)d\eta + \quad (14)$$

$$-\int_0^x M_1(x, y; \xi) \tau(\xi) d\xi - \int_0^x N_1(x, y; \xi) \nu_1(\xi) d\xi + \Phi_1(x, y),$$

где

$$\begin{aligned} A_1(x, y) &= v_{\xi\eta}^{\vartheta}(x, y; 0, y) - a_2(0, y)v_{\eta}^{\vartheta}(x, y; 0, y), \\ B_1(x, y; \eta) &= v_{\eta\eta}^{\vartheta}(x, y; 0, \eta) - a_1(0, \eta)v_{\eta}^{\vartheta}(x, y; 0, \eta) + [b_1(0, y) - a_{1\eta}(0, \eta)]v^{\vartheta}(x, y; 0, \eta), \\ C_1(x, y; \eta) &= v_{\xi\eta\eta}^{\vartheta}(x, y; 0, \eta) - a_1(0, \eta)v_{\xi\eta}^{\vartheta}(x, y; 0, \eta) - a_2(0, y)v_{\eta\eta}^{\vartheta}(x, y; 0, \eta) + \\ &+ [b_1(0, y) - a_{1\eta}(0, \eta)]v_{\xi}^{\vartheta}(x, y; 0, \eta) + [b_2(0, \eta) - a_{1\xi}(0, \eta) - 2a_{2\eta}(0, \eta)]v^{\vartheta}(x, y; 0, \eta) + \\ &+ [b_{1\xi}(0, \eta) - a_{1\xi\eta}(0, \eta) - a_{2\eta\eta}(0, \eta) + b_{2\eta}(0, \eta) - c_1(0, \eta)]v^{\vartheta}(x, y; 0, \eta), \\ D_1(x, y; \xi) &= v_{\eta}^{\vartheta}(x, y; \xi, 0) - a_1(\xi, 0)v^{\vartheta}(x, y; \xi, 0), \\ E_1(x, y; \xi) &= a_2(\xi, 0)v_{\eta}^{\vartheta}(x, y; \xi, 0) + [a_{2\eta}(\xi, 0) - b_2(\xi, 0)]v^{\vartheta}(x, y; \xi, 0), \\ F_1(x, y; \xi) &= b_3(\xi, 0)v_{\eta}^{\vartheta}(x, y; \xi, 0) + [b_{3\eta}(\xi, 0) - c_2(\xi, 0)]v^{\vartheta}(x, y; \xi, 0), \\ M_1(x, y; \xi) &= D_{1\xi\xi}(x, y; \xi, 0) - E_{1\xi}(x, y; \xi) + F_1(x, y; \xi), \\ N_1(x, y; \xi) &= -v_{\xi\xi}^{\vartheta}(x, y; \xi, 0) + a_2(\xi, 0)v_{\xi}^{\vartheta}(x, y; \xi, 0) + [a_{2\xi}(\xi, 0) - b_3(\xi, 0)]v^{\vartheta}(x, y; \xi, 0), \\ \Phi_1(x, y) &= -v^{\vartheta}(x, y; 0, 0)\varphi_2'(0) + [v_{\xi}^{\vartheta}(x, y; 0, 0) - a_2(0, 0)]v^{\vartheta}(x, y; 0, 0)\varphi_1'(0) + D_1(x, y; 0)\varphi_2(0) + \\ &+ [E_1(x, y; 0) - D_{1\xi}(x, y; 0)]\varphi_1(0) + \int_0^x \int_0^y v^{\vartheta}(x, y; \xi, \eta) f_1(\xi, \eta) d\eta. \end{aligned}$$

Функция Римана $v^{\vartheta}(x, y, \xi, \eta)$ определяется как решение уравнения

$$L_1(v^{\vartheta}) \equiv v_{\eta\eta\xi\xi}^{\vartheta} - (a_1 v^{\vartheta})_{\eta\xi\xi} - (a_2 v^{\vartheta})_{\eta\eta\xi} + (b_1 v^{\vartheta})_{\xi\xi} + (b_2 v^{\vartheta})_{\eta\xi} + (b_3 v^{\vartheta})_{\eta\eta} - (c_1 v^{\vartheta})_{\xi} - (c_1 v^{\vartheta})_{\eta} + d v^{\vartheta} = 0$$

и удовлетворяет краевым условиям:

$$\begin{aligned} v^{\vartheta}(x, y, \xi, \eta)|_{\xi=x} &= 0, \quad v_{\xi}^{\vartheta}(x, y, \xi, \eta)|_{\xi=x} = \omega_1(\eta; x, y), \quad 0 \leq \eta \leq y, \\ v^{\vartheta}(x, y, \xi, \eta)|_{\eta=y} &= 0, \quad v_{\eta}^{\vartheta}(x, y, \xi, \eta)|_{\eta=y} = \omega_2(\xi; x, y), \quad 0 \leq \xi \leq x, \end{aligned}$$

где $\omega_1(\eta; x, y)$, $\omega_2(\xi; x, y)$, определяются как решения следующих задач:

$$\begin{aligned} v_{\xi\eta\eta}^{\vartheta}(x, y, x, \eta) - [a_1(x, \eta)v_{\xi}^{\vartheta}(x, y, x, \eta)]_{\eta} + b_1(x, \eta)v_{\xi}^{\vartheta}(x, y, x, \eta) &= 0, \quad 0 \leq \eta \leq y, \\ v_{\xi}^{\vartheta}(x, y, x, \eta)|_{\eta=y} &= 0, \quad v_{\xi\eta}^{\vartheta}(x, y, x, \eta)|_{\eta=y} = 1, \\ v_{\eta\xi\xi}^{\vartheta}(x, y, \xi, y) - [a_2(\xi, y)v_{\eta}^{\vartheta}(x, y, \xi, y)]_{\xi} + b_3(\xi, y)v_{\eta}^{\vartheta}(x, y, \xi, y) &= 0, \quad 0 \leq \xi \leq x, \\ v_{\eta}^{\vartheta}(x, y, \xi, y)|_{\xi=x} &= 0, \quad v_{\eta\xi}^{\vartheta}(x, y, \xi, y)|_{\xi=x} = 1. \end{aligned}$$

Методы построения функции Римана для псевдопараболических уравнений третьего порядка рассмотрены в работах [8], [9], [10].

3. Соотношение, полученное из D_1 . Используя условие (4) из (14), получим:

$$\begin{aligned} D_{1\xi}(x, h; \xi)\tau(x) - v_{\xi}^{\vartheta}(x, h; x, 0)\nu_1(x) &= \\ = \int_0^x M_1(x, h; \xi)\tau(\xi)d\xi + \int_0^x N_1(x, h; \xi)\nu_1(\xi)d\xi + \psi_1(x), \end{aligned} \tag{15}$$

где

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &= \psi(x) - \Phi_1(x, h) - A_1(x, h)\varphi_1(h) + v_{\eta}^{\vartheta}(x, h; 0, h)\varphi_2(h) + \\ &+ \int_0^h C_1(x, h; \eta)\varphi_1(\eta)d\eta - \int_0^h B_1(x, h; \eta)\varphi_2(\eta)d\eta. \end{aligned}$$

Исключая $\nu_1(x)$ из (12) и (14), имеем:

$$D_{1\xi}(x, h; x)\tau(x) - \rho(x)v_{\xi}^2(x, h; x, 0)v_2(x) = \int_0^x M_2(x, \xi)\tau(\xi)d\xi + \int_0^x N_2(x, \xi)v_2(\xi)d\xi + \psi_2(x), \quad (16)$$

где

$$M_2(x, \xi) = M_1(x, h; \xi), \quad N_2(x, \xi) = \rho(\xi)N_1(x, h; \xi) + \theta(x, \xi)v_{\xi}^2(x, h; x, 0) + \int_{\xi}^x \theta(s, \xi)N_1(x, h; s)ds, \quad \psi_2(x) = \psi_1(x) + r(x)v_{\xi}^2(x, h; x, 0) + \int_0^x r(\xi)N_1(x, h; \xi)d\xi.$$

4. Соотношение, полученное из D_2 . Из (4) при $y \rightarrow -0$ имеем:

$$v_2''(x) + \alpha_1(x, 0)\tau''(x) + \alpha_2(x, 0)v_2''(x) + \beta_1(x, 0)\tau''(x) + \beta_2(x, 0)v_2'(x) + \gamma_1(x, 0)\tau'(x) + \gamma_2(x, 0)v_2(x) + \delta(x, 0)\tau(x) = f_2(x, 0). \quad (17)$$

Из постановки задачи 1 нетрудно получить следующие условия согласования:

$$\tau(l) = \chi_1(0), \tau'(\ell) = \chi_2(0), \tau''(\ell) = \chi_3(0), \\ v_2(\ell) = \chi_1'(0), v_2'(\ell) = \chi_2'(0), v_2''(\ell) = \chi_3'(0).$$

Тогда после трехкратного интегрирования соотношения (17) получим

$$v_2(x) + \alpha_1(x, 0)\tau(x) = \int_x^{\ell} P_1(x, \xi)\tau(\xi)d\xi + \int_x^{\ell} Q_1(x, \xi)v_2(\xi)d\xi + g_1(x), \quad (18)$$

где

$$P_1(x, \xi) = \frac{1}{2}[(x-\ell)^2 - (\xi-\ell)^2][-\alpha_{1\xi\xi\xi}(\xi, 0) + \beta_{1\xi\xi}(\xi, 0) - \gamma_{1\xi}(\xi, 0) + \delta(\xi, 0)] + \\ + [3\alpha_{1\xi\xi}(\xi, 0) - 2\beta_{1\xi}(\xi, 0) + \gamma_1(\xi, 0)](x-\xi) - 3\alpha_{1\xi}(\xi, 0) + \beta_1(\xi, 0), \\ Q_1(x, \xi) = \frac{1}{2}[(x-\ell)^2 - (\xi-\ell)^2][\alpha_{2\xi\xi}(\xi, 0) - \beta_{2\xi}(\xi, 0) + \gamma_2(\xi, 0)] + \\ + [\beta_2(\xi, 0) - 2\alpha_{2\xi}(\xi, 0)](x-\xi) + \alpha_2(\xi, 0), \\ g_1(x) = \frac{1}{2}(x-\ell)^2\{[\alpha_{1xx}(\ell, 0) - \beta_{1x}(\ell, 0) + \gamma_1(\ell, 0)]\chi_1(0) - [\alpha_{2x}(\ell, 0) - \beta_2(\ell, 0)]\chi_1'(0) - \\ - [\alpha_{1x}(\ell, 0) - \beta_1(\ell, 0)]\chi_2(0) + \alpha_2(\ell, 0)\chi_2'(0) + \alpha_1(\ell, 0)\chi_3(0) + \chi_3'(0)\} + \\ + (x-\ell)[\beta_1(\ell, 0)\chi_1(0) + \alpha_2(\ell, 0)\chi_1'(0) + \alpha_1(\ell, 0)\chi_2(0) + \chi_2'(0)] + \alpha_1(\ell, 0)\chi_1(0) + \chi_1'(0) - \\ - \frac{1}{2}\int_x^{\ell}(x-\xi)^2 f_2(\xi, 0)d\xi.$$

Обращая уравнение (18) относительно $v_2(x)$, придем к соотношению:

$$v_2(x) = -\alpha_1(x, 0)\tau(x) + \int_x^{\ell} P_2(x, \xi)\tau(\xi)d\xi + g_2(x) \quad (19)$$

где $P_2(x, \xi) = P_1(x, \xi) - \alpha_1(\xi, 0)R_1(x, \xi) + \int_x^{\xi} R_1(x, s)P_1(s, \xi)d\xi,$

$$g_2(x) = g_1(x) + \int_x^{\ell} R_1(x, \xi)g_1(\xi)d(\xi), \quad R_1(x, \xi) - \text{резольвента ядра } Q_1(x, \xi).$$

5. Сведение задачи к интегральному уравнению. Исключая $v_2(x)$ из (16) и (19),

$$\rho_1(x)\tau(x) = \int_0^x M_1(x, \xi)\tau(\xi)d\xi + \int_x^{\ell} P_1(x, \xi)\tau(\xi)d\xi + g_3(x), \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \rho_1(x) &= D_{1\xi}(x, h; x) + \alpha_1(x, 0)\rho(x)v_\xi(x, h; x, 0), \\ M_1(x, \xi) &= M_2(x, \xi) - \alpha_1(\xi, 0)N_2(x, \xi) + \int_0^\xi N_2(x, s)P_2(s, \xi)ds, \\ P_1(x, \xi) &= \rho(x)v_\xi(x, h; x, 0)P_2(x, \xi) + \int_0^x N_2(x, s)P_2(s, \xi)ds, \\ g_3(x) &= \psi_2(x) + \rho(x)v_\xi(x, h; x, 0)g_2(x) + \int_0^x N_2(x, \xi)g_2(\xi)d\xi. \end{aligned}$$

Если

$$\forall x \in [0, \ell]: \rho_1(x) \neq 0, \tag{21}$$

то уравнение (20) является уравнением типа Фредгольма второго рода.

При выполнении условия (21) из (20) получим

$$\tau(x) = \int_0^x M(x, \xi)\tau(\xi)d\xi + \int_x^\ell P(x, \xi)\tau(\xi)d\xi + g(x), \tag{22}$$

где

$$M(x, \xi) = \frac{M_3(x, \xi)}{\rho_1(x)}, \quad P(x, \xi) = \frac{P_3(x, \xi)}{\rho_1(x)}, \quad g(x) = \frac{g_3(x)}{\rho_1(x)}.$$

Пусть $\max(\|M(x, \xi)\|_{C(\bar{Q})}, \|P(x, \xi)\|_{C(\bar{Q})}) = K$, где $Q = \{(x, \xi) : 0 < x < \ell, 0 < \xi < \ell\}$.

Если

$$K\ell < 1, \tag{23}$$

то уравнение (22) имеет единственное решение, которого можно построить методом последовательных приближений.

6. Представление решения задачи в области D_2 . После определения $\tau(x)$ из (22) решение задачи 1 определяем как решение задачи 3.

Рассмотрим тождество:

$$\begin{aligned} wL_2(u) - wL_2^*(w) &= \\ &= \frac{\partial}{\partial \xi} [wU_{\xi\xi\xi\xi} - w_\xi U_{\xi\xi\xi} + w_{\xi\xi} U_{\xi\xi} + \alpha_1 w U_{\xi\xi} - (\alpha_1 w)_\xi U_\xi + (\alpha_1 w)_{\xi\xi} U + \alpha_2 w U_{\xi\xi} - (\alpha_2 w)_\xi U_\xi + \\ &+ \beta_1 w U_\xi - (\beta_1 w)_\xi U + \beta_2 w U_\eta + \gamma_1 w U] - \frac{\partial}{\partial \eta} \{ [w_{\xi\xi\xi\xi} - (\alpha_2 w)_{\xi\xi} + (\beta_2 w)_\xi - \gamma_2 w] U \}, \end{aligned}$$

где

$$L_2^*(w) \equiv w_{\xi\xi\xi\xi} - (\alpha_1 w)_{\xi\xi\xi} - (\alpha_2 w)_{\xi\xi\xi} + (\beta_1 w)_{\xi\xi} + (\beta_2 w)_{\xi\xi} - (\gamma_1 w)_\xi - (\gamma_2 w)_\eta + \delta w.$$

Интегрируя тождество (23) по области $D_2^* = \{(\xi, \eta) : x < \xi < \ell, y < \eta < 0\}$, имеем:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= w_{\xi\xi}(x, y; x, 0)\tau(x) + \int_x^\ell A_2(x, y; \xi)\tau(\xi)d\xi + \int_0^y [w(x, y; \ell, \eta)\chi_3'(\eta) + \\ &+ \alpha_1(\ell, \eta)w(x, y; \ell, \eta)\chi_3(\eta) - B_2(x, y; \eta)\chi_2'(\eta) - C_2(x, y; \eta)\chi_2(\eta) + \\ &+ D_2(x, y; \eta)\chi_1'(\eta) + E_2(x, y; \eta)\chi_1(\eta)]d\eta - \int_x^\ell d\xi \int_0^y w(x, y; \xi, \eta)f_2(\xi, \eta)d\eta, \end{aligned} \tag{24}$$

где $w(x, y; \xi, \eta)$ – функция Римана, являющаяся решением следующей задачи:

$$L_2(w(x, y; \xi, \eta)) = 0, \quad (\xi, \eta) \in D_2^*,$$

$$w(x, y; x, \eta) = 0, \quad w_\xi(x, y; x, \eta) = 0, \quad w_{\xi\xi}(x, y; x, \eta) = \exp\left[\int_y^\eta \alpha_1(x, \eta_1)d\eta_1\right], \quad y \leq \eta \leq 0,$$

$$w(x, y; \xi, y) = \alpha(x, y; \xi), \quad x \leq \xi \leq \ell;$$

здесь $\omega(x, y; \xi)$ – решение задачи Коши:

$$\begin{aligned} w_{\xi\xi\xi}(x, y; \xi, 0) - \alpha_2(\xi, 0)w_{\xi\xi}(x, y; \xi, 0) + [\beta_2(\xi, 0) - 2\alpha_2(\xi, 0)]w_\xi(x, y; \xi, 0) - \\ - [\alpha_{2\xi\xi}(\xi, 0) - \beta_{2\xi}(\xi, 0) + \gamma(\xi, 0)]w_\xi(x, y; \xi, 0) = 0, \\ w(x, y; x, y) = 0, w_\xi(x, y; x, y) = 0, w_{\xi\xi}(x, y; x, y) = 1. \end{aligned}$$

Таким образом, теорема доказана.

Если выполняются условия (7)–(10), (21) и (23), то решение задачи 1 существует единственно и представимо в виде (14) и (24) соответственно в областях D_1 и D_2 .

Список литературы:

1. Нахушева В.А. Об одной математической модели теплообмена в смешанной среде с идеальным контактом // Вестник СамГТУ. – Вып. 42. Сер. ФМН. – 2006. – С. 11–34.
2. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. – М.: Высш. шк., 1995. – 301 с.
3. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. – М.: Наука, 1970. – 296 с.
4. Кожобеков К.Г. О разрешимости задач сопряжений для нелинейных уравнений в частных производных третьего порядка // Известия Томского политехнического университета. Математика и механика. Физика. – Томск, 2009. – Т. 315, N 2. – С. 9–12.
5. Сопуев А., Аркабаев Н.К. Задачи сопряжения для линейных псевдопараболических уравнений третьего порядка // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2013. № 1 (21). – С. 16–23.
6. Саадалов Т.Ы. О задаче сопряжения для гиперболического и псевдопараболического уравнений четвертого порядка // Известия Томского политехнического университета. Математика и механика. Физика. – 2014. – Т. 325. – № 2. – С. 22–28.
7. Джурраев Т.Д., Сопуев А. К теории дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка. – Ташкент: Фан, 2000. – 144 с.
8. Шхануков, М.Х. Локальные и нелокальные краевые задачи для уравнений третьего порядка: Дис. ... докт. физ.-мат. наук: 01.01.02. – Нальчик, 1985. – 225 с.
9. Жегалов В.И., Уткина Е.А. Об одном псевдопараболическом уравнении третьего порядка // Изв. вузов. Математика. – 1999. – № 10. – С. 73–76.
10. Жегалов В.И., Миронов А.Н. Дифференциальные уравнения со старшими частными производными. – Казань: Изд. Казанского математического общества, 2001. – 226 с.

